フロー形多段階機械生産システムにおける バッファ容量の最適化に関する研究* (生産情報に不確実性のある場合の移動在庫を含めた解析)

高 桑 宗 右 門^{*1}

A Study of the Optimization of Buffer Sizes in a Flow-Type Multistage Manufacturing System (Analysis Considering Moving Inventory under Some Uncertainty in Production Information)

Soemon TAKAKUWA

Optimization analysis of a flow-type multistage manufacturing system was conducted. A procedure for obtaining the optimum sizes of in-process buffers was proposed from the standpoint of minimizing the maximum flowtime. In addition, a general algorithmic procedure was developed for optimization of systems represented by multiple decision variables, by utilizing the simulation technique. A numerical example was demonstrated.

Key Words: Production System, Operation Planning, FMS, Systems Engineering, Optimization, Simulation, Buffer

1. 結 言

生産システムにおいて、自由サイクル方式により、工作物がタクト・タイムに無関係に工程間を独立して搬送される場合、移動在庫が存在する。特に FMS の設計においては、工程間における緩衝目的のための移動在庫を含めた最適なバッファの収容能力（以下、バッファ容量という）を決定することは、実務上の観点からも極めて重要な問題である。これまで、フロー形機械生産システムを対象として、最適加工条件に関する解析が行われている〔例えば文献(1)〕。しかし、移動在庫を含めた仕掛在庫に関する体系的な解析はあまりなされていない⁽²⁾。2段階機械生産システムを対象として、生産情報(例えば工作物の加工パラメータ、加工時間など)に不確実な要素が含まれている場合について、バッファ・パレット数の最適決定法が提案されている⁽³⁾。

本報では、生産情報に不確実な要素が含まれている場合について、フロー形多段階機械生産システムを対象として、移動在庫を含めたバッファ容量に関する解

析を行い、最適バッファ容量の決定法を提案する。解析を行うために、フロー形多段階機械生産システムを対象としたシミュレーション・モデルを構築する。あわせて、複数の決定変数で表現されたシミュレーション・モデルに対する一つの最適化手順を提唱する。そして、数値例により、効率的に最適性が達成されることを示し、最適化手順の有効性を実証する。

2. 多段階機械生産システムの設定

多段階機械生産システムとして、本報では、図1に示すように、単一工作機械を M 台加工の技術的順序に配置した M 段階機械生産システムを考える。以下に条件設定を列挙する。

(1) 各工程において、工作機械は稼働状態、切削工具交換中、遊休状態のいずれかである。

(2) 切削工具については、当該工作物の切削後に累積実切削時間が工具寿命を超過する場合、その工作物を切削するまえに、損耗切刃は新切刃に交換される。工作物は各工程の工作機械によって、同一切削工具で加工されるものとし、加工パラメータの一部が異なるものとする。

(3) 加工予定のすべての工作物が揃っているものとする。すなわち、第1工程では、加工開始の条件が整

* 平成2年3月24日 関西支部第65期定時総会講演会において講演、原稿受付 平成元年1月26日。

^{*1} 正員、東洋大学経営学部(〒112 東京都文京区自由5-28-20)。

えば、いつでも工作物の加工を開始することができる。

(4) 第 $k(k \neq M)$ 工程で加工が完了した工作物は総仕掛在庫量が次工程との間のバッファ容量に達していないときには、第 $k+1$ 工程へ搬送される。もしバッファ容量に等しい量の仕掛在庫がある場合には、そのまま当該工程に留められ、バッファ容量に余裕ができれば、次工程に搬送される。ここでは、工程間の搬送時間を考慮する。

以上の条件設定のもとで、多段階機械生産システムにおいて、総処理時間の最小化を達成するための最適なバッファ容量を解析する。

3. 多段階機械生産システムの数学モデル

3.1 単位生産時間 ここでは、準備時間および切削時間の和をもって定義する。すなわち、第 k 工程 ($k=1, 2, \dots, M$) における第 j 番目 ($j=1, 2, \dots, N$) の工作物の単位生産時間は次式で与えられる。

$$t_{jk} = t_{pjk} + t_{ajk}, \quad k=1, 2, \dots, M \quad (1)$$

ここに、 t_{ajk} (min/pc) は工作物 $j(j=1, 2, \dots, N)$ の実切削時間であり、 t_{pjk} (min/pc) は準備時間である。

したがって、単位生産時間は、切削速度 v_k (m/min) の関数として次式で与えられる。

$$t_{jk} = t_{pjk} + \lambda_{jk}/v_k, \quad k=1, 2, \dots, M \quad (2)$$

ここに、 λ_{jk} ($k=1, 2, \dots, N$) は切削定数であり、切削様式によって決定される。

3.2 総処理時間 同一切削工具を用いて、異なる加工パラメータの N 個の工作物を加工する場合、第 k 工程における総処理時間は次式で表される。

$$F_k = \sum_{j=1}^N t_{pjk} + \sum_{j=1}^N t_{ajk} + t_{ck} u_k + \sum_{j=1}^N I_{(j)k}, \quad k=1, 2, \dots, M \quad (3)$$

ここに、 t_{ck} (min/edge) は工具交換時間、 u_k (pcs) は工具交換回数、 $I_{(j)k}$ (min) は機械遊休時間である。特に、 $I_{(j)k}$ は、その内容により、2種類の遊休時間で構成される。すなわち、第 $k(k \neq M)$ 工程において、加工済み

の工作物を次工程へ搬送できないために、工作物が当該工程に留まること（いわゆるブロッキング現象）によって生ずる遊休時間と、他方、加工予定の工作物が当該工程に到着していないこと（いわゆるスタービン現象）によって生ずる遊休時間で構成される。

3.3 加工条件と加工時間 加工条件の代表的なものは、切削速度、切込み量、送り量などであるが、ここでは切削速度に注目し、総処理時間の最小化を達成する観点から、切削速度と生産時間の関係について検討する。

いま、第 k 工程における第 i 番目の切削工具の寿命 T_{ik} (min/edge) はテイラー寿命方程式を採用すると、次式のように表される。

$$T_{ik} = C_k^{1/n_k} v_k^{-1/n_k}, \quad k=1, 2, \dots, M \quad (4)$$

ここに、 n_k, C_k は定数 (n_k : こう配定数, $0 < n_k < 1$; C_k : 1分寿命切削速度)。

式(1)ないし(4)より、生産加工遂行時における切削速度、実切削時間、当該切削工具による生産個数、工具交換回数の諸関係が規定される。

いま、総処理時間の最小化を念頭におき、最大能率切削速度⁽⁴⁾を採用すると、切削速度は次式で与えられる。

$$v_k = \frac{C_k}{[(1/n_k - 1)t_{ck}]^{n_k}}, \quad k=1, 2, \dots, M \quad (5)$$

3.4 シミュレーション・モデル 生産情報に不確実性がある場合、式(3)で表現される総処理時間について、確定的に解析することは困難である。そこで本報ではシミュレーション技法を応用した最適化手順を提案する。2章で述べた条件設定を考慮して、フロー形多段階機械生産システムについて、シミュレーション技法を用いてモデルを構築する。その基本フローチャートを図2に示す。なお、図2のフローチャートでは、機能が類似した複数のサブシステムを一括してモデル化するためのマクロ特性を用いて表示する。

図1 バッファを考慮したフロー形多段階機械生産システムの構成

4. シミュレーション技法を用いたシステム最適化

4.1 最適化のための準備

4.1.1 目標関数の値の比較 シミュレーション実験はいわば確率抽出実験であるから、解析には統計的検定を採用する。本報で提案する最適化手順においては、既報⁽³⁾の場合と同様に、順次、2組の標本（目標関数の値に相当）に関する比較を行う。すなわち、2個の決定変数の値の組 $\bar{x}_1$ と $\bar{x}_2$ （ $\bar{\cdot}$ はベクトル表示）のもとでシミュレーション実験を実施する。その結果得られた標本値に対して、通常の統計的検定で実施される手順を適用する。この場合、母平均はそれぞれ $f(\bar{x}_1)$ と $f(\bar{x}_2)$ であり、これらが目標関数の値となる。

そこで、2組の標本に対して、分散比の検定を実施し、そして母平均の差に関する検定を実施する〔例えば文献(5)〕。検定の結果、2個の目標関数の値の間において、指定した有意水準で有意差がないと判断された場合には、次項で述べるタイブレーキング・ルールを適用することにより、探索範囲の縮小が行われるか、もしくは最適解が得られる。

4.1.2 タイブレーキング・ルール 目標関数の値に差異が認められず、その時点で探索が完了していないとき、いずれか一方を採択しなければならない場合（すなわちタイブレーキング）が発生する。このことは、探索が完了した時点においても生ずることがある。そこで、このような事態をあらかじめ想定して、タイブレーキング・ルールを確立しておく必要がある。本報の場合のように、各工程間のバッファ容量が決定変数の場合には、通常「小さい値のほうを採択する」ことがタイブレーキング・ルールとなる。

4.2 最適化手順 4.1節で考察した事項を念頭において、複数の決定変数で表現されるシミュレーション・モデルに対する最適化手順を構築する。この手順において、決定変数の設定には、無制約最適化手法として有効なパターン探索法⁽⁶⁾を応用する。以下の手順においては、目標関数を最大化する場合を示す。〔以下のアルゴリズムにおいて、 $\bar{\cdot}$ はベクトル表示を意味する。決定変数の数は P であり、 $\bar{\varepsilon}_i = (0, \dots, 0, \varepsilon_i, \dots, 0)$ 。〕

[ステップ1] 最初 ($m=1$) の基点、 $\bar{B}_1$ を設定する。探索移動距離 ($\bar{\varepsilon}_i$)、探索回数 (A)、移動距離縮小回数 (C) を設定する。そして、試行点: $\bar{T} \leftarrow \bar{B}_1$ とおき、 $j \leftarrow 0, k \leftarrow 0$ とおく。また、各シミュレーション実験において得る標本の大きさと、統計的検定における有意水

準を設定する。

[ステップ2] $k \leftarrow k+1$ とおく。

[ステップ3] もし $k > A$ ならば、ステップ8へ行く。さもなければ、ステップ4へ行く。

[ステップ4] 試行点 $\bar{T}$ ($m=1$ の場合は基点 $\bar{B}_1$) の周りに探索移動を行い、シミュレーション実験を実施し、次のような試行点 $\bar{T}$ を決定する。

(a) $i \leftarrow 1$ とおく。

(b) 検定の結果 $f(\bar{T} + \bar{\varepsilon}_i) > f(\bar{T})$ と判断された場合や、あるいは $f(\bar{T} + \bar{\varepsilon}_i) = f(\bar{T})$ と判断されて、タイブレーキング・ルールにより $\bar{T}$ にかわって $\bar{T} + \bar{\varepsilon}_i$ を採択する場合には、 $\bar{T} \leftarrow \bar{T} + \bar{\varepsilon}_i$ としてからステップ4(d)へ行く。さもなければ、そのままステップ4(c)へ行く。

図2 フロー形多段階機械生産システムに対するシミュレーション・モデルの基本フローチャート
(マクロ・モデル表現による)

(c) 検定の結果 $f(\bar{T} - \bar{\epsilon}_i) > f(\bar{T})$ と判断された場合や、あるいは $f(\bar{T} - \bar{\epsilon}_i) = f(\bar{T})$ と判断されて、タイブレーキング・ルールにより $\bar{T}$ にかわって $\bar{T} - \bar{\epsilon}_i$ を採択する場合には、 $\bar{T} \leftarrow \bar{T} - \bar{\epsilon}_i$ としてからステップ4(d)へ行く。さもなければ、そのままステップ4(d)へ行く。

(4) もし $i = P$ ならば、ステップ4(e)へ行く。さもなければ、 $i \leftarrow i + 1$ としてステップ4(b)へ行く。

(e) 検定の結果 $f(\bar{T}) > f(\bar{B}_m)$ と判断された場合や、あるいは $f(\bar{T}) = f(\bar{B}_m)$ と判断されて、タイブレーキング・ルールにより $\bar{B}_m$ にかわって $\bar{T}$ を採択する場合には、ステップ5へ行く。さもなければ、そのままステップ6へ行く。

[ステップ5] $m = m + 1$ として、 $\bar{B}_m \leftarrow \bar{T}$ とおく。パターン移動により、 $\bar{T} \leftarrow 2\bar{B}_m - \bar{B}_{m-1}$ を得る。そしてステップ2へもどる。

[ステップ6] $m = m + 1$ とし、探索移動距離を縮小(通常0.5倍に縮小)し、 $j = j + 1$ とおく。そして、 $\bar{B}_m \leftarrow \bar{B}_{m-1}$ 、 $\bar{T} \leftarrow \bar{B}_m$ とおく。

[ステップ7] もし $j \geq C$ ならばステップ8へ行く。さもなければ、ステップ2へもどる。

[ステップ8] 探索終了。 $\bar{B}_m$ が解である。

5. 応 用 例

5.1 数値計算とその結果 4章で展開した最適化手順に基づいて、フロー形多段階工程機械生産システムにおける総処理時間の最小化を達成するための、最適バッファ容量を決定する過程を数値例でたどってみる。生産情報を表1に示す。ここでは、各工程における加工パラメータのうち、切削長もしくは切削径の上下限のみが既知であり、その内訳は未知である。

この生産システムでは、決定変数 $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ は工程間(第1・2工程間、第2・3工程間、第3・4工程間)のバッファ容量であり、目標関数 $f(\bar{x})$ は総処理時間[式(3)の F_4]である。そして、各工程において、切削速度として最大能率切削速度[式(5)]を採用する。また、バッファ容量は少ないほうが望ましいとの観点から、タイブレーキング・ルールとして、より小さいほうの値を採択するものとする。なお、各探索点におけるシミュレーション実験回数は、それぞれ10回とし、母平均の差の検定には5%有意水準の片側検定を実施する。

予備実験として、各工程間のバッファ容量を十分大きくとり [$\bar{x} = (\infty, \infty, \infty)$]、10回のシミュレーション実験を実施した。その結果、各工程間の最大仕掛在庫量は10 pcsを越えないことが判明した。そこで、初期基点 $\bar{B}_1$ を(10, 10, 10)(単位: pcs)、初期探索移動距離をそれぞれ2 (pcs)、 $A = 20$ (回)、 $C = 2$ (回)と設定する。本報で提案した最適化手順を適用すると、(8, 8, 8)、(4, 4, 4)、(3, 3, 3)の各基点を経て、最適解として、(2, 2, 1)が得られた。表2に最適バッファ容量およびパフォーマンスをまとめて示す。すなわち、第1・第2工程間、第2・第3工程間、第3・第4工程間のバッファ容量を、それぞれ2, 2, 1 pcsに設定すれば、総処理時間の最小化は達成される。

5.2 考察 5.1節で得られた解の最適性を確認するために、バッファ容量を十分大きく設定した場合(予備実験で実施)、および最適解の近傍のバッファ容量を設置した場合について、総処理時間(10回の実験結果の平均)を表3に示す。表2および表3より、5.1節で得られた最適バッファ容量を設置することにより、各工程において、ブロッキングやスタービングは

表1 フロー形4段階工程機械生産システムの生産情報

Stage number	Content	Processing parameter					Tool parameter			Time parameter			Production quantity
		Depth of cut	Feed rate ¹	Work diameter ²	Work length	Extra travel of tool in feed	No. of teeth	l-min tool life speed	Slope constant	Preparation time	Tool re-placement time	Transfer time to stage k	
k No.		$d_{o,jk}$ mm	$f_{o,jk}$	$D_{j,k}$ mm	$L_{j,k}$ mm	$l_{j,k}$ mm	Z_k edge	C_k m/min	n_k	$t_{p,jk}$ min/pc	$t_{c,k}$ min/edge	t_m min/pc	N pcs
1	Turning	1.00	0.17	80-140	200-300	—	1	350	0.25	2.00	1.00	—	200
2	Boring	0.50	0.10	59	130-200	—	1	300	0.20	2.50	2.50	5.50	200
3	Milling	5.00	0.05	108	200-250	100	8	400	0.33	2.00	2.00	5.00	200
4	Drilling	—	0.15	25	95-140	—	2	350	0.33	2.50	0.50	2.50	200

¹ mm/tooth for No.3 stage and mm/rev for other stages.

² Work diameter for Nos. 1 and 2 stages and tool diameter for Nos. 3 and 4 stages.

表 2 フロー形4段階機械生産システムの最適バッファ容量とパフォーマンス

Stage number	Optimum buffer size	Machining speed	Operating (mean)	Blocked (mean)	Starved (mean)
No.	pcs	m/min	%	%	%
1	—	265.9	96.1	0.9	3.0
2	2	189.3	90.0	4.8	5.2
3	2	251.9	96.9	0.0	3.1
4	1	348.3	60.4	—	39.6
Expected maximum flowtime (min)				1046.0	

若干生ずるものの、総処理時間の最小化が達成されることを確認することができる。

4章で示した最適化手順を適用する場合、予備実験を実施して、各バッファ容量の上限値について見当をつけてから、初期基点を設定すると効果的である。この数値例では、上述のように最適性を確認できたのであるが、場合によっては、通常の直接探索法を適用する場合と同様、複数の初期基点について最適化手順を適用しなければならないこともありうる。また、シミュレーション実験回数に関しては、計算時間等を考慮して、通常の統計的検定が実施できるだけの標本が得られれば実用的にはじゅうぶんである。また、工程数が比較的多い場合でも、効率よく最適解に到達することが可能である。

従来、システム解析手法として位置づけられてきたシミュレーション技法を、システム最適化の目的で用いることができることを示した。そして、決定論的モデルの最適化手法を確率論的モデルに応用できることを確認した。なお、本論文では、SIMAN シミュレーション言語⁽⁷⁾を用いて、シミュレーション実験を実施し

表 3 バッファ容量と総処理時間の期待値

Buffer size bet. stages	Total buffer size	Expected maximum flowtime	Remarks
pcs	pcs	min	
(∞, ∞, ∞)	∞	1046	Optimum
(2, 2, 1)	5	1046	
(1, 2, 2)	5	1183	
(2, 1, 2)	5	1113	
(2, 1, 1)	4	1113	
(1, 2, 1)	4	1183	
(1, 1, 2)	4	1183	

た。

6. 結 言

(1) 多段階機械生産システムにおいて、工程間の搬送に伴う移動在庫を含めた仕掛在庫を考慮したバッファ容量の最適決定法を提案した。

(2) システムが多決定変数で表現される場合、シミュレーション・モデルに対する最適化手順を構築した。

(3) 数値計算例を示し、最適化手順の有効性を示した。

文 献

- (1) 人見・ほか2名, 機論, 48-436, C (1982), 1993.
- (2) 北原・児玉, OR による在庫管理システム, (1982), 15, 九大出版会.
- (3) 高桑, 機講論, No. 880-6 (1988-10), 390.
- (4) 人見, 生産システム工学 (増補版), (1983), 112, 共立出版.
- (5) 石井・堀, 工科系のための統計概論 (訳), (1968), 158, 培風館.
- (6) Hooke, R. and Jeeves, T. A., *J. Assoc. Comp. Mach.*, 8-2 (1961), 212.
- (7) 高桑, SIMAN による FA・生産システムのシミュレーション (訳), (1987), 143, コロナ社.