歯車騒音の放射パワーの推定に関する研究*

(第2報 軸一体円板からの音響放射パワーの推定および実験)

林 巖^{*1}, 岩附信行^{*1}, 牧 泰希^{*2}

Estimation of Noise Power Radiated from Gear Bodies

(2nd Report: The Estimation and Measurement of the Radiated Sound Power from Circular Plates with a Solid Shaft)

Iwao HAYASHI, Nobuyuki IWATSUKI and Hiroki MAKI

The circular plates with a solid shaft were dealt with as a simple model of gear bodies, and the three parameters for estimation, the total loss factor, the radiation loss factor, and the driving point mobility of the plates, were calculated according to the theory and formulae derived theoretically in the first report. They were also measured. By using these calculated and measured parameters, the sound power radiated from the plates was estimated and was compared to the one measured by means of the sound intensity method. The estimated absolute frequency spectrum of the radiated sound power coincided well with the measured one. Then it was revealed that the estimation theory of radiated sound power was correct and useful.

Key Words: Machine Element, Gear, Gear Noise, Estimation Method, SEA Method
Modal Analysis

1. 緒 言

種々の機械装置の品質向上のために、そこに用いられている歯車装置の低騒音化が重要な課題となっている。このために、歯車の発生騒音をその設計時に精密に推定する手法の開発が望まれている。そこで、著者らは、歯車騒音の大部分を占めると考えられる歯車本体の屈曲振動により放射される音響パワーに着目し、その周波数特性を正確に推定する手法を試みている。

前報⁽¹⁾では、損失係数の定義から振動平板の音響パワーの推定式を導き、その絶対レベルの周波数特性を推定する手順を示した。さらに具体的に、歯車円板の単純なモデルとして、軸一体円板を対象とし、減衰を考慮した振動解析を行い、音響放射パワーの推定に必要な全損失係数、駆動点モビリティおよび放射損失係数の各パラメータの周波数特性式を理論的に導いた。

本報では、それらのパラメータを用いて、軸一体円

板を軸方向に定常加振した場合の音響放射パワーの推定を試みた。また、音響インテンシティ法による音響放射パワーの測定実験を行い、実測値と推定値とを比較し、検討を行った。さらに、従来の統計的エネルギー解析法による推定結果との比較を試みた。

2. 軸一体円板の実験モード解析

本研究で対象とした軸一体円板の一例を図1に示す。軸径 $2r_s = 70\text{ mm}$ 、円板外径 $2r_o = 200\text{ mm}$ とし、この他に板の厚さ h が 15 mm と 25 mm の計3種類を準備した。また材質は鋼材S45Cで、密度 $\rho = 7860\text{ kg/m}^3$ 、縦弾性係数 $E = 205.8\text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu =$

図1 対象とした軸一体円板の例

* 平成元年11月9日 シンポジウム=歯車および伝動機構において講演、原稿受付 平成2年1月23日。

^{*1} 正員、東京工業大学精密工学研究所 (〒227 横浜市緑区長津田町4259)。

^{*2} 准員、トヨタ自動車(株) (〒471 豊田市トヨタ町1)。

0.3として解析した。

表1の機器を用いて、時間領域の多自由度法による実験モード解析を行い、固有振動モードの周波数 f_{ns} および固有周波数における減衰比 ζ_{ns} を求めた。ここに添字 n, s はそれぞれ円板の節直径数、節円数を表す。

測定された固有周波数は、前報⁽¹⁾において示した理論モード解析によって得られた固有周波数とよく一致し、理論解析の妥当性が検証された。なお、結果の詳細については文献(2)、(3)にてすでに報告している。

3種類の円板について、測定したすべての固有モードの減衰比 ζ_{ns} を固有周波数 f_{ns} に対してプロットしたものが図2である。減衰比の最大値は約0.02であり、モード減衰の仮定が成立する減衰比の条件 $\zeta_{ns} \leq 0.2$ ^{(4),(5)}を満足する。したがって、多自由度振動系である軸一体円板を非連成の独立した固有振動モードの集合体として扱えることが確認できた。以下、前報で説明したように、固有周波数 f_{ns} および実験モード解析で得られた減衰比 ζ_{ns} を用いて、軸一体円板の減衰強制振動解析を行い、必要なパラメータを求める。

3. 推定に用いるパラメータの算出

3.1 全損失係数 次の式(1)より求めた全損失係数 $\eta_{dis}(\omega)$ を図3に示す。

$$\eta_{dis}(\omega) = \frac{\sum \eta_{dis,ns} \cdot \omega_{ns} \cdot m_{ns} \cdot F_{0,ns}^2}{\sum \omega_{ns}^2 \cdot m_{ns} \cdot F_{0,ns}^2} \omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ω_{ns} はモード (n, s) の固有角周波数、 $\eta_{dis,ns}$ は ω_{ns} における全損失係数であり、次式で与えられる。

$$\eta_{dis,ns} = 2 \zeta_{ns} \quad \dots\dots\dots (2)$$

また、 m_{ns} はモード質量を表し、 $F_{0,ns}$ はモード座標における振幅を表す。これらのパラメータの詳細については前報⁽¹⁾を参照されたい。さらに記号 Σ は固有モードに関する総和を表す。

図3中の●、▲、■の記号が実験モード解析で求めた $\eta_{dis,ns}$ であり、曲線が式(1)による全損失係数の周波数特性 $\eta_{dis}(\omega)$ である。板厚により多少異なるが、

表1 モード解析に用いた機器

Frontend	Multi-channel FFT Analyzer S C A D A S Two-channel FFT Analyzer B & K 2 0 3 4
Accelerometer	B & K 4 3 7 5 (×2) (0.1 Hz ~ 16.5 kHz)
Impact hammer	B & K 8 2 0 2
Modal analysis software	L M S C A D A X - 5 2 0 0 Multi-input ver. X - 5 2 1 0

全損失係数は3 kHzまでに急激に増加し、その後多少変動しながらも周波数とともに漸減する傾向がある。

3.2 駆動点モビリティ 次の式(3)より求めた駆動点モビリティ $Y(\omega)$ の振幅 $|Y(\omega)|$ について、例として板厚5 mm, 15 mm, 加振位置(半径 $r_0 = 90$ mm, 偏角 $\theta_0 = 0^\circ$)に対する結果を図4に示す。

$$Y(\omega) = \sum \frac{[w_{ns}(r_0, \theta_0)]^2}{\eta_{dis,ns} \omega_{ns} m_{ns}} \sin \phi_{ns} e^{-j(\phi_{ns} - \pi/2)} \quad \dots\dots (3)$$

ここで、 w_{ns} は各固有モードにおける円板の軸方向変位の固有関数であり、 ϕ_{ns} は加振力に対する振動変位の位相遅れを表す⁽¹⁾。

また、表2の測定機器を用いて駆動点モビリティの測定実験を行った。軸一体円板を図5のように幅60 mm奥行80 mm高さ250 mmの鋼製(S45C)支柱にボルトで固定して軸方向にランダム加振し、インピーダンスヘッドで測定した加振力と、加速度計で測定した振動加速度を積分した速度との間の伝達関数をFFT分析器を用いて算出し、駆動点モビリティとした。得られた実験結果を図4に重ねて示す。図4中の実線が式(3)による理論値で、破線が実験値である。

図より、板厚15 mmの低周波数域での値ならびに反

図2 固有周波数における減衰比

図3 軸一体円板の全損失係数

共振点近傍での値には若干の差はあるものの、共振点の位置すなわち固有周波数ならびにそのときの値については、理論値と実験値はよく一致しており、前報に示した減衰強制振動の理論解析が正しいことがわかる。

入力パワーの推定に必要な駆動点モビリティの実数部 $R_o(Y(\omega))$ の周波数特性を板厚 5 mm, 15 mm の例についてそれぞれ図 6, 図 7 に示す。図において実線が理論値で、破線が実験値である。

理論値については、図 4 の振幅の周波数特性でみられた反共振点はすべて消失するが、実験値では依然として存在し、それらの近傍での誤差が大きい。また、図 6, 7 のいずれも 500 Hz 以下で理論値が実験値より小さく、誤差が大きい。これは、理論解析では無視していた支柱の振動モードによる影響と考えられる。その他の周波数域、とくに共振点近傍では理論値がやや大きめではあるがほぼよく一致している。したがって、得られた駆動点モビリティを用いれば、円板への加振力の周波数特性を与えて、入力パワーの周波数特性を精度よく推定することができると考えられる。

図 4 駆動点モビリティの振幅の例

図 5 駆動点モビリティの測定

3. 3 放射損失係数 軸一体円板の理論モード解析および音場解析を経て、次の式(4)により求めた放射効率 $\sigma_{rad}(\omega)$ を図 8 に、式(5)により求めた放射損失係数 $\eta_{rad}(\omega)$ を図 9 に示す。

$$\sigma_{rad}(\omega) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{p_{rms}^2}{\rho_{air} v_{air}} R^2 \sin \phi d\phi d\theta}{\pi \rho_{air} v_{air} (r_o^2 - r_s^2) \langle [\dot{u}_z(\omega)]^2 \rangle} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\eta_{rad}(\omega) = \frac{\rho_{air} v_{air}}{\omega \rho h} \sigma_{rad}(\omega) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 ρ_{air} , v_{air} はそれぞれ空気密度および空

表 2 駆動点モビリティおよび音響インテンシティの測定に使用した機器

Analyzer	Two-channel FFT Analyzer B & K 2034
Sound Intensity Microphone	B & K 3520 (20Hz-5kHz) B & K 4178 (6Hz-14kHz)
Impedance Head	B & K 8201
Exciter	EMIC 512

図 6 5 mm 厚円板の駆動点モビリティ(実数部)

図 7 15 mm 厚円板の駆動点モビリティ(実数部)

気中の音速で, $\rho_{air} = 1.293 \text{ kg/m}^3$, $v_{air} = 331.5 \text{ m/s}$ を用いた。また p_{rms} は試験円板を囲む半径 R の半球面上の点における音圧の実効値を, $\langle [\hat{u}_z(\omega)]^2 \rangle$ は円板の軸方向の平均2乗速度を表す⁽¹⁾。

図8に示した放射効率は, 板厚 5 mm が $500 \text{ Hz} \sim 3 \text{ kHz}$ において局所的な変動を有するのを除き, 板厚にかかわらず, $0 \sim 2.5 \text{ kHz}$ の間に急激に増加して約1になり, 以後わずかに漸増するという傾向がある。また, 長方形板では, 屈曲振動の伝播速度と音速が等しくなる臨界周波数において放射効率が1に比べて著しく大きくなることが知られている^{(7),(8)}が, 本研究の軸一体円板ではそのような傾向は見られなかった。これは, 長方形板の場合と異なり, 腹の振幅ならびに節円の間隔が一定でない定在波を生じるために, 振動の伝播速度と音速が厳密に等しくならないためと考えられる。

図9の放射損失係数については, 放射効率の特性を反映し, 板厚 5 mm の場合の 3 kHz 以下でのわずかな変動の部分を除き, 3種類の円板とも約 1 kHz 以上では板厚に対応した値ではほぼ一定となる。

4. 音響放射パワーの推定および測定実験

4.1 推定手法および測定の実験装置 前章までに求めた全損失係数, 駆動点モビリティおよび放射損失係数を用いれば, 式(6)により加振力 P が与えられた場合の軸一体円板の音響放射パワーの周波数特性 $W_{rad}(\omega)$ を推定することができる⁽¹⁾。

$$W_{rad}(\omega) = \frac{\eta_{rad}(\omega)}{\eta_{dis}(\omega)} W_{in}(\omega) \dots\dots\dots (6)$$

ここに $W_{in}(\omega)$ は入力パワーで, 次式で与えられる。

$$W_{in}(\omega) = (1/2) P_0^2 R_0 \{Y(\omega)\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに, P_0 は加振力スペクトルの振幅である。

歯車への加振を想定して, 軸一体円板を衝撃加振し

図8 軸一体円板の放射効率

た場合の音響放射パワーを推定した。ただし, 理論振動解析との整合のために, 加振方向は図10のように軸方向とした。また同時に, 音響放射パワーの測定を行った。測定機器は表2のとおりで, 加振力はインピーダンスヘッドにより測定し, 音響放射パワーの測定は音響インテンシティ法⁽⁹⁾により, 図10のように軸一体円板を取り囲む半球上の36ヵ所の測定点で音響インテンシティを測定し, 空間的に積分して求めた。

4.2 推定および測定の結果 加振周波数 $f_0 = 33 \text{ Hz}$ で 5 mm 厚の軸一体円板を衝撃加振した例の推定結果ならびに測定結果を図11に示す。図(a)は加振力 P の時間波形を, 図(b)は加振力の実効値 P_{rms} のスペクトルを示す。図(c)は入力パワー W_{in} であり, 図中の太実線が図6に示した駆動点モビリティの理論

図9 軸一体円板の放射損失係数

図10 音響放射パワーの測定

値と加振力の実効値 P_{rms} を用いて求めたもの、他方細実線が駆動点モビリティの実験値を用いて求めた入力パワーである。図(d)および図(e)は音響放射パワー W_{rad} の推定値と測定値であり、図(d)の細実線が実験値の駆動点モビリティを用いて算出した入力パワーから推定した音響放射パワーで、図(e)の太実線が理論値の駆動点モビリティを用いた入力パワーによる推定値である。また図(d)および図(e)の破線は音響インテンシティ法による音響放射パワーの測定値である。

図(d)の駆動点モビリティの実験値を用いた場合、約8 kHz～9 kHzの範囲で推定値と測定値の差がやや大きい、その他の部分ではピークの位置および全体のレベルともよく一致している。図(e)の駆動点モビリティの理論値を用いた場合、約6 kHz以上で推定

値が測定値に比べやや大きいこと、および各固有周波数の誤差によるピーク位置の小さなずれが見られるが、全体のレベルならびに変動ともよく一致している。

同じ5 mm厚の円板を周波数 $f_0 = 25$ Hzで衝撃加振した例の結果を図12に示す。図中の曲線の意味は図11と同じである。図(b)のように、図11の例と比較して広い範囲の周波数成分を含む力が加わった場合であるが、図(d)および図(e)から明らかなように、実験値と理論値のいずれの駆動点モビリティを用いても、音響放射パワーの推定値はそのピークの位置および全体のレベルとも測定値とよい一致を示している。したがって、本研究の手法により、軸一体円板について、種々の加振力に対する音響放射パワーの周波数特性を精度よく推定できることがわかる。

図11 5 mm厚円板の音響放射パワーの推定結果1

図12 5 mm厚円板の音響放射パワーの推定結果2

次に、板厚 15 mm および 25 mm の円板を周波数 $f_0 = 25 \text{ Hz}$ で加振した場合の音響放射パワーの推定結果ならびに実験結果を図 13 (a), (b) に示す。図中の細実線が実験値の駆動点モビリティを用いた音響放射パワーの推定値、太実線が理論値の駆動点モビリティを用いた推定値、太破線が測定値である。

板厚 15 mm, 25 mm のいずれも、実験値の駆動点モビリティを用いた推定値(細実線)は、約 5 kHz 以上の周波数範囲ではややレベルの差が出ているが、低い周波数範囲ではピーク位置および全体のレベルとも測定値とよく一致している。理論値の駆動点モビリティを用いた推定値(太実線)は、2.5 kHz ~ 3 kHz 以上ではほぼ同じ傾向を示しており、測定値とよく一致している。しかしながら、それ以下の周波数では測定値に対して小さな値をとっており、やや大きな誤差を生じている。

この推定誤差は、実験値の駆動点モビリティを用いた音響放射パワーの推定値が測定値とよく一致していることから、図 7 に見られるように 2.5 kHz ~ 3 kHz 以下の低周波数範囲での駆動点モビリティの理論値の誤差に起因するものであることがわかる。この駆動点モビリティの誤差の原因は、理論解析では無視していた軸および支持部の振動の影響であると考えられる。すなわち、板厚が増すにつれ円板、軸および支柱も含めた振動系の固有モードが誘起され、駆動点モビリティが大きくなっていると考えられる。

そこで、板厚 25 mm の円板を支柱に柔らかいゴムを介して支持し、円板だけの固有振動モードが発生する

ようにして駆動点モビリティを測定した。その結果を図 14 に示す。図中の太実線が理論値、太破線が円板をボルトで固定した場合の実験値、細実線がゴムを介して弾性支持した場合の実験値である。図から、弾性支持とすることにより、2 kHz ~ 3 kHz および 4.5 kHz ~ 6 kHz の範囲で駆動点モビリティの実験値が減少し、理論値と一致するようになることがわかる。また概算の結果、図 14 のボルトで固定した場合の実験値(太破線)の約 500 Hz および約 2 kHz のピークは、それぞれ支柱の加振方向に曲げたわみを生じる固有モード、および軸と支柱が一体で変形し円板が鉛直軸回りにねじられる固有モードによるものであることがわかった。これらのことから、理論値の駆動点モビリティを用いた推定値の誤差は、理論解析で無視した軸および支柱の振動系の固有モードの影響によることが確認できる。

以上、板厚が大きい場合の低周波数範囲を除けば、推定値は全体のレベルおよび変動とも測定値とよく一致しており、本研究の手法が軸一体円板の音響放射パワーの定量的な推定に有効であると言える。

4・3 軸一体円板の音響放射特性 図 11 と図 12 の入力パワーの図(c)と音響放射パワーの図(d)および図(e)を比較すると、入力パワーの周波数特性の特徴が全周波数帯域を通じそのまま音響放射パワーの周波数特性に現れていることがわかる。また、板厚 15 mm および 25 mm の結果も同様の傾向がある。

これは軸一体円板からの音響放射パワーに関与する 3 個のパラメータのうち、放射損失係数および全損失係数が、低周波数域の一部を除いて単調に変化ししかも高周波数域ではほぼ一定であるために、式(6)で用いられるそれらの比 $\eta_{rad}(\omega)/\eta_{dis}(\omega)$ も周波数に対してほぼ一定となるためである。

図 13 15 mm 厚と 25 mm 厚円板の音響放射パワーの推定結果

図 14 25 mm 厚円板の駆動点モビリティ(実数部)

よって、軸一体円板の音響放射特性は、入力パワーの周波数特性に強く依存しており、その因子である、
(1)固有モードに大きく影響される駆動点モビリティ、
(2)加振力の周波数特性に強く依存することがわかる。

5. 統計的エネルギー解析法との比較

騒音の解析には、統計的エネルギー解析 (SEA) 法^{(9)~(11)}がよく用いられる。この手法は、統計学での最尤推定量に相当する、時間、空間および周波数に関する平均値を用いて系の特性を論ずる手法で、適当な周波数帯域内に十分な数の固有モードがあることを前提として、帯域毎に騒音の推定を行うものである。ここでは本研究で求めたパラメータを用いて、統計的エネルギー解析法による軸一体円板の音響放射パワーの推定を行い、本研究の推定法による結果と比較する。

周波数帯域幅は $1/3$ オクターブバンドとし、前章までに理論的に求めた全損失係数、駆動点モビリティ、放射損失係数、および測定した加振力スペクトルそれぞれの各帯域における平均値を求め、式(6)、(7)により音響放射パワー W_{rad} を推定した。ただし、その周波数帯域に固有振動モードが存在しない場合は、隣合う複数の帯域幅での平均値を求めた。

板厚 5 mm、25 mm 円板を衝突加振した場合の音響放射パワーの推定結果を図 15 (a)、(b) にそれぞれ示す。図の記号●が統計的エネルギー解析法による推定値で、太実線が本研究の推定値、太破線が測定値である。

この図から、統計的エネルギー解析法の推定値のレベルは測定値とほぼ一致していると言える。しかし中心周波数が 2 kHz 以上では帯域幅が約 500 Hz 以上に広がるため、ピークの位置や大きさあるいは全体的なレベルの変動など、測定値の周波数特性の特徴がほとんど現れていない。とくに、この周波数範囲では統計的に求めた駆動点モビリティはほぼ一定の値をとっており、前章で述べたように得られる音響放射パワーの変動も小さくなる。また逆に、低周波数範囲では存在する固有モードが少なく、推定値が得られない。これは板厚が増すにつれ顕著になる。本研究では、歯車を想定しており、極端に薄い円板は用いられない。したがって、統計的エネルギー解析法による推定では、騒音低減に寄与する有益な情報は得られにくく、本研究の推定法がより有用であると思われる。

6. 結 言

歯車騒音の放射パワーの推定法を確立するために、定常加振される軸一体円板を対象として、前報で理論的に導出した推定のための基礎式を適用して、音響放

図 15 統計的エネルギー解析法による音響放射パワーの推定

射パワーの絶対レベルの周波数特性の推定を試みた。得られた主な結果は次のとおりである。

(1)推定した軸一体円板の音響放射パワーの周波数特性は、音響インテンシティ法による実測値と定性的、定量的によく一致しており、本研究の手法は円板の屈曲振動に起因する騒音の推定法として有効である。

(2)軸一体円板の場合、全損失係数および放射損失係数の周波数特性がほぼ平坦なため、入力パワーの周波数特性がほぼ音響放射パワーの周波数特性に現れる。

(3)すなわち、軸一体円板の音響放射特性は、固有振動モードが大きく影響する駆動点モビリティ、および加振力の周波数特性に強く依存する。

東京工業大学精密工学研究所 林 輝 教授には、日頃本研究に関して貴重なご助言をいただいている。また、松賀機器(株)東京支店 B K 課、構造解析課には実験装置等に関してご助力を受けた。以上記して謝意を表す。

文 献

- (1)林ほか2名、本論文集、A'-77.
- (2)林ほか2名、機論、55-516 C (1989), 1885.
- (3)林ほか2名、機論、56-524 C (1990), 952.
- (4)谷口ほか1名、新版工業振動学、(1986), 308, コロナ社.
- (5)S. Timoshenkoほか2名、Vibration Problems in Engineering-Fourth Ed., (1974), 346, John Wiley & Sons.
- (6)T. K. Caughey, J. Applied Mechanics, June (1960), 269.
- (7)G. Maidanik, J. Acoust. Soc. Amer., 34-6 (1962), 809.
- (8)子安、日音誌、43-12 (1987), 960.
- (9)R. H. Lyon, Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems, MIT Press (1975).
- (10)小泉、日音誌、36-8 (1980), 402.
- (11)岩重ほか1名、日音誌、36-9 (1980), 447.