接触面の非線形動力学的解析と精密心出し作業への応用*

(第1報, 摩擦力モデルの構築)

西 脇 眞 二^{*1}, 吉 村 允 孝^{*2}, 人 見 勝 人^{*2}

An Analysis of the Nonlinear Dynamics of Contact Surfaces and its Application to Precise Centering Operations (1st Report, Constructing a Frictional Force Model)

Shinji NISHIWAKI, Masataka YOSHIMURA and Katsundo HITOMI

The centering operation which accurately sets a workpiece in a required position is important for precise manufacturing. However, this operation is usually conducted by the operator on the basis of his experience and has not yet been well automated. The relationship between an impact force applied on a workpiece and the dynamic displacement behavior of the workpiece is clarified in this paper as fundamental research for realizing automatic centering operations of workpieces. First, a frictional force model is constructed by considering nonlinear characteristics of the frictional force. Then, the dynamic frictional characteristics of workpieces on the contact surfaces are clarified using the numerical analyses of workpiece models with the frictional force model. The proposed frictional force model is proved to be appropriate for simulating the actual behaviors of workpieces by comparing the simulated results with the measured results with experimental equipment.

Key Words: Centering Operation, Precise Manufacturing, Workpiece, Contact Surface, Frictional Force, Nonlinear Dynamics

1. 緒 言

テーブルやパレット上に置かれた工作物を微小移動させて、工作物を目的の位置にセッティングする心出し作業は、工作物を加工する前段階として重要な工程である。この工程においては、従来では、工作物を置くテーブルやパレットをモータなどで移動させる方法を用いており、工作物をさらに正確に微小移動させる時には、熟練工の経験に基づく手作業によらなければならない。この手作業では、テーブル上に置かれた工作物に衝撃力を加える方法が多く用いられている。この衝撃力の加え方を工夫することによって、かなり微小に工作物を移動することができ、かつさまざまな形状の工作物に対しても、目的の位置に移動させることが可能である。

手作業に頼っていたこの工作物の微小移動を自動化するためには、工作物に加えられる衝撃力と工作物の移動量との関係を、明らかにすることが必要である。また、この関係に大きく寄与しているものは、工作物

とテーブルの間に生じる摩擦力であるから、衝撃力と工作物の移動距離の関係を知らなければならない。摩擦力の動学的な性質を把握しなければならない。

接触面での摩擦力の性質を解明するために、従来からさまざまなモデルが提案されてきている^{(1)~(3)}。しかし、これらのモデルは、静的な有限要素解析や、スティック・スリップ現象を解明するためのモデルであって、本論文で対象としている現象の解明には不適當である。

本論文では、精密心出し作業の自動化の第1段階の研究として、接触面の摩擦力モデルを構築する。そこで、まず2章において、摩擦力の満足すべき条件および性質を考察する。次に、3章では、解析的に解きうる摩擦力のモデルについて考察を行う。4章では、2章で述べた摩擦力の満足すべき条件に適合した数値解析モデルを構築する。5章では、そのモデルを用いて数値計算を行った結果を示し、さらに6章では、数値計算結果を、実験によって検証する。2章から5章までの解析および数値計算は、一般的な物体における摩擦問題に適用できるため、“工作物”を“物体”と表現する。

* 原稿受付 平成2年1月10日。

^{*1} 正員, 京都大学大学院 (〒606 京都市左京区吉田本町) (現在豊田中央研究所)。

^{*2} 正員, 京都大学工学部。

2. 接触面摩擦力の満たすべき条件と性質

2・1 エネルギーの散逸の仕方に関する条件 摩擦力を表すモデルは、従来からさまざまなものが提唱されている。例えば、Banerjee⁽¹⁾、Chun⁽²⁾らは、スティック・スリップ現象を解析するためのモデルを、Pires⁽³⁾は静的な摩擦力を解析するためのモデルを提案しているが、これらは対象とする現象解明に用いられるモデルであっても、本研究の問題に対しては不十分である。

そこで、まず動的に作用する摩擦力の満たすべき条件と性質について考察する。図1に示すように、物体Aに水平方向から外力 $f_{out}(N)$ を加えた時、摩擦力 $f(N)$ が生じたとする。鉛直方向には、重力 $mg(N)$ [m : 物体Aの質量(kg), g : 重力加速度(m/s^2)]と垂直抗力 $N(N)$ が作用するとする。この時、物体Aに関する運動方程式は次のようになる。

$$m\ddot{x} + f = f_{out} \dots\dots\dots (1)$$

上式を x について積分し、さらに時間 t で微分するとエネルギーの時間変化率を示す次式が得られる。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}\right) = -f \cdot \dot{x} + \frac{dU_{out}}{dt} \dots\dots\dots (2)$$

ただし

$$U_{out}: \text{外力から得たエネルギー} = \int f_{out} dx$$

摩擦力は物体の運動を絶えず停止させるように作用する。これは、摩擦力は物体の運動エネルギーを絶えず減少させるように作用することを意味する。したがって、外力が作用している間は、式(2)の dU_{out}/dt が正であるから、運動エネルギーの時間微分は正になり得るが、外力が作用し終わった後には常に負であるから、式(2)の $f \cdot \dot{x}$ は常に正でなければならない。すなわち、速度と摩擦力の関係は、速度と摩擦力の座標空間上の第1象限と第3象限内の曲線で表される。

摩擦力は、物体Aの変位 x 、速度 $\dot{x}$ 、加速度 $\ddot{x}$ などの関数であると考えられるが、陽に変位 x の関数で

図1 摩擦力の作用する表面上での物体の運動

あるとすれば、上述のことから常にエネルギーが散逸するように作用するとはいえない。また陽に加速度 $\ddot{x}$ の関数であるとした場合、速度と摩擦力の空間上で履歴をもつ曲線として表現されるが、このような現象が本研究で問題とするような物体の移動運動へ及ぼす影響は小さいので、摩擦力のモデルを単純化するために、ここでは摩擦力の履歴作用を考えないことにする。以上から本論文では、摩擦力は陽には速度のみの関数であるとする。

例えば、摩擦力と速度の関係が図2のようであるとする。このとき、図2の斜線部分の面積は、 $f \cdot \dot{x}$ 、つまり、摩擦力のエネルギー散逸率に相当するので、この面積が大きいほど、物体が短い移動距離で停止することになる。いま、摩擦力を $f_s(\dot{x}) = a_s \dot{x}^s$ (s は実数)なる式で表した場合を考える。この時、 $s = -1$ の場合である図2に示した $f_{-1}(\dot{x}) = a/\dot{x}$ ($a > 0$)上の2点 P_1 と P_2 は、同一のエネルギー散逸率の値をもつ点となる。そして、

$$s > -1 \text{ の時: } \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \{f_s(\dot{x})\} > 0$$

$$s < -1 \text{ の時: } \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \{f_s(\dot{x})\} < 0$$

$$\dots\dots\dots (3)$$

であるから、 $s > -1$ と $s < -1$ はそれぞれ、散逸率増大の状態と散逸率減少の状態に対応する。

2・2 摩擦力モデルと物体の停止状態との関係

次に、摩擦力が作用して物体が停止する際の状態について考察する。前述のように、摩擦力がエネルギーを散逸するように作用するならば、摩擦力は物体の速度 $v(=\dot{x})$ の関数として、次のように表される。

$$f = f(\dot{x}) = f(v) \dots\dots\dots (4)$$

これにより、物体に外力が作用し終えてから停止するまでの運動方程式は、式(1)より次式となる。

$$m \frac{dv}{dt} + f(v) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

図2 エネルギーの散逸率の図形的意味

上式を積分し、積分定数を a とすると、次式となる。

$$\int \frac{1}{f(v)} dv = -\frac{1}{m}t + a \dots\dots\dots (6)$$

上式の左辺は速度のみの関係式であり、右辺は時間のみの関係式である。

ところで、物体がある有限な時間 t_c で停止する場合には、

$$t \rightarrow t_c \text{ ならば } v \rightarrow 0$$

であり、無限な時間で停止する場合には、

$$t \rightarrow \infty \text{ ならば } v \rightarrow 0$$

と表せる。したがって、式(6)において、 $t \rightarrow t_c$ ならば $v \rightarrow 0$ の関係が成り立つには、次式を満たさなければならない。

$$\left. \int \frac{1}{f(v)} dv \right|_{v=0} = -\frac{1}{m}t_c + a = 0 \dots\dots\dots (7)$$

よって、 $\int 1/f(v) dv$ なる v を変数とする項が零になる可能性によって、物体の有限時間内での停止の有無を判断することができる。

さらに $\int 1/f(v) dv$ の時間 t に関する収束の仕方と、 $v/f(v)$ の収束の仕方が同一であるとすると、すなわち

$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{dv}{f(v)} = \lim_{v \rightarrow 0} \frac{v}{f(v)} \dots\dots\dots (8)$$

ならば、速度が零のとき摩擦力は零であるから、 $f(0) = 0$ よりロピタルの定理を用いると、

$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{dv}{f(v)} = \lim_{v \rightarrow 0} \frac{dv}{df} \dots\dots\dots (9)$$

となる。したがって、上式の右辺の逆数である、速度と摩擦力の空間上に描いた曲線の、速度零の時の傾き $df/dv|_{v=0}$ によって、物体の停止の仕方を判断できる。

摩擦力が $f_s(x) = a_s x^s$ と表されるとき、式(8)の関係が成り立ち、物体の停止の仕方は次のように分類される。

(1) $s > 1$ の場合

図 3 f - v 平面上に描かれた曲線と物体の停止状態の関係

$\left. \frac{df_s}{dv} \right|_{v=0} = 0; t \rightarrow \infty$ の時、 t の分数多項式オーダーで停止に向かう。

(2) $s = 1$ の場合

$\left. \frac{df_s}{dv} \right|_{v=0} = 1; t \rightarrow \infty$ の時、 t の指数オーダーで停止に向かう。

(3) $0 < s < 1$ の場合

$\left. \frac{df_s}{dv} \right|_{v=0} = +\infty$; 有限な時間内で停止する。

(4) $s = 0$ の場合 停止しない。

(5) $s < 0$ の場合

$\left. \frac{df_s}{dv} \right|_{v=0} = +\infty; t \rightarrow t_c$ とすると速度は零に近づくが、 $t = t_c$ となることはない。

特に $s = -1$ の場合、エネルギー散逸率が一定の状態であるが、この場合、時間に関する一次式のオーダーで、速度が零に近づく。以上の関係を図3に示す。

3. 速度に比例する摩擦力およびクーロン摩擦力に対する考察

前述のように、速度の関数として表現された摩擦力は一般的に非線形な力であるため、解析的に解を得ることは困難である。そこで、3・1節では、摩擦力を速度に線形な力であると仮定した場合の解を導き、その性質を明らかにする。また、クーロンの法則に従う摩擦力も、速度に関して線形な関係で表せず、厳密な解析によりその性質を把握することは困難である。3・2節では3・1節で得られた速度に線形なモデルを近似的に用いて、クーロンの法則に従う摩擦力の定性的な性質を明らかにする。

3・1 速度に比例する摩擦力の場合 摩擦力を $f(x) = cx (c > 0)$ と表し、式(1)に代入すると、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = f_{out} \dots\dots\dots (10)$$

となる。いま、 t_1 を物体に外力を作用させる以前のある時刻、 t_2 を外力が物体に作用し終えて十分な時間が経過した後のある時刻とする。この式を t_1 から $t_2 (0 < t_1 < t_2)$ まで時間積分することにより、次式を得る。

$$\int_{t_1}^{t_2} m\ddot{x} dt + \int_{t_1}^{t_2} c\dot{x} dt = \int_{t_1}^{t_2} f_{out} dt \dots\dots\dots (11)$$

これより

$$m\dot{x} \Big|_{t_1}^{t_2} + cx \Big|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} f_{out} dt = P \dots\dots\dots (12)$$

ただし P : 外力によって与えられる運動量 ($N \cdot s$)

時刻 t_2 では、外力は作用していないので、速度 $\dot{x}(t_2)$ は、次式の解として得られる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

上式から、

$$\dot{x}(t_2) = -\frac{c}{m} b e^{-c a t_2 / m} \dots\dots\dots (14)$$

b : 初期条件で決定される定数

となる。よって

$$\lim_{t_2 \rightarrow \infty} \dot{x}(t_2) = 0 \dots\dots\dots (15)$$

である。また物体に外力が作用する以前では、変位、速度とも零であるから、

$$x(t_1) = \dot{x}(t_1) = 0$$

である。よって、式(12)より物体の移動量 $x(t_2)$ は、次のように得られる。

$$\lim_{t_2 \rightarrow \infty} x(t_2) = \frac{P}{c} \dots\dots\dots (16)$$

上式から、摩擦力を速度に関して線形な力で表すと、物体の移動距離は、外力で与えられる運動量 P を等価粘性係数 c で割った値で与えられることになる。これより、図4の形Aと形Bのように、パルス形状をもつ外力の最大値 f_c と形状が異なっても、運動量が等しければ物体の移動距離は同じになる。

3.2 クーロンの法則に従う摩擦力の場合

クーロンの法則に従う摩擦力は、動摩擦力のみを考慮すると、次式として表される [例えば、文献(4)参照]。

$$f(\dot{x}) = \mu m g \operatorname{sgn}(\dot{x}) \dots\dots\dots (17)$$

ただし μ : 動摩擦係数

$$\operatorname{sgn}(\dot{x}) = \begin{cases} 1 & (\dot{x} > 0) \\ 0 & (\dot{x} = 0) \\ -1 & (\dot{x} < 0) \end{cases}$$

そこで、まず式(17)で表される摩擦力を、次式で近似する。

$$f_a = \begin{cases} c_a \dot{x} & (\dot{x} \leq \dot{x}_1) \\ \mu m g & (\dot{x} > \dot{x}_1) \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

ただし

$$\dot{x}_1: \text{線形近似できる区間での速度} = \frac{\mu m g}{c_a}$$

$$c_a: \text{線形近似部分の粘性係数} (>0)$$

上式を図示すると、図5となる。よって c_a が十分に大

きい値のとき、クーロンの法則に従う摩擦力となる。物体に外力が作用し終えて物体に摩擦力のみが作用する場合、物体の速度は、 $\dot{x}_1$ 以下において式(14)に従って減少する。したがって、 $c_a \rightarrow +\infty$ とすると、

$$\lim_{c_a \rightarrow +\infty} \dot{x}(t_2) = \lim_{c_a \rightarrow +\infty} \left(-\frac{c_a}{m} b e^{-c_a t_2 / m} \right) = 0 \dots\dots\dots (19)$$

であるから、 c_a が十分に大きい場合には、有限な時間で速度が零になる。

他方、式(17)で表したクーロンの法則に従う摩擦力では、速度と摩擦力の関係を表したグラフ上で、速度零の時の傾きが、

$$\frac{df}{dv} = +\infty \dots\dots\dots (20)$$

となり、2.2節の(3)の場合にあてはまる。よって、物体は有限時間内に停止するので、クーロンの法則に従う摩擦力であっても、前述の物体の停止に関する性質が成立することがわかる。

しかし、クーロンの法則によるモデルでは、摩擦力を単純化しているために静止摩擦力の影響を考慮していない。さらに、動摩擦力も一定の値となるように単純化しており、現実の摩擦力に十分に適合したモデルであるとはいいがたい。そこで、次章ではこれらを表現できる、より現実的な摩擦力モデルを作成し、解析を行う。

4. 摩擦力モデルの導出

前章で述べたように、クーロンの法則に従う摩擦力は、実際の現象を解析するには不十分である。さらに、クーロンの法則によるモデルでは、速度が零のとき、摩擦力が不連続となるので、数値解析を行うことが困難である。

そこで、ここでは速度に関して連続な関数として摩擦力を表現するモデルを構築する。そのモデルは、次の条件を満足するものとする。

(i) $\dot{x} = 0$ の時、摩擦力は零である。つまり物体が

図4 等運動量を与える2通りの力の加え方

図5 クーロン摩擦力を速度に線形な力で近似した場合

速度を持たない限り、摩擦力は生じない。

(ii) 摩擦力はエネルギーを散逸するように作用するので、摩擦力 f は速度 $\dot{x}$ の関数として、 f - $\dot{x}$ 平面上の第1象限と第3象限で表現される。

(iii) 速度 $\dot{x}$ の正負にかかわらず、絶対値が等しければ、摩擦力の大きさは等しい。

(iv) 速度 $\dot{x}$ が十分に大きければ、摩擦力は動摩擦 μmg の大きさになる。

(v) 摩擦力の速度に関する導関数は、速度が零の時十分大きな値をもつ(この時、物体の速度は十分早い時間内で零となる)。

まず、条件(iv)を満足する関数として、ここでは次式を用いる。

$$\frac{df}{d\dot{x}} = \zeta(\mu mg - f)(\mu mg + f) \quad (21)$$

ただし ζ : 定数

この式で表される摩擦力を f_1 とすると、次式となる。

$$f_1(\dot{x}) = \mu mg \frac{e^{r\dot{x}} - 1}{e^{r\dot{x}} + 1} = \mu mg \tanh \frac{r}{2} \dot{x} \quad (22)$$

ただし $r = 2\zeta\mu mg$

式(22)の関係を図示すると、図6になる。

この図から明らかなように、関数 $f_1(\dot{x})$ には静止摩擦の効果が表現されていない。そこで、ここでは、次の関数 $f_2(\dot{x})$ を $f_1(\dot{x})$ に付加する。

$$f_2(\dot{x}) = \mu mg \frac{a_n \dot{x}}{\dot{x}^{2n} + b_n} \quad (23)$$

ただし、 a_n, b_n は定数、 n は自然数

上式を図示すると図7のようになる。図中に示したように、関数 $f_2(\dot{x})$ が、速度 α のとき極大値 β をとるとすると、 α と β は以下の式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} a_n &= 2n\alpha^{2n-1}\beta \\ b_n &= (2n-1)\alpha^{2n} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

また、関数 $f_2(\dot{x})$ は、 $\dot{x}$ が十分小さい値である場合には、

$$f_2(\dot{x}) \approx \mu mg \frac{a_n}{b_n} \dot{x} \quad (25)$$

であるから、 a_n/b_n を大きくすることによって、速度零における $f_2(\dot{x})$ の傾きを十分大きくとることが可能

図6 関数 f_1 を表す曲線

である。すなわち、 a_n/b_n の値を十分大きく与えることによって、物体を十分早く停止させるモデルとすることが可能である。

さらに、 $\dot{x}$ が十分大きいときには、

$$f_2(\dot{x}) \approx \mu mg \frac{a_n}{\dot{x}^{2n-1}} \quad (26)$$

であるから、 $n=1$ の場合には、エネルギー散逸率がほぼ一定である場合のように摩擦力 $f_2(\dot{x})$ が作用する。 $n>1$ の場合には、エネルギー散逸率が增大するように摩擦力が作用する。

また i, j を正の定数 ($i < j$) とし、 $n=i$ の時の関数を $f_{2i}(\dot{x})$ とし、 $n=j$ の時の関数を $f_{2j}(\dot{x})$ とする。そして a_i, b_i, a_j, b_j が式(24)の関係を満たすとき、

$$f_{2i}(\dot{x}) \geq f_{2j}(\dot{x}) \quad (27)$$

なる関係が成立する。両辺に速度 $\dot{x}$ ($\dot{x} > 0$) を乗ずると、次式となる。

$$f_{2i}(\dot{x})\dot{x} \geq f_{2j}(\dot{x})\dot{x} \quad (28)$$

つまり $n=j$ の時のほうが、どのような速度に関してもエネルギー散逸率が小さい。したがって、 n の値が大きいほど、物体の移動距離は長くなることがわかる。

以上の考察に基づき、二つの関数を加算した次の関数で、摩擦力モデルを表す。

$$f(\dot{x}) = \mu mg \left(\frac{e^{r\dot{x}} - 1}{e^{r\dot{x}} + 1} + \frac{a_n \dot{x}}{\dot{x}^{2n} + b_n} \right) \quad (29)$$

上式を図示すると図8になる。この関数 $f(\dot{x})$ は、 $f(0) = 0, f(\dot{x}) + f(-\dot{x}) = 0$ であるから、先述の条件(i), (ii), (iii)を満足する。また、速度 $\dot{x}$ が十分に小さい場合に関数 $f_1(\dot{x})$ の値が無視しうるとき、 $f(\dot{x})$ の極大値は関数 $f_2(\dot{x})$ の極大値 β にほぼ等しいので、図8に示した静止摩擦 f_{st} には次の関係が成り立つ。

$$f_{st} = \mu_s mg \approx \mu mg \beta \quad (30)$$

ただし μ_s : 静止摩擦係数

本論文では、式(29)を摩擦力モデルとして用いて、摩

図7 関数 f_2 を表す曲線

擦力の性質を数値計算により明らかにする。

5. 数 値 解 析

本章では、前章で提示した摩擦力のモデルを用いて数値計算を行った結果を説明する。

この時、図1に示した物体の運動方程式は式(29)を式(1)に代入したものになる。式(1)の右辺に示した外力 f_{out} としては、次式で表されるものを用いた。

$$f_{out} = \begin{cases} f_c \sin(\omega t) & (0 \leq t \leq \pi/\omega) \\ 0 & (t > \pi/\omega) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここでは、式(29)、(31)で表される運動方程式をアダムス法を用いて解く。なお式(29)、(31)中に用いたパラメータは、注釈をつけない限り、それぞれ、 $m=4.0(\text{kg})$, $g=9.8(\text{m/s}^2)$, $f_c=1.0 \times 10^3(\text{N})$, $\omega=2.5 \times 10^4(\text{rad/s})$, $r=10(\text{s}^{-1})$, $\alpha=1.0 \times 10^{-3}(\text{m/s})$, $\beta=2$, $n=1$ の値を用いることにする。

図9に、物体の速度が十分小さくなった時点での、入力パルスの最大値 f_c と物体の移動距離 x の関係を示す。 $n=2$ の場合における同様の関係を、図10に示す。図9と図10を比較すると、 n が大きい場合のほうが、物体の移動距離が長いことがわかる。これは、4章で述べたように n が大きいほどエネルギー散逸率が小さくなり、当然、エネルギー散逸率が小さい場合の

図8 摩擦力 f と速度 x の関係

図9 入力パルスの最大値 f_c と移動距離 x の関係 ($n=1$)

ほうが物体の移動距離が長くなることより理解する。

図11に、物体に与える運動量 P を一定にして、入力パルスの最大値 f_c と角振動数 ω を変化させた結果を示す。この図からわかるように、物体に等運動量 P を与える場合、入力パルスの最大値 f_c が大きいほうが、移動距離が長くなる傾向にある。 β の値のみを2倍にした計算結果を図12に、そして α の値のみを10倍にした計算結果を図13に示す。

図11の結果は、摩擦力が速度に比例する力とした場合とは大きく異なった傾向を示している。すなわち入力パルスの最大値 f_c が物体が急に動き出す時点での摩擦力 f_c^* より大きいときに、物体は大きく移動する。また図12より、 β の値が2倍になると、 f_c^* の値もほぼ2倍になる。式(30)から得られる静止摩擦力 f_{st} を図11と図12における f_c^* と比較すると、次式の関係が成り立つことがわかる。

$$f_{st} \approx f_c^* \quad \dots\dots\dots (32)$$

すなわち、 f_c^* の値はほぼ静止摩擦力に等しい。

また、式(24)、(25)から、 β/α の値は関数 $f(\dot{x})$ が極

図10 入力パルスの最大値 f_c と移動距離 x の関係 ($n=2$)

図11 等運動量状態の入力パルスの最大値 f_c と移動距離 x の関係

大となるまでの曲線の傾きを表す尺度となる。図13の場合のように α の値が大きくなり、 β/α が小さくなると、すなわち、摩擦力が極大値である静止摩擦力に達するまでの速度に対する傾きが小さくなると、 f_c^* なる値が明確でなくなり、なだらかな曲線となる。これは、物体が運動し始めるかしないかの区別があいまいな状態に相当する。逆に、 β/α が大きいほど、外力が静止摩擦力よりも大きな値となって、物体が運動し始めるかどうかの区別が図11や図12のように明りようになる。

図12 β を2倍にした場合の f_c と x の関係

図13 α を10倍にした場合の f_c と x の関係

図14 実験に用いた工作物(寸法の単位: mm)

6. 実験結果

前述の数値実験結果を検証するために、次の測定実験を行った。すなわち、図14に示した工作物をパレット上に置き、図中に示した矢印方向に衝撃力を加えた時の工作物の移動距離を万能測定顕微鏡を用いて測定した。工作物およびパレットの詳細は、次のとおりである。

工作物の素材：鉄鋼材 SS41

図15 プラスチック・ヘッドを用いた場合の入力パルスの最大値 f_c と移動距離 x の関係

図16 プラスチック・ヘッドを用いた場合の運動量 P と移動距離 x の関係

図17 ゴム・ヘッドを用いた場合の運動量 P と移動距離 x の関係

工作物接触面の表面粗さ: $R_A = 2.1 \times 10^{-1} (\mu\text{m})$

パレットの素材: 鉄鋼材 SS 41

パレット接触面の表面粗さ: R_A

$= 5.6 \times 10^{-1} (\mu\text{m})$

工作物に衝撃力を作用させた高さ: $h = 42(\text{mm})$

工作物に加える衝撃力の特性を変えるために、衝撃力を加える際に用いるハンマの先端のヘッド部分がプラスチックのものとゴムのもを用意した。プラスチック・ヘッドの場合には、ゴム・ヘッドに比べて入力パルスの最大値 f_c が大きく、角振動数 ω が小さい。

図 15 に、プラスチック・ヘッドを用いて実験を行った結果を示す。この図から、入力パルスの最大値 f_c と移動距離 x の関係は凸な曲線となり、定性的には図 9 および図 10 の数値実験結果と同一であることがわかる。

図 16 に、プラスチック・ヘッドを用いて加工物に衝撃力を与えた場合の結果を、加工物に与えた運動量 P と移動距離 x の関係として図示する。また、図 17 に、ゴム・ヘッドを用いて衝撃力を与えた場合の同様の結果を示す。

図 16 と図 17 中の点線で示したように、同じ運動量 $0.03 \text{ N}\cdot\text{s}$ を与えた場合であっても、プラスチック・ヘッドを用いた場合には約 $110 \mu\text{m}$ 移動し、ゴム・ヘッドを用いた場合には約 $50 \mu\text{m}$ 移動していることがわかる。プラスチック・ヘッドを用いたほうが入力パルスの最大値 f_c は前述のように大きく、ゴム・ヘッドを用いた場合のほぼ 10 倍である。このように入力パルス

の最大値 f_c が大きいほど移動距離が長くなる測定結果は、5 章の数値計算結果とよく対応している。

以上の測定結果より、本研究で提示した摩擦モデルを用いた数値計算結果は実際の摩擦力の性質を定性的によく表していることがわかる。

7. 結 言

(1) 心出し作業の自動化を実現するための基礎研究として、接触面に作用する摩擦力の動学的解析を行い、摩擦力が作用する物体の運動を表現するモデルを構築した。

(2) 摩擦モデルを用いて工作物の運動を数値計算により解析し、動学的性質を明らかにした。

(3) 実験結果と数値計算結果を比較することによって、提唱するモデルの妥当性を明らかにした。さらに接触面摩擦系の非線形動特性を考察した。

文 献

- (1) Banerjee, A. K., Influence of Kinetic Friction on the Critical Velocity of Stick-slip Motion, *Wear*, **12**(1968), 107-116.
- (2) Chun, Li. and Pavelesu, D., The Friction-Speed Relation and its Influence on the Critical Velocity of Stick-Slip Motion, *Wear*, **82**(1982), 277-289.
- (3) Oden, J. T. and Pires, E. B., Nonlocal and Non-linear Friction Laws and Variational Principles for Contact Problems in Elasticity, *J. Appl. Mech.*, **50**-1(1983), 67-76.
- (4) 田中・三枝, 振動とシミュレーション, (1984), 139, 応用技術出版.