各工程が異なる機械台数を持つ自動化生産ライン* (多工程ラインの近似解法と挙動分析)

井山俊郎*¹, 石川廣志*²

A Study of Automatic Transfer Lines with a Different Number of Machines in Each Stage

(Approximate Solution Method for Production Rate in
Multistage Lines and Analysis of Line Behaviours)

Toshirou IYAMA and Hiroshi ISHIKAWA

In this paper, we consider an approximate solution method for a production rate in a multistage automatic transfer line. In this line, each stage has an unequal operation cycle time, and the number of machines installed in each stage is different. The approximate method consists of two steps. In step 1, the above line is replaced with the equivalent series line with one machine and equal operation cycle time using an imaginary buffer capacity. In step 2, the production rate of the equivalent series line is estimated by Yamashita and Suzuki's method. From the comparison between the approximate solution and the solution obtained by the Markov model or simulation method, it is demonstrated that the error is very small when the buffer capacity is greater than 2, and the error in step 1 disappears as the buffer capacity increases. Next we numerically analyze the effect of the number of machines and the position of the stage with more than one machines on the production rate.

Key Words: Production System, Process Planning, Production Management, Automatic Transfer Line, Production Rate, Approximate Solution Method, Machine Number, Buffer Capacity, Imaginary Buffer Capacity

1. 結 言

フローショップ形の自動化生産ラインでは工程間干渉が発生するため、単独工程に比べライン生産率は低下する。この現象は、各工程で発生する機械故障などが仕掛けジョブの停滞を引き起こし、前後の工程にアイドルやブロック状態を発生させそれが伝播するために起こる。したがって、自動化生産ラインを設計する場合、ラインパラメータと工程間干渉の関係を明らかにし、さらに、バッファ導入効果を明らかにする必要がある。これに対しBuzacottらはマルコフモデル⁽¹⁾⁻⁽³⁾を用いて、また、Sheskinらは近似解法⁽⁴⁾⁽⁵⁾を用いて各工程が同一加工サイクルタイムの1台の機械を持つ多工程直列形自動化生産ラインの挙動を解析し、各ラインパラメータが生産率に及ぼす影響とバッファ導入効果を、さらに、バッファ容量分配方法の影響を示した。

一方、各工程への作業配分の結果、各工程の加工サイクルタイムにアンバランスが生じ、その調整のため各工程に異なる機械台数を配置した自動化生産ライン

が導入される場合もある。しかし、このような各工程の加工サイクルタイムや機械台数が異なるラインに対しては、2工程ライン⁽⁶⁾⁽⁷⁾を除いてあまり研究が行われておらず多工程ラインの挙動はほとんど明らかにされていない。この場合、2工程ラインの挙動解析に用いられるマルコフモデルの手法は、工程数、機械台数、バッファ容量が増加するにつれライン状態数が急増するため、多工程ラインの挙動解析に適用するのは困難である。

そこで本研究では、各工程が異なる加工サイクルタイムと機械台数を持つ多工程自動化生産ラインの生産率を良好な精度で推定可能な近似解法を提案する。この近似解法は、各工程が複数台の機械を持つラインを仮想バッファ容量を用いて1台の機械を持つ等価な多工程直列形ラインに置き換え、さらにこのラインの生産率を近似的に解くといった手順で構成されている。また、近似解法を用いて、バッファ導入効果と各工程の機械台数が生産率に及ぼす影響を明らかにする。

2. モデルと近似解法

本研究で扱うラインは、図1に示すように N 個の工程と $N-1$ 個の工程間バッファで構成される。このとき、工程 $i(i=1, 2, \dots, N)$ は加工サイクルタイム T_i の

* 平成元年8月25日 東北支部盛岡地方講演会において講演、原稿受付 平成元年10月2日。

*¹ 正員、岩手大学工学部 (〒020 盛岡市上田4-3-5)。

*² 准員、日本電信電話(株) (〒110 東京都千代田区幸町1-1-6)。

同一機械 S_i 台を持ち、各機械の任意の加工サイクルタイムにおける加工可能、不可能状態確率を $A_i, 1-A_i$ とし、工程 $i-1, i$ 間のバッファ容量を $C_i (i=2, 3, \dots, N)$ とする。ただし、工程間の作業バランスを考慮して $T_i/S_i = \text{Const.}$ とする。また、定常状態におけるライン生産率 R は単位時間あたりの工程 N からの完成ジョブ平均出力個数とする。このラインは、各工程の機械台数と加工サイクルタイムが異なる点を除いて山下⁽⁵⁾のモデルと同じである。

本ラインを解析するにあたり以下の仮定を導入する。

(1) ジョブの移動時間は、加工サイクルタイムに比べ無視できるほど小さい。

(2) 加工可能および不可能状態確率は各機械、各加工サイクルタイムで独立である。したがって、各機械が加工可能状態にある時間は幾何分布となる。

(3) 工程 1 の各機械ではジョブの入力欠乏により機械が遊ぶアイドル状態が、工程 N の各機械では完成ジョブの出力閉そくにより機械が遊ぶブロック状態が発生しない。

(4) 工程 $i-1$ の各機械からの出力ジョブは、工程 i の任意の機械に入力可能である。

(5) 同一工程内の各機械でのアイドルとブロック状態の発生と解除に対する優先順位はランダムである。

ただし、(3)はラインで処理できる最大ジョブ個数を工程 1 に供給可能なためライン生産率の最大値を与え、(5)は工程内の S_i 台の機械が同一特性を持つため定常状態での生産率に影響を持たない。

上記ラインの挙動は、ライン状態とその推移を考えることによりマルコフモデルとして解析可能である。この場合、各工程の加工サイクルタイムや機械台数が異なるためライン状態の推移がすべて観察できるようにライン状態を観察する観察サイクルタイム t として各工程の加工サイクルタイムの最大公約数を選択する必要がある。

$$t = \text{G.C.M.} [T_1, T_2, \dots, T_N] \dots \dots \dots (1)$$

図 1 多工程自動化生産ライン

しかし、観察可能なライン状態数 $W(S_1, S_2, \dots, S_N)$ は式(2)で与えられ、工程数、機械台数、バッファ容量が増加するとライン状態数が急増し大形計算機を用いても解析が困難となる。ただし、 $n_i = T_i/t$, C は組合せを示す。

$$\begin{aligned} W(S_1) &= {}_{(S_1+n_1-1)}C_{(n_1-1)} \\ W(S_1, S_2) &= W(S_1) \cdot {}_{(S_2+n_2-1)}C_{(n_2-1)} \cdot (C_2+3) \\ W(S_1, S_2, \dots, S_N) &= W(S_1, S_2, \dots, S_{N-1}) \cdot \\ &\quad {}_{(S_N+n_N-1)}C_{(n_N-1)} \cdot (C_N+3) - \\ &\quad W(S_1, S_2, \dots, S_{N-2}) \cdot \{2 \cdot {}_{(S_{N-1}+n_{N-1}-1)}C_{(n_{N-1}-1)} \\ &\quad - \sum_{k=0}^{S_{N-1}-1} (k+n_{N-1}-1) C_{(n_{N-1}-1)} \cdot (S_{N-1}-k)\} \cdot \\ &\quad {}_{(S_N+n_N-1)}C_{(n_N-1)} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

したがって、各工程が異なる機械台数を持つ多工程ラインに対し近似解法を用いて生産率を求める必要がある。ここでは、次の二つの手順からなる解法を用いる。

(1) 手順 1 各工程が異なる機械台数を持つ多工程ラインを、仮想バッファ容量を用いて、各工程が 1 台の機械を持つ等価な多工程直列形ラインに置き換える。

(2) 手順 2 等価な多工程直列形ラインの生産率を、山下の方法⁽⁵⁾を用いて、近似的に推定する。

ここで手順 1 は、多工程ラインを相続く工程 $i-1, i (i=2, 3, \dots, N)$ とその間のバッファからなる $N-1$ 個の 2 工程ラインに分割し、個々の 2 工程ラインを仮想バッファ容量を用いて等価な 1 機械を持つ 2 工程直列形ラインに置き換え、さらに、このラインを連結し 1 機械を持つ多工程直列形ラインに再形成するステップからなる。例として、3 工程ラインの手順を図 2 に示す。ただし、仮想バッファ容量 C_{ii} は、工程 $j (j=1, 2)$ の機械台数 S_{i+j-2} , 加工サイクルタイム T_{i+j-2} さらにバッファ容量 C_i の 2 工程ラインの生産率 R^*_i を工程 j の機械台数 1, 加工サイクルタイム T_{i+j-2}/S_{i+j-2} の 2 工程直列形ラインで生み出すのに必要なバッファ容量である。したがって、 R^*_i はマルコフモデルで解くことが可能なため、各工程が 1 機械を持つ 2 工程直列形ラインの生産率とバッファ容量の関係に補間法を適用し、 R^* を与えるバッファ容量として C_{ii} が求められる。また、仮想バッファ容量を数値解析した結果、種々の機械台数、加工可能確率、工程間バッファ容量の組合せに対し、 $\Delta C_i = C_{ii} - C_i$ は $C_i \geq 2$ でほぼ一定となることが示され C_{ii} は $C_i + \Delta C_i$ の一次式で近似的に推定される。

この結果、各工程が異なる複数の機械台数を持つ多工程ラインは、 $C_i \geq 2$ の場合、 $C_{ii} = C_i + \Delta C_i$ を用いて

各工程が機械台数1の等価な多工程直列形ラインに置き換えられ、この等価ラインに対し山下らの多工程直列形自動化生産ラインの生産率推定法が適用できる。山下らの方法を適用するにあたり、少なくとも工程 i に仕掛けジョブがある確率 U_i 、工程 i がブロック状態にある確率 V_i に対し式(3)、(4)を用いる。

$$U_i = \frac{\rho_i(1-\rho_i K_i^{C_{i+1}})}{1-\rho_i^2 K_i^{C_{i+1}}} \quad (K_i \neq 1; i=2, 3, \dots, N)$$

$$= \frac{1-W_i+C_{i+1}}{2(1-W_i)+C_{i+1}} \quad (K_i=1) \dots\dots\dots (3)$$

$$V_i = \frac{\rho_{i+1} K_{i+1}^{C_{i+1}}(1-\rho_{i+1})}{1-\rho_{i+1}^2 K_{i+1}^{C_{i+1}}} \quad (K_{i+1} \neq 1; i=2, 3, N-1)$$

$$= \frac{1-W_{i+1}}{2(1-W_{i+1})+C_{i+1}+1} \quad (K_{i+1}=1) \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 P_i を任意の加工サイクルタイムの初めに工程 i に仕掛けジョブがありかつそのジョブがそのサイクルタイムで加工される確率、 W_i を加工サイクルタイムの初めに工程 i に加工すべき仕掛けジョブがあるという条件下でそのサイクルタイムにそのジョブを工程 i から出力する確率と定義し、 ρ_i, K_i は式(5)で与えられる。

$$\rho_i = P_{i-1}/W_i \dots\dots\dots (5)$$

$$K_i = P_{i-1}(1-W_i)/[(1-P_{i-1})W_i]$$

山下らの方法による計算手順の概略は以下のとおりである。

(1) $P_1=A_1, W_2=A_2$ として式(3)から U_2 を求め、 $P_2=A_2U_2$ を計算する。以下、得られた P_{i-1} と

$W_i=A_i$ から U_i を求め、 $P_i=A_iU_i$ を $i=3, 4, \dots, N$ について逐次計算する。

(2) $W_N=A_N$ と手順(1)で得られた P_{N-1} を用いて式(4)から V_{N-1} を求め、 $W'_{N-1}=A_{N-1}(1-V_{N-1})$ を計算する。以下、 $W_i=A_i$ と手順(1)で得られた P_{i-1} から V_{i-1} を求め、 $W'_{i-1}=A_{i-1}(1-V_{i-1})$ を $i=N-1, N-2, \dots, 3$ について逐次計算する。

(3) 手順(2)で得られた $W'_i(i=2, 3, \dots, N-1)$ を手順(1)の W_i に代入し新たな P_i を求める。以下、手順(2)と手順(1)を P_N の値が収束するまで繰返す。収束した P_N が生産率となる。

3. 近 似 誤 差

本研究で提案した近似解法は、二つの手順からなり、手順1では、各工程が異なる機械台数を持つ多工程ラインを1機械を持つ多工程直列形ラインに置き換えるための誤差(ERR1)が、手順2では、1機械を持つ多工程直列形ラインを近似的に解くための誤差(ERR2)が生じる。一例として図3～5に近似解法で得られた生産率とマルコフモデルあるいはシミュレーションで得られた生産率の差ERR(ERR1+ERR2)を $N=3 \sim 5, T_i/S_i=1, A_i=0.8, C_i=\text{Const.}$ の条件下で種々の機械台数の組合せに対し示す。図3～5中、()内の数値は、工程1, 2, ..., N の機械台数を示し、 $N=4$ の一部と $N=5$ はシミュレーション結果との比較である。この結果、各工程が複数機械を持つラインの誤差ERRは、バッファ容量が小さな所で、1機械を持つ山下らのラインの誤差ERR2(一点鎖線)より小さくなる場合があることが示される。これは手順1の誤差が手順2の誤差を打ち消すために起こる。また、ERRは

図2 1機械のラインへの置換え

図3 3工程ラインの誤差

バッファ容量が大きくなるにつれ各工程が1機械を持つ山下りのラインの誤差に収束することが示される。したがって、ERR 1はほとんどなくなると考えられ手順1の置換えが可能となり、ここで示した近似解法はERR 2が支配的となる。このとき、 $C_i \geq 2$, $A_i \geq 0.7$ の種々の機械台数の組合せに対し、|ERR|はマルコフモデルとの比較では3, 4工程ラインに対し絶対誤差0.0002(相対誤差0.03%), 0.0008(0.15%)以下、シミュレーションとの比較では4, 5工程ラインに対し約0.002(0.4%), 0.003(0.5%)以下である。

4. バッファ導入効果と機械台数の組合せの影響

異なる機械台数を持つラインのバッファ導入効果を

図4 4工程ラインの誤差

図6 バッファ導入効果

図5 5工程ラインの誤差

図7 機械台数の組合せの影響

るほど大きくなる。したがって、この現象は、異なる加工能率を持つ工程の並びに対し、Hillier らが示した Bowl-phenomenon⁽⁸⁾ と同様の現象と解釈でき、各工程の機械台数の組合せを考えると、機械台数の多い工程を高い加工能率を持つ工程として扱うことができる。また、機械台数の増加は単調に生産率増加をもたらしているが、バッファ容量が増加するにつれこの増量は小さくなる。

5. 結 言

本研究では、各工程が異なる加工サイクルタイムと機械台数を持つ多工程自動化生産ラインの生産率を推定する近似解法を提案し、工程間バッファ容量が2以上のラインに対し良好な精度で生産率が推定できることを明らかにした。また、精度を上げるには、各工程が1機械を持つ多工程直列形ラインに対する近似解法の

精度を上げる必要があり、今後の課題である。次に、機械台数の影響として、機械台数の増加は生産率増加をもたらし、さらに、機械台数の多い工程をライン中央に配置すると端に配置する場合より生産率が向上することを示した。

文 献

- (1) Buzacott, J. A., *Int. J. Prod. Res.*, 5-3(1967), 183.
- (2) 岡村・山品, 精密機械, 39-6(1973), 34.
- (3) Shanthikumar, J. G. and Tien C. C., *Manage. Sci.*, 29-9(1983), 1069.
- (4) Sheskin, T., *AIIE Trans.*, 8-1(1976), 146.
- (5) 山下・鈴木, 機論, 53-487, C(1987), 807.
- (6) Ignall, E. and ALVIN Silver P. E., *AIIE Trans.*, 9-2(1977), 183.
- (7) 井山・石川, 機械学会東北支部盛岡地方講演会概要集, (1989-8), 130.
- (8) Hillier, F. S. and Boling, R. W., *J. Ind. Eng.*, 17-12(1966), 651.