非円形歯車を用いたステアリング機構の研究*

(第1報, 機構の提案と解析)

江 村 超^{*1}, 荒 川 章^{*2}

A New Steering Mechanism Using Non-Circular Gears

(1st Report, A Proposal and Analysis of Mechanism)

Takashi EMURA and Akira ARAKAWA

In this paper, a new steering mechanism proposed by T. Emura is presented. This steering mechanism uses non-circular gears and has the capability of turning a carrier with a small radius. For the analysis of the steering mechanism, an idea of a virtual two-wheeled vehicle was introduced. As a result of the analysis by A. Arakawa, it was proved that the non-circular gear for steering is an elliptical gear. Besides, a method to apply this mechanism to wheeled robots such as carrier-robots in the industrial production lines was studied, and it was confirmed that the concept of the virtual two-wheeled vehicle is very useful for the design of the steering mechanism.

Key Words: Mechanism, Steering Mechanism, Non-Circular Gears, Wheeled Robots

1. 緒 言

工場の自動化ラインには部品や製品を運搬するための無人搬送車が数多く導入されている。これらの無人搬送車の多くは、三輪式あるいは四輪式の駆動機構が採用されている。四輪式は、可搬重量および走行安定性等の点で三輪式よりも有利であるが、ステアリング機構が複雑となる。なぜなら、滑らかな旋回を行うには、旋回半径に応じて内輪と外輪の舵取り角を非線形に制御する必要があるからである。そのため従来は、(1)各車輪に独立に舵取り装置を設けたり、あるいは一般の自動車のように、(2)リンク機構によって近似的に舵角制御するといった方法が採られていた。

(1)の場合、旋回半径を小さくできる長所があるが、例えばモータ等のステアリング用駆動装置が複数必要となり、駆動系が複雑になりがちである。逆に(2)の場合は、ステアリング用駆動装置はリンクを動かすための駆動系のみでよいが、舵角を大きくした場合に誤差が大きくなったり、リンク機構自身の制約のため、旋回半径を小さくすることが困難であるといった短所

がある。

そこで著者らの一人江村は、ステアリング機構に非円形歯車を用いて舵角を制御することを考えた。荒川による解析の結果、この非円形歯車は比較的単純なピッチ曲線をもついわゆるだ円系歯車であり、だ円系歯車によって旋回中心を走行車(以下、台車という)の任意の点に与え得る機構を実現できることがわかったので報告する。

2. 主な記号

θ_0, θ_j : 操舵角

ξ_j, η_j : 実操舵輪の無次元化座標

r_0, r_j : ピッチ曲線の動径

ϕ_0, ϕ_j : ピッチ曲線の偏角

ν_0, ν_j : だ円系ピッチ曲線の葉数

$\varepsilon_0, \varepsilon_j$: だ円系ピッチ曲線の離心率

l_0, l_j : だ円系ピッチ曲線の通径の1/2

T : 台車のトレッド

B : 台車のホイールベース

添字0は仮想操舵輪を、 j は j 番の実操舵輪を表す。

* 原稿受付 平成2年4月26日。

*¹ 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

*² 正員、東北大学工学部。

3. 非円形歯車を用いた ステアリング機構の理論

はじめに、図1のような n 個の操舵輪からなる任意の形をした台車を考える。台車の直進方向を y 軸、操舵を行わない固定輪の車軸を x 軸とする座標系を定める。もし、四輪操舵車のように固定輪を用いずに全車輪で操舵を行う場合は、 y 軸に直交する任意の軸を x 軸とするものとする。台車が、台車の内部を含む x 軸上の任意の点を中心として旋回する場合の各操舵輪の舵角の関係を求める。

図1に破線で示したように点 O_{f0} に固定輪をもち、点 O_0 に操舵輪の旋回中心をもつ仮想二輪車を想定する。そしてすべての操舵輪は、この仮想二輪車の旋回中心をもとに操舵されるものとする。簡単のため操舵輪のキャスト角は零とする。ここで、 $y \geq 0$ の領域にある操舵輪の舵角は時計回りを正とし、 $y < 0$ にある操舵輪については反時計回りを正とすると、 $y < 0$ では y の符号を反転することで $y > 0$ の場合と同等に扱うことができる。したがって、以下では $y \geq 0$ として考えることにする。

図1 台車における仮想二輪車

図2 仮想操舵輪と実操舵輪の関係

ることとする。

いま、点 $O_0(0, y_0)$ においた仮想操舵輪の舵角を θ_0 とし、点 $O_j(x_j, y_j)$ においた実操舵輪の舵角を θ_j とする。ここで

$$\xi_j = x_j/y_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\eta_j = y_j/y_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

を用いて無次元化すると両輪の位置関係は図2で表される。台車が低速で旋回を行う場合、旋回中にタイヤに横滑りが生じないよう両輪が同一の旋回中心を持つためには、次の関係を満たさなければならない。

$$\cot \theta_0 - \eta_j \cot \theta_j = \xi_j \quad \dots\dots\dots (3)$$

特別な場合として、 $\eta_j=1$ すなわち、操舵輪の旋回中心同士を結ぶ線分が駆動輪の車軸と平行になる場合、式(3)はアッカーマン・ジャントの式⁽¹⁾と呼ばれる式に等しくなる。図3に、 $\xi_j=\eta_j=0.9$ の場合の両輪の舵角の変化を示す。破線は $\xi_j=-0.9$ の場合を表している。

いま、舵角を制御するため、二軸が平行で、その軸間距離が一定の非円形歯車を考える。図4のように、駆動側(以下ドライバという)の非円形歯車のピッチ曲線を極座標で $r_0(\phi_0)$ 、従動側(以下フォロウという)のピッチ曲線を $r_j(\phi_j)$ 、両軸間距離を d_j とすると、各ピッチ曲線は

$$\left. \begin{aligned} r_0 + r_j &= d_j \\ r_0 \cdot d\phi_0 &= r_j \cdot d\phi_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

の関係が成り立つので、ピッチ曲線は

図3 仮想操舵輪と実操舵輪の舵角

図4 ピッチ曲線

$$r_0 = \frac{d\phi_j/d\phi_0}{1 + d\phi_j/d\phi_0} d_j \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$r_j = \frac{1}{1 + d\phi_j/d\phi_0} d_j \quad \dots\dots\dots (6)$$

によって与えられる⁽²⁾。

3・1 操舵用非円形歯車のピッチ曲線 ドライバとフォロワの回転条件として式(3)の関係を満足するピッチ曲線を求める。

式(3)を θ_0 で微分すると、

$$\frac{d\theta_j}{d\theta_0} = \frac{1}{m - n \cos(2\theta_0 - \beta_0)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

あるいは

$$\frac{d\theta_j}{d\theta_0} = m - n \cos(2\theta_j + \beta_j) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$m = (\xi_j^2 + \eta_j^2 + 1)/2\eta_j \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$n = \frac{[(\xi_j^2 + \eta_j^2 - 1)^2 + 4\xi_j^2]^{1/2}}{2\eta_j} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\beta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi_j}{\xi_j^2 + \eta_j^2 - 1} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\beta_j = \tan^{-1} \left(\frac{2\eta_j\xi_j}{\xi_j^2 - \eta_j^2 + 1} \right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(7), (8)は仮想操舵輪と実操舵輪の旋回角速度比を示している。ここで、 ν_0, ν_j を任意の正数として

$$\left. \begin{aligned} \phi_0 &= (2\theta_0 - \beta_0)/\nu_0 \\ \phi_j &= (2\theta_j + \beta_j)/\nu_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

を用いて式(7), (8)を書き直すと

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_j}{d\phi_0} &= \frac{\nu_0/\nu_j}{m - n \cos(\nu_0\phi_0)} \\ &= \frac{\nu_0}{\nu_j} \{m - n \cos(\nu_j\phi_j)\} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

式(14)を式(5), (6)に代入してピッチ曲線を求めると

$$r_0 = \frac{l_0}{1 - \varepsilon_0 \cos(\nu_0\phi_0)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$r_j = \frac{l_j}{1 - \varepsilon_j \cos(\nu_j\phi_j)} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= \frac{\nu_0/\nu_j}{\nu_0/\nu_j + m} d_j \\ l_j &= \frac{\nu_j/\nu_0}{\nu_j/\nu_0 + m} d_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{n}{\nu_0/\nu_j + m} \\ \varepsilon_j &= \frac{n}{\nu_j/\nu_0 + m} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

式(15), (16)のピッチ曲線は、 ν_i 葉のだ円系ピッチ曲線と呼ばれるものに一致することがわかる。ここで、 l_i と ε_i はそれぞれ、通径の1/2と離心率を示している。

以上により、式(3)を満足する非円形歯車機構が存在し、そのピッチ曲線はだ円系ピッチ曲線となることがわかった。図5に、葉数が1, 2, 3の場合のピッチ曲線の形状を示す。離心率は、いずれも0.2である。

ここで式(13)の幾何学的意味を考える。 ϕ_0, ϕ_j は各ピッチ曲線の長径からの偏角を表している。ここで、操舵角 θ が零の場合、すなわち台車直進時におけるピッチ曲線の初期位相 ϕ_{init} は、式(13)より

$$\left. \begin{aligned} (\phi_0)_{init} &= -\beta_0/\nu_0 \\ (\phi_j)_{init} &= \beta_j/\nu_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

さらに、式(14)に式(19)を代入して

$$(d\phi_j/d\phi_0)_{init} = (\nu_0/\nu_j)\eta_j \quad \dots\dots\dots (20)$$

が得られるが、これは $\theta=0$ におけるドライバとフォロワの動径比 $(r_0)_{init}/(r_j)_{init}$ にも一致する。図6に、 $\nu_0=1, \nu_j=2$ とした場合のこれらの関係を示す。

3・2 葉数についての考察 ドライバ側およびフォロワ側のピッチ曲線の葉数 ν_0, ν_j は任意にとることができるが、

$$\nu = \nu_0 = \nu_j \quad \dots\dots\dots (21)$$

とすると、ドライバ側とフォロワ側のピッチ曲線は一致するので、第2報で述べる重ね切り法が適用できるためだ円系歯車の加工が極めて容易となる。

そこで以下では、両ピッチ曲線の葉数を同じとして解析を進めることにする。その場合、ピッチ曲線は次式で表される。

図5 だ円系歯車のピッチ曲線の例

図6 操舵角と歯車回転角の関係

$$r = \frac{l}{1 - \varepsilon \cos(\nu\phi)} \quad (22)$$

ここに

$$l = \frac{2\eta_j}{\xi_j^2 + (\eta_j + 1)^2} d_j \quad (23)$$

$$\varepsilon = \left[1 - \frac{4\eta_j}{\xi_j^2 + (\eta_j + 1)^2} \right]^{1/2} \quad (24)$$

式(24)より、離心率 ε は葉数によらず、 ξ_j と η_j すなわち操舵輪の位置関係のみによって決定されることがわかる。

3.3 離心率についての考察 だ円系歯車の離心率が大きくなるとピッチ曲線の最小曲率半径が小さくなる。したがって、転位を与えない標準歯切りを行う場合、モジュールを大きくすると一部で干渉が生じたり、干渉が生じなくても長径部の歯が短径部に比べてやせてしまう傾向が大きくなる。また、葉数 ν が2以上の場合、ピッチ曲線の最大曲率半径は、

$$\rho_{\max} = \frac{l}{1 - (\nu^2 - 1)\varepsilon} \quad (25)$$

によって与えられるが、これより

$$\varepsilon > 1/(\nu^2 - 1) \quad (26)$$

の時、曲率が負になる領域がピッチ曲線に現れること

(a) 離心率の局面表示

(b) 等離心率線

図7 軸配置による離心率の変化

になる。このような場合には、局所的な内歯車と考えられ、内歯車としての干渉も考慮する必要が生じる。さらに、離心率が過大になると、局所的に圧力角が大きくなり歯車として機能しなくなる場合もあり得る。したがって、離心率はできるだけ小さいほうが望ましい。

式(24)で表される離心率の変化を図7に示す。(b)は、(a)の等高線すなわち等離心率線を表している。等離心率線は円であり、離心率が大きくなるにつれてその中心は η 軸上正方向に移動する。離心率を小さくするためにはできるだけ (0, 1) 近く、すなわち仮想操舵輪の近くに実操舵輪を配置すれば良い。

4. 四輪車への適用

図8のように台車のフレームに対して車輪が長方形の四隅に配置される二輪操舵の四輪車の場合、仮想二輪車をどこに設定したらよいかを考える。この場合は仮想操舵輪の位置が重要となる。

基本的には仮想操舵輪は任意の位置に設定することができる。例えば、仮想操舵輪を W_1 車輪と同じ位置にとった場合、 W_1 駆動用の歯車は $\varepsilon_1 = 0$ となるので円形歯車になる。したがって、非円形歯車は W_2 駆動用の一対のみで済むが、 W_2 駆動用歯車の離心率 ε_2 は大きくならざるを得ない。

両車に対する離心率 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の大きいほうを最小にするような仮想操舵輪は、台車の左右対称性から考慮して台車の中心線上に配置されるはずである。また、仮想操舵輪を中心線上に置くことで、ホイール W_1, W_2 を駆動するための歯車対のピッチ曲線が等しくなるので、重ね切りによる歯車加工法が適用できることになる。

4.1 操舵用歯車の設計 台車のホイールベース

図8 二輪操舵の四輪車における仮想二輪車

B とトレッド T が与えられている場合、操舵用歯車の離心率 $\varepsilon (= \varepsilon_1 = \varepsilon_2)$ が最小となる仮想操舵輪の位置 B_0 を求めることにする。

離心率 ε は、式(24)より仮想操舵輪と実操舵輪の相対的位置によって決定される。したがって、図9のように仮想操舵輪を点 $(0, 1)$ に固定して、実操舵輪を

$$\xi = (x/2)\eta \quad \dots\dots\dots (27)$$

で表される線分 OA 上で離心率が最小となるような位置 $O_p(\xi_p, \eta_p)$ に配置すると考えることができる。ここで x は

$$x = T/B \quad \dots\dots\dots (28)$$

式(24)に式(27)を代入し、

$$\frac{d\varepsilon}{d\eta} = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる η_p を求めると

$$\eta_p = 1/s \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここに

$$s = \{1 + (x/2)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (31)$$

最小離心率は、式(30)を式(24)に代入して

$$\varepsilon_{\min} = \{(s-1)/(s+2)\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (32)$$

また、このときの β_0 と β_j は

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= \pi/2 \\ \beta_j &= \tan^{-1}(2/x) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

となる。

ここで式(30)の幾何学的意味を図10に示す。仮想操舵輪のホイールベースを B_0 とすると、 η は無次元化の定義から $\eta = B/B_0$ であるから、式(30)、(31)より

$$\begin{aligned} B_0 &= B\{1 + (x/2)^2\}^{1/2} \\ &= \{B^2 + (T/2)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

以上より、離心率が最小となる仮想操舵輪の位置は、固定輪の車軸の中心 N から台車中心線に沿って、 N と操舵輪との距離 B_0 と等しい距離にあることがわかった。

図11に、葉数が1および2の場合の操舵機構例を示す。設計時の仮想操舵輪は上述した位置にあるが、実際の操舵機構は、図11のようにプーリや円形歯車を介して操舵輪を駆動する場合、台車の任意の位置に置くことができる。

4・2 四輪操舵車の場合 前輪二輪のみで操舵を行う場合には、台車の旋回中心は後輪の車軸を通る直線上になければならないが、四輪操舵の場合には、任意の位置に x 軸を設定することができる。また、非円形歯車のピッチ曲線をだ円系歯車のような簡単な式で

図9 仮想操舵輪に対する実操舵輪の位置

図10 離心率が最小となる仮想操舵輪の位置

(a) 1葉車を用いた場合

(b) 2葉車を用いた場合

図11 二輪操舵機構の例

図 12 四輪操舵機構の例

表すことはできなくなるが、原理的には x 軸の位置を可変とすることも可能である。

ここでは簡単のため、 x 軸をホイールベースの中央にとると、操舵輪の位置は x 軸に対して上下対称となるので、操舵用だ円系歯車のピッチ曲線は、四輪とも等しくなる。したがって、1種類のだ円系歯車を用いて操舵機構を構成することができる。図 12 に、この場合の四輪操舵機構の例を示す。

この場合のだ円系歯車の離心率 e は、見かけ上ホイールベースが $1/2$ になるため、式(31)の x を $2x$ とすることで、式(30)より求めることができる。前輪二輪のみの操舵の場合と比較して、四輪操舵の場合は離心率の大きいピッチ曲線を必要とする。

このようなだ円系歯車を用いてステアリング機構を構成することによって、すべての操舵輪を 360° 以上回転させることが可能であり、旋回中心を台車中央にもってきてその場旋回させることもできることになる。

5. 結 論

走行車のステアリング機構に非円形歯車を用いることを提案し、仮想二輪車の概念を導入して解析を行った。また、この機構を一般の四輪車に適用する際の設計法を示し、四輪操舵車にも容易に応用できることを示した。解析の結果、次の結論を得た。

(1) 本ステアリング機構を実現する非円形歯車が存在し、そのピッチ曲線はだ円系ピッチ曲線となる。

(2) ピッチ曲線の離心率は、仮想操舵輪と実操舵輪との相対的位置によって決まる。

なお、実際に歯切りを行い、本ステアリング機構を搭載した自律走行車を試作して走行実験も行ったが、その結果については次報で報告する。

文 献

- (1) 尾崎, 自動車工学, (1979), 82, 森北出版.
- (2) 酒井, 機構学大要, (1975), 77, 養賢堂.