流体減衰器のダンピング特性*

(オイルフィルムダンパ, オイルダンパと空気ダンパ)

浅見 敏彦^{*1}, 関口 久美^{*1}

Damping Characteristics of Fluid Dampers

(Oil-Film Damper, Oil Damper and Air Damper)

Toshihiko ASAMI and Hisayoshi SEKIGUCHI

Damping is a phenomenon of the gradual conversion of kinematic energy to heat. In general, damping action is too difficult to evaluate with certainty. When a member vibrates in a fluid such as air, water or oil, it is virtually impossible to calculate the amount of damping caused by the fluid motion in an analytic method. Nevertheless, it is possible to find analytic solutions in certain particular cases, mostly when the flow pattern is laminar. In this paper, we propose equations to be used in the calculation of damping in a few dampers such as the oil-film damper, oil damper and air damper. The effect of the frequency of the vibratory member on the damping may be considered in the analysis. Furthermore, it is necessary to give full consideration to the mass effect of oil and to the compressibility of air.

Key Words: Damping, Damper, Forced Vibration, Oil-Film Damper, Oil Damper, Air Damper, Viscosity, Mass Effect of Fluid, Compressibility

1. 緒 言

流体中で物体が運動すると、物体の持つ運動エネルギーが流体の中で熱に変換される。これが減衰と呼ばれる現象であり、この現象を積極的に利用した機器にダンパ(減衰器)がある。一般に減衰の大きさを正確に見積ることは極めて難しく、これがダンパ、特に流体減衰器の設計を困難なものにしている。

本研究は、代表的な流体減衰器であるオイルフィルムダンパ、オイルダンパ、空気ダンパの信頼できる設計式を導くことを目的としている。これらのダンパに関しては、これまでごく近似的な設計式が与えられているにすぎなかった^{(1)~(4)}。これらの式は信頼性に乏しく、設計方針をたてる段階で一つの指針として利用できても、実機の設計にあたっては必ず試作品を製作して数次の修正をする必要があった。

著者らは、今までにオイルダンパと空気ダンパについて理論解析を行い、これまでの式よりも高精度の設計式を導いてきた^{(5)~(7)}。本論文ではその成果を整理して報告するとともに、新たにオイルフィルムダンパの設計式を提案する。これらのダンパは流体中で振動す

る物体の振動数によって減衰の大きさが変化する。さらに、作動流体として油を用いたダンパでは油の質量効果、空気を用いた場合には空気の圧縮性により、見かけ上の慣性質量や復元力が増加することになり、振動系の固有振動数が変化するという問題も生じる。本論文ではこれらの点も考慮した設計式を提案する。

2. オイルフィルムダンパ

オイルフィルムダンパとは薄い油膜のせん断力を制動力として利用する減衰器である。ここでは直動(直線運動)形と回転形のダンパに分けて解析を行う。

表1は、直動形のオイルフィルムダンパの構造とその基礎方程式、および解析結果を示している。以下、この表中の角括弧を付けて表された式番号を引用しながら、解析手順の大略について説明する。

表の中の図のように、直方体の容器の中に密度 ρ 、粘性係数 μ 、動粘性係数 ν の制動油が満たされ、その中に幅 b 、液中部の長さ l の平板が、両側の容器とのすきまを h に保った状態で挿入されているとする。この平板が変位 $y(t) = y_0 \sin \omega t$ で水平方向に面内振動をするとき、すきま内の流体の流れを層流と仮定すると、流体の運動方程式は式[1.2]で与えられる。この式において加速度項を零とおいた定常流れの式が[1.1]

* 原稿受付 平成2年6月27日。

^{*1} 正員、姫路工業大学 (〒671-22 姫路市書写 2167)。

に示されている。以下、式[1.1]に基づく解析法を定常流理論解析、式[1.2]に基づく解析法を非定常流理論解析と呼ぶことにする。表1の左の欄は定常流理論解析、右の欄は非定常流理論解析を示している。

微分方程式[1.1], [1.2]を解き、境界条件[1.3], [1.4]を適用すると、それぞれの解[1.5], [1.6]が得られる。その解より、平板に働く摩擦抵抗が式[1.7], [1.8]のように計算される。この摩擦抵抗 $D_f(t)$ は、平板の速度と位相差 δ を保って正弦的に振動する。この場合、平板の速度に比例する成分がオイルフィルムダンパの減衰係数 c 、加速度に比例する成分が制動油の付加質量効果 m_A になる。

こうして得られた減衰係数の式[1.10]を定常流理論から計算された値 c_s で除せば、その比は式[1.13]で定義された無次元振動数 λ のみの関数になる。付加質量 m_A の場合には、式[1.12]を片側のすきま内に含まれる制動油の質量 $m_o (= \rho b h l)$ で除せば、やはり λ のみの関数として表される。これらの比と λ の関係を図1に示す。この図より、無次元振動数 λ が1付近から非定常流れの影響が現れ始め、オイルフィルムダンパの減衰係数は増加し、付加質量は逆に減少することがわかる。その理由は図2より明らかになる。

表1 直動形オイルフィルムダンパの理論解析

	Steady flow	Unsteady flow
Structure		$y(t) = y_0 \sin \omega t$ $v_p = y_0 \omega$, $v_{prms} = v_p / \sqrt{2}$ ρ, μ, ν : Density, viscosity and kinematic viscosity of fluid $m_o = \rho b h l$
Equation of motion	$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$ [1.1]	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \nu \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ [1.2]
Boundary conditions	$y(0) = v_{prms}$ $y(h) = 0$ [1.3]	$y(0, t) = v_p \cos \omega t$ $y(h, t) = 0$ [1.4]
Solution	$\frac{y}{v_{prms}} = 1 - \frac{x}{h}$ [1.5]	$\frac{y}{v_p} = \frac{\sinh \lambda \frac{x}{h} \sin \lambda \frac{x}{h}}{\sinh \lambda}$ [1.6] $\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{C_3 S_3}{C_1 C_2} & -\frac{C_4 S_4}{C_1 C_2} & 1 \\ -1 & -\frac{C_4 S_4}{C_1 C_2} & \frac{C_3 S_3}{C_1 C_2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sinh \lambda \frac{x}{h} \cos \lambda \frac{x}{h} \\ \cosh \lambda \frac{x}{h} \sin \lambda \frac{x}{h} \\ \cosh \lambda \frac{x}{h} \cos \lambda \frac{x}{h} \\ \sinh \lambda \frac{x}{h} \sin \lambda \frac{x}{h} \end{bmatrix}$ $y/v_p = q_1 \cos \omega t + q_2 \sin \omega t$
Friction drag	$D_{fs} = 2\mu l \frac{b}{h} v_{prms}$ [1.7]	$D_f(t) = 2\mu l \frac{b}{h} v_p F \cos(\omega t + \delta)$ [1.8]
Damping coefficient	$c_s = 2\mu l \frac{b}{h}$ [1.9]	$c = 2\mu l \frac{b}{h} F \cos \delta$ [1.10]
Added mass	$m_{As} = \frac{2m_o}{3}$ [1.11]	$m_A = \frac{m_o}{\lambda^2} F \sin \delta$ [1.12]
Dimensionless quantities	$\lambda = h \sqrt{\omega / (2\nu)}$ [1.13] $F \cos \delta = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{S_2}{C_1} + \frac{S_1}{C_2} \right)$, $F \sin \delta = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{S_1}{C_1} - \frac{S_2}{C_2} \right)$ $C_1 = C_3 + C_4$, $C_2 = C_3 - C_4$, $C_3 = \cosh \lambda$, $C_4 = \cos \lambda$ $S_1 = S_3 + S_4$, $S_2 = S_3 - S_4$, $S_3 = \sinh \lambda$, $S_4 = \sin \lambda$	

図2の油膜の速度分布を表している。図の横軸には油の流速 v を平板の速度振幅 v_p で除した比が、また縦軸には平板の壁からの距離と油膜厚さの比 x/h がとられている。このように無次元化すると、速度分布は無次元振動数 λ のみの関数となる。図のように、平板の振動数が高くなるに従って壁面における速度こう配が増加するとともに、流体の平均流速が遅くなる。このことは減衰係数の増加と流体の付加質量効果の減少を意味する。

表2は回転形オイルフィルムダンパ(フードダンパ)の解析モデルとその結果を示している。図のように半径 r_p 、長さ l の円板が、ケーシングとの半径すきまが h 、軸方向すきまが h' となるように挿入されている。この円板が $\theta(t) = \theta_0 \sin \omega t$ で表されるねじれ振動をするとき、円板の外周部の流体の速度を v 、端面部の流体速度を u と表す。直動形の場合と同じようにデカルト座標系を用いて解析すると、円板に働く摩擦トルク $T_f(t)$ の計算式[2.14]が求められる。その結果、このダンパのねじり減衰係数 c_t の式[2.16]、および流体の質量効果によって円板に付与される付加慣性モーメント J_A の計算式[2.18]が得られる。

表1と表2において、定常流れを仮定して導かれた減衰係数の計算式は、いずれも従来から用いられてきた設計式⁽²⁾に一致する。

3. オイルダンパ

オイルダンパはピストンによる力の増副作用を利用しているので、オイルフィルムダンパに比べて大きな

図1 オイルフィルムダンパの周波数特性

制動力が得られるという特長を持っている。ここではピストン周辺のシリンダとのすきまを制動油の流路として利用する円環流路形オイルダンパと、ピストンに開けられた円形流孔を流路として利用する円形孔流路形オイルダンパについて検討する。

表3は、円環流路形オイルダンパの構造とその基礎方程式、および解析結果を示している。以下、オイルフィルムダンパの場合と同じように、表の中の式番号を引用しながら解析手順を説明していく。

制動油が満たされた内径 d_c のシリンダの中に直径 d_p 、長さ l のピストンが挿入され、それが正弦振動をしている状態を考える。流体は非圧縮性ニュートン流

(a) $\lambda=1$ (b) $\lambda=2$ (c) $\lambda=5$

図2 オイルフィルムダンパにおける油膜の速度分布

表2 回転形オイルフィルムダンパの理論解析

	Steady flow	Unsteady flow
Structure		$\theta_{rms} = \theta_0 / \sqrt{2}$ $b = \pi(r_c + r_p)$ $h = r_c - r_p$
Equation of motion	$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = 0$ (2.1)	$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ (2.2)
Boundary conditions	$\psi(0) = r_p \omega \theta_{rms}$ $\psi(h) = 0$ (2.3)	$\psi(0, t) = r_p \omega \theta_0 \cos \omega t$ $\psi(h, t) = 0$ (2.4)
Solution	$\frac{\psi}{r_p \omega \theta_{rms}} = 1 - \frac{x}{h}$ (2.5) $\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{C_3 S_3}{C_1 C_2} & -\frac{C_4 S_4}{C_1 C_2} & 1 \\ -1 & -\frac{C_4 S_4}{C_1 C_2} & \frac{C_3 S_3}{C_1 C_2} & 0 \end{bmatrix}$ $\frac{\psi}{r_p \omega \theta_0} = q_1 \cos \omega t + q_2 \sin \omega t$	$\begin{bmatrix} \sinh \lambda' \frac{x}{h} \sin \lambda' \frac{x}{h} \\ \sinh \lambda' \frac{x}{h} \cos \lambda' \frac{x}{h} \\ \cosh \lambda' \frac{x}{h} \sin \lambda' \frac{x}{h} \\ \cosh \lambda' \frac{x}{h} \cos \lambda' \frac{x}{h} \end{bmatrix}$
Equation of motion	$\frac{d^2 u}{dy^2} = 0$ (2.7)	$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ (2.8)
Boundary conditions	$u(0) = r \omega \theta_{rms}$ $u(h) = 0$ (2.9)	$u(0, t) = r \omega \theta_0 \cos \omega t$ $u(h, t) = 0$ (2.10)
Solution	$\frac{u}{r \omega \theta_{rms}} = 1 - \frac{y}{h}$ (2.11) $\begin{bmatrix} q_1' \\ q_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{C_3 S_3'}{C_1' C_2'} & -\frac{C_4 S_4'}{C_1' C_2'} & 1 \\ -1 & -\frac{C_4 S_4'}{C_1' C_2'} & \frac{C_3 S_3'}{C_1' C_2'} & 0 \end{bmatrix}$ $\frac{u}{r \omega \theta_0} = q_1' \cos \omega t + q_2' \sin \omega t$	$\begin{bmatrix} \sinh \lambda' \frac{y}{h} \sin \lambda' \frac{y}{h} \\ \sinh \lambda' \frac{y}{h} \cos \lambda' \frac{y}{h} \\ \cosh \lambda' \frac{y}{h} \sin \lambda' \frac{y}{h} \\ \cosh \lambda' \frac{y}{h} \cos \lambda' \frac{y}{h} \end{bmatrix}$
Friction torque	$T_{fs} = \mu \left(\frac{b l}{h} + \frac{A_p}{h} \right) \times r_p^2 \omega \theta_{rms}$ (2.13)	$T_f(t) = \mu \left(\frac{b l}{h} F \cos(\omega t + \delta) + \frac{A_p}{h} F \cos(\omega t + \delta') \right) r_p^2 \omega \theta_0$ (2.14)
Torsional damping coefficient	$c_{ts} = \mu \left(\frac{b l}{h} + \frac{A_p}{h} \right) r_p^2$ (2.15)	$c_t = \mu \left(\frac{b l}{h} F \cos \delta + \frac{A_p}{h} F \cos \delta' \right) r_p^2$ (2.16)
Added moment of inertia	$J_{As} = \frac{1}{3} (m_o + m_o') r_p^2$ (2.17)	$J_A = \frac{1}{2} \left(\frac{m_o}{\lambda^2} F \sin \delta + \frac{m_o'}{\lambda'^2} F \sin \delta' \right) r_p^2$ (2.18)
Dimensionless frequency	$\lambda = h \sqrt{\omega / (2 \nu)}$ (2.19) $C_1 = C_3 + C_4, C_2 = C_3 - C_4, C_3 = \cosh \lambda, C_4 = \cos \lambda$ $S_1 = S_3 + S_4, S_2 = S_3 - S_4, S_3 = \sinh \lambda, S_4 = \sin \lambda$	
Dimensionless velocity gradient	$F \cos(\omega t + \delta) = -\frac{h}{r_p \omega \theta_0} \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big _{x=0}$ (2.20) $F \cos \delta = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{S_2}{C_1} + \frac{S_1}{C_2} \right), F \sin \delta = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{S_1}{C_1} + \frac{S_2}{C_2} \right)$	
Dimensionless frequency	$\lambda' = h' \sqrt{\omega / (2 \nu)}$ (2.21) $C_1' = C_3' + C_4', C_2' = C_3' - C_4', C_3' = \cosh \lambda', C_4' = \cos \lambda'$ $S_1' = S_3' + S_4', S_2' = S_3' - S_4', S_3' = \sinh \lambda', S_4' = \sin \lambda'$	
Dimensionless velocity gradient	$F' \cos(\omega t + \delta') = -\frac{h'}{r \omega \theta_0} \frac{\partial u}{\partial y} \Big _{y=0}$ (2.22) $F' \cos \delta' = \frac{\lambda'}{2} \left(\frac{S_2'}{C_1'} + \frac{S_1'}{C_2'} \right), F' \sin \delta' = \frac{\lambda'}{2} \left(\frac{S_1'}{C_1'} + \frac{S_2'}{C_2'} \right)$	
Notations	$r_p, A_p = \pi r_p^2, l$: Radius, area and length of the disk $m_o = \rho b h l, m_o' = \rho A_p h'$: Mass of the fluid in clearances ρ, μ, ν : Density, viscosity and kinematic viscosity of fluid	

表 3 円環流路形オイルダンパの理論解析

	Steady flow	Unsteady flow
Structure and analytic model		
Equation of continuity	$A_p \bar{v}_{prms} = -b \int_0^h \bar{v}(x) dx$ [3.1]	$A_p \bar{v}_p \cos \omega t = -b \int_0^h \bar{v}(x, t) dx$ [3.2]
Equation of motion	$\frac{dp}{dy} = \mu \frac{d^2 \bar{v}}{dx^2}$ [3.3]	$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$ [3.4]
Boundary conditions	$\bar{v}(0) = \bar{v}_{prms}$ $\bar{v}(h) = 0$ [3.5]	$\bar{v}(0, t) = \bar{v}_p \cos \omega t$ $\bar{v}(h, t) = 0$ [3.6]
Solution	$\frac{\bar{v}}{\bar{v}_{prms}} = (1 - \frac{x}{h}) \times [1 - 3(2A+1)\frac{x}{h}]$ [3.7]	$\bar{v}/\bar{v}_p = q_1 \cos \omega t + q_2 \sin \omega t + q_5 P \sin(\omega t + \xi) - q_6 P \cos(\omega t + \xi)$ [3.8]
	$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_5 + 1 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{C_3 S_3}{C_1 C_2} & -\frac{C_4 S_4}{C_1 C_2} & 1 \\ -1 & -\frac{C_4 S_4}{C_1 C_2} & \frac{C_3 S_3}{C_1 C_2} & 0 \\ 0 & -\frac{S_3}{C_1} & \frac{S_4}{C_1} & 1 \\ -1 & \frac{S_4}{C_1} & \frac{S_3}{C_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sinh \lambda \frac{x}{h} \sin \lambda \frac{x}{h} \\ \sinh \lambda \frac{x}{h} \cos \lambda \frac{x}{h} \\ \cosh \lambda \frac{x}{h} \sin \lambda \frac{x}{h} \\ \cosh \lambda \frac{x}{h} \cos \lambda \frac{x}{h} \end{bmatrix}$	
Pressure drag	$D_{ps} = 6\mu l/b/h \times A(2A+1)\bar{v}_{prms}$ [3.9]	$D_p(t) = 2\mu l/b/h \times A \bar{v}_p \lambda^2 P \cos(\omega t + \xi)$ [3.10]
Friction drag	$D_{fs} = 2\mu l/b/h \times (3A+2)\bar{v}_{prms}$ [3.11]	$D_f(t) = \mu l/b/h \times \bar{v}_p F \cos(\omega t + \delta)$ [3.12]
Damping coefficient	$C_s = 4\mu l/b/h \times (3A^2+3A+1)$ [3.13]	$c = \mu l/b/h \times [(2A+1)\lambda^2 P \cos \xi + \frac{\lambda S_1}{2C_2}]$ [3.14]
Added mass	$m_{As} = m_o/5 \times (6A^2+A+2/3)$ [3.15]	$m_A = m_o/2 \times [(2A+1)P \sin \xi - A + \frac{S_2}{2\lambda C_2}]$ [3.16]
Dimensionless pressure and velocity gradient	$P \cos \xi = \frac{1}{2} \frac{\lambda(2A+1)C_1 S_2}{(\lambda C_1 - S_1)^2 + S_2^2}$ $P \sin \xi = \frac{1}{2} \frac{(2A+1)C_1(\lambda S_1 - 2C_2)}{(\lambda C_1 - S_1)^2 + S_2^2} + A$ $F \cos \delta = \lambda^2 P \cos \xi + \lambda S_1/(2C_2)$ $F \sin \delta = \lambda^2 (P \sin \xi - A) + \lambda S_2/(2C_2)$	
Dimensionless quantities	$\lambda = h\sqrt{\omega/(2\nu)}$, $A = A_p/A_o$ [3.18] $C_1 = C_3 + C_4$, $C_2 = C_3 - C_4$, $C_3 = \cosh \lambda$, $C_4 = \cos \lambda$ $S_1 = S_3 + S_4$, $S_2 = S_3 - S_4$, $S_3 = \sinh \lambda$, $S_4 = \sin \lambda$	
Notations	$b = \pi(d_c + d_p)/2$, $h = (d_c - d_p)/2$, $\bar{v}_p = y_0 \omega$ [3.19] $A_p = \pi d_p^2/4$, $A_o = b h$, $m_o = \rho b h l$, $\bar{v}_{prms} = \bar{v}_p/\sqrt{2}$ ρ, μ, ν : Density, viscosity and kinematic viscosity of fluid	

体であり、すきま $h=(d_c-d_p)/2$ の中を層流状態で流れると仮定する。また、ピストン前後で発生する対流渦の影響は無視できるものとする。

このオイルダンパの流路を図のように平面に展開し、デカルト座標系 $x-y$ で流路内の流体の運動を記述する。このとき、流路幅 b をシリンダ内周とピストン外周の平均値 $b=\pi(d_c+d_p)/2$ にとると、変形後の流路の面積が変化せず、展開による誤差が小さくなる。

オイルダンパとオイルフィルムダンパの解析上の相違点は、オイルダンパの場合には流路内に圧力こう配を生じるので運動方程式[3.4]に圧力項が現れるという点である。この圧力項は連続の式[3.2]が満たされるという条件から決定される。なお、連続の式の左辺はピストンが排除した流体の体積、右辺は流路を通して流出する流体の体積を表している。

これらの基礎式を解くと、解[3.8]およびピストンに働く圧力抵抗 $D_p(t)$ の式[3.10]と摩擦抵抗 $D_f(t)$ の式[3.12]が得られる。この圧力抵抗と摩擦抵抗は、ピストンの速度とそれぞれ ξ と δ の位相差を保って正弦振動をしており、そのピストン速度比例成分が減衰係数 c 、ピストンの加速度比例成分が付加質量 m_A になり、それぞれ式[3.14]、[3.16]のように求められ

(a) $\lambda=2, A=10$ (b) $\lambda=10, A=10$

図 3 オイルダンパにおける制動油の速度分布

る。これらの計算式にも前述の無次元振動数 λ が含まれており、 λ が零のときには左側の欄に示されている定常流理論解析の結果と一致する。

図3は、流路内の速度分布の計算例を示している。図2と同じように座標軸を無次元化すると、制動油の速度分布は、無次元振動数 λ およびピストンと流路の面積比 $A=A_p/A_o$ の関数となる。このうち、面積比 A は速度プロファイルには大きな影響を与えないので、図3では A を一定値($=10$)に固定している。図のように、 $\lambda=2$ までは定常流の特徴である放物線状速度分布が保たれているが、 λ が2を越えると非定常の影響が現れ始め、次第に一樣な速度分布に近づいていく。また、オイルフィルムダンパに比べて油の流速が早くなり、オイルダンパでは制動油の質量効果が非常に大きくなる。

オイルダンパの減衰係数と付加質量の計算式[3.14]

図4 オイルダンパの周波数特性

と[3.16]を定常流の場合の理論式[3.13], [3.15]のそれぞれで除せば、その周波数特性が明らかになる。これらの比はピストンと流路の面積比 A によって多少変化するが、その影響は小さく、 $A=10$ の場合の周波数特性を図4の実線で示している。横軸にとられた無次元振動数 λ が2を越えると周波数の影響が現れ始め、減衰係数は増加し、付加質量はわずかに減少する。

図5は、オイルダンパの減衰係数と付加質量の実験結果を表3の解析結果と比較したものである。実験装置は、図6に示された粘性空気ダンパの装置を流用した。ダンパの周囲には3個の薄肉円環形ばねが対称に配置され、上部質量を支えている。この装置の基礎を正弦波加振し、上部質量と基礎に取付けられた加速度ピックアップにより測定した振動伝達率と位相角からオイルダンパの減衰係数と付加質量が求まる⁽⁵⁾。

図5の横軸には、加振振動数 ω を実験装置の固有振動数 ω_n で除した比がとられている。この振動数比が1付近で実験装置が共振し、このときピストンの振幅が非常に大きくなるが、減衰係数と付加質量の測定値には大きな変化がみられない。このことからこのオイルダンパには振幅依存性がほとんどないことがわかる。一方、振動数が増加したときには、減衰係数は漸増し、付加質量はほとんど変化しない。これを理論値と比較すると、多少の誤差はあるものの理論曲線は実験値の傾向をよく説明している。なお図の中の記号 c_s は、ばねの内部減衰や空気抵抗による実験装置の不可

(a) 減衰係数 $d_p=31\sim32.5$ mm

(b) 減衰係数 $d_p=33\sim34$ mm

(c) 付加質量 $d_p=31\sim34$ mm

図5 オイルダンパの減衰係数と付加質量の実験値と理論曲線 ($d_c=36$ mm, $l=40$ mm, $\nu=100$ mm²/s)

避的な減衰を表している。

表4は、円形孔流路形オイルダンパの解析における基礎式と解析結果を示している。この理論解析では、ピストン側壁とシリンダ内壁はすきまなく接している($d_p = d_c$)が、その間には摩擦が生じないと仮定している。

ピストンが振動するとき、制動油はピストンに開けられた半径 r_1 、直径 d_o の円形の流孔を流れるが、その運動を流孔の中心を原点とする円筒座標系 $r-y$ で記述する。その運動方程式[4.4]の解は、Bessel 関数の一種である Kelvin 関数で表される。以下、円環流路形オイルダンパの場合と同様にして計算し、減衰係数と付加質量がそれぞれ式[4.14]と[4.16]のように求められる。ここで β は円形孔流路形オイルダンパにおける無次元振動数を表しており、円環流路形における無次元振動数 λ の半径すきま h を流孔の半径 r_1 で置き換えただけで、 λ と同じ意味を持っている。

円形孔流路形オイルダンパの周波数特性は、無次元振動数 β を横軸にとると、図4の破線のように表される。図のように円環流路形よりも周波数の影響を受けやすくなっているのは、流路面積が同じ場合には、円形孔の方が円環よりも流路壁面積が狭くなるからである。

(a) 粘性空気ダンパ ($d_c = 45.01$ mm, $d_p = 44.93$ mm, $l = 40.0$ mm)

(b) 動圧空気ダンパ ($d_c = 44.04$ mm, $d_p = 44.00$ mm, $c_0 = 0.14$, $c_d = 0.60$)

図6 空気ダンパの実験装置

表4 円形孔流路形オイルダンパの理論解析

	Steady flow	Unsteady flow
Structure		$y(t) = y_0 \sin \omega t$ $v_p = y_0 \omega$ $v_{prms} = v_p / \sqrt{2}$ $d_c = d_p$ $A_p = \pi(d_p^2 - d_o^2)/4$ $A_o = \pi d_o^2/4 = \pi r_1^2$ $m_o = \rho A_o l$
Equation of continuity	$A_p v_{prms} = 2\pi \int_0^{r_1} r v(r) dr$ [4.1]	$A_p v_p \cos \omega t = 2\pi \int_0^{r_1} r v(r, t) dr$ [4.2]
Equation of motion	$\frac{dp}{dy} = \mu \left(\frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} \right)$ [4.3]	$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right)$ [4.4]
Boundary conditions	$v(0) = \text{finite}$ $v(r_1) = v_{prms}$ [4.5]	$v(0, t) = \text{finite}$ $v(r_1, t) = v_p \cos \omega t$ [4.6]
Solution	$\frac{v}{v_{prms}} = 2(A+1) \times \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^2 - 1 \right] + 1$ [4.7] $E_1 = \frac{\text{ber} \eta_1 \text{ber} \eta_1 + \text{bei} \eta_1 \text{bei} \eta_1}{\text{ber}^2 \eta_1 + \text{bei}^2 \eta_1}$ $E_2 = \frac{\text{bei} \eta_1 \text{ber} \eta_1 - \text{ber} \eta_1 \text{bei} \eta_1}{\text{ber}^2 \eta_1 + \text{bei}^2 \eta_1}$ $\text{ber} \eta = 1 - \left[\frac{(\eta/2)^2}{2!} \right]^2 + \left[\frac{(\eta/2)^4}{4!} \right]^2 - \dots$ $\text{bei} \eta = (\eta/2)^2 - \left[\frac{(\eta/2)^3}{3!} \right]^2 + \left[\frac{(\eta/2)^5}{5!} \right]^2 - \dots$	$v/v_p = E_1 \cos \omega t + E_2 \sin \omega t + (E_1 - 1) P \sin(\omega t + \xi) - E_2 P \cos(\omega t + \xi)$ [4.8] $P \cos(\omega t + \xi) = \frac{1}{\omega \rho v_p} \frac{\partial p}{\partial y}, F \cos(\omega t + \delta) = \frac{\eta}{v_p} \frac{\partial v}{\partial r} \Big _{r=r_1}$ $P \cos \xi = \frac{(A+1) B_1}{B_1^2 + (B_2+1)^2}, P \sin \xi = \frac{(A+1)(B_2+1)}{B_1^2 + (B_2+1)^2} - 1$ $F \cos \delta = \eta^2 P \cos \xi, F \sin \delta = \eta^2 (P \sin \xi - A)$ $B_1 = \frac{2}{\eta_1} \frac{\text{ber} \eta_1 \text{ber}' \eta_1 + \text{bei} \eta_1 \text{bei}' \eta_1}{\text{ber}^2 \eta_1 + \text{bei}^2 \eta_1}$ $= \frac{2}{\eta_1} \frac{dE_1}{d\eta} \Big _{\eta=\eta_1} = \frac{2}{\eta_1^2} \int_0^{\eta_1} \eta E_2 d\eta$ $B_2 = \frac{2}{\eta_1} \frac{\text{bei} \eta_1 \text{ber}' \eta_1 - \text{ber} \eta_1 \text{bei}' \eta_1}{\text{ber}^2 \eta_1 + \text{bei}^2 \eta_1}$ $= \frac{2}{\eta_1} \frac{dE_2}{d\eta} \Big _{\eta=\eta_1} = -\frac{2}{\eta_1^2} \int_0^{\eta_1} \eta E_1 d\eta$ [4.17]
Dimensionless pressure and velocity gradient		
Dimensionless quantities	$A = A_p/A_o$ $\eta = r\sqrt{\omega/\nu}, \eta_1 = r_1\sqrt{\omega/\nu}, \beta = \eta_1/\sqrt{2}$ [4.18]	
Notations	d_p, A_p, l : Diameter, area and length of the piston d_o, A_o, r_1 : Diameter, area and radius of the orifice [4.19] ρ, μ, ν : Density, viscosity and kinematic viscosity of fluid	

表 5 空気ダンパの理論解析 (左: 粘性空気ダンパ, 右: 動圧空気ダンパ)

	Viscous Air Damper	Nonviscous Air Damper	
Structure	Fig. a	Fig. b	
Analytic model of viscous air damper	Fig. c		
Fundamental equations	Equation of state	$p/p_0 = (\rho/\rho_0)^\gamma$ [5.1]	
	Equation of continuity	$\rho_0 A_p h_p = \rho A_p (h_p - y) + \int_0^t Q_m dt$ [5.2]	
	Mass flow rate	$Q_m = -\frac{\rho_0 b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^h v(x, \theta) dx d\theta$ [5.3] $Q_m = \text{sgn}(p - p_0) (C_0 A_0 + C_d A_d) \sqrt{2\rho_0(p - p_0)}$ [5.4]	
	Equation of motion	$\frac{dp}{dy} = \mu \frac{d^2 v}{dx^2}$ [5.5]	
	Boundary conditions	$v(0) = v_{prms}$ [5.6] $v(h - \Delta h \cos \theta) = 0$	
	Viscous Air Damper	Nonviscous Air Damper	
Differential equation	$\frac{dP}{dT} + \frac{2\pi}{N} P = \gamma \frac{dY}{dT}$ [5.7]		
Solution	$P = \frac{\gamma N Y_0}{1 + N^2} (\cos 2\pi T + N \sin 2\pi T)$ [5.8]		
Dimensionless damping coefficients	$\frac{C}{\gamma \rho_0 A_p / (\omega h_p)} = \frac{N}{1 + N^2}$ [5.9]		
	$\frac{C}{\alpha_0 A_p^2} = \frac{N}{N_0 (1 + N^2)}$ [5.10]	$\frac{C}{\alpha_1 A_p^2} = \frac{N}{N_1 (1 + N^2)}$ [5.11]	
Dimensionless spring constant	$\frac{k_a}{\gamma \rho_0 A_p / h_p} = \frac{N^2}{1 + N^2}$ [5.12]		
Definition of dimensionless quantities	Frequency	$N_0 = \frac{\alpha_0 \omega A_p h_p}{\gamma \rho_0}$ [5.13] $N = \frac{N_0}{1 + 3\epsilon^2/2}$	$N_1 = \frac{\alpha_1 \omega A_p h_p}{\gamma \rho_0}$ [5.14] $N = \sqrt{\frac{1}{2}(\sqrt{1 + N_1^4} - 1)}$
	Eccentricity	$\epsilon = \Delta h / h$ [5.15]	—
	Pressure difference	$P = (p - p_0) / p_0$ [5.16]	
	Displacement, Amplitude	$Y = y / h_p$, $Y_0 = y_0 / h_p$ [5.17]	
	Time	$T = \omega t / (2\pi)$ [5.18]	
Coefficient of discharge resistance	$\alpha_0 = \frac{12\mu l}{bh^3}$ [5.19]	$\alpha_1 = \frac{\sqrt{\gamma \rho_0 p_0 Y_0}}{b_1 (C_0 A_0 + C_d A_d)}$ [5.20]	
Notations	$b = \pi(d_c + d_p)/2$ $h = (d_c - d_p)/2$ $\Delta h = 0.0$: see Fig. c l : length of the piston	b_1 : constant (=1.12835789) C_0, C_d : flow coefficients $d_0, A_d = \pi d_0^2/4$: diameter, area of the orifice	

4. 空気ダンパ

表5は、空気ダンパの構造と基礎方程式、および解析結果を示している。この表の左側の欄には表3のオイルダンパと同じ構造の粘性空気ダンパ、右側の欄には空気の流れを制動力として利用する動圧(非粘性)空気ダンパが対比されて示されている。空気の密度は非常に小さいのでその質量効果は無視することができる。しかし空気の圧縮性のため、動的な荷重に対しては復元力が働き、シリンダの中に含まれる空気の体積に従ってシリンダ底面からピストン下面までの高さ h_p が空気ダンパの特性に大きな影響を与える。

これらの空気ダンパを解析するのに必要な基礎方程式は、空気の状態方程式[5.1] (断熱変化を仮定すれば $\gamma=1.4$)、連続の式[5.2]、および流路(シリンダとピストンのすきまおよびオリフィス)を流れる空気の質量流量の式[5.3]または[5.4]である。粘性空気ダンパの場合にも、前述のオイルダンパと同じように流路を平面に展開して解析し、質量流量を計算する。このときシリンダとピストンの半径すきま h が非常に狭いことを考慮して、両者の中心軸のずれ Δh を計算に入れ、また流体の加速度項を無視した。

これらの基礎式を一つの式にまとめ、高次の微小量は無視すると、粘性形と動圧形の空気ダンパに共通の微分方程式[5.7]が得られる。ただし、それぞれのダンパにおいて無次元量 N の内容が異なり、これらのダンパが同じ特性を有するというわけではない。

微分方程式[5.7]を解くと、空気ダンパの無次元化減衰係数 c とばね定数 k_a の計算式が式[5.9]～[5.12]のように求められる。このように無次元化を行うと、粘性空気ダンパの減衰係数とばね定数は式[5.13]で定義される無次元振動数 N_0 の関数として

4. 空気ダンパ

表5は、空気ダンパの構造と基礎方程式、および解析結果を示している。この表の左側の欄には表3のオイルダンパと同じ構造の粘性空気ダンパ、右側の欄には空気の流れを制動力として利用する動圧(非粘性)空気ダンパが対比されて示されている。空気の密度は非常に小さいのでその質量効果は無視することができる。しかし空気の圧縮性のため、動的な荷重に対しては復元力が働き、シリンダの中に含まれる空気の体積、従ってシリンダ底面からピストン下面までの高さ h_p が空気ダンパの特性に大きな影響を与える。

これらの空気ダンパを解析するのに必要な基礎方程式は、空気の状態方程式[5.1](断熱変化を仮定すれば $\gamma=1.4$)、連続の式[5.2]、および流路(シリンダとピストンのすきまおよびオリフィス)を流れる空気の質量流量の式[5.3]または[5.4]である。粘性空気ダンパの場合にも、前述のオイルダンパと同じように流路を平面に展開して解析し、質量流量を計算する。このとき、シリンダとピストンの半径すきま h が非常に狭いことを考慮して、両者の中心軸のずれ Δh を計算に入れ、また流体の加速度項を無視した。

これらの基礎式を一つの式にまとめ、高次の微小量は無視すると、粘性形と動圧形の空気ダンパに共通の微分方程式[5.7]が得られる。ただし、それぞれのダンパにおいて無次元量 N の内容が異なっており、これらのダンパが同じ特性を有するというわけではない。

微分方程式[5.7]を解くと、空気ダンパの無次元化減衰係数 c とばね定数 k_a の計算式が式[5.9]～[5.12]のように求められる。このように無次元化を行うと、粘性空気ダンパの減衰係数とばね定数は式[5.13]で定義される無次元振動数 N_0 の関数として、また動圧空気ダンパの場合には式[5.14]で定義された無次元量 N_1 の関数として表される。

図6(a)と(b)は、粘性空気ダンパと動圧空気ダンパのそれぞれの実験装置を示している。これらの装置を用いて、粘性空気ダンパの場合には加振振動数 ω とピストンの高さ h_p および基礎の加速度振幅 $a_0\omega^2$ を変化させながら、動圧空気ダンパの場合にはさらにオリフィスの直径 d_o とピストンの振幅 y_0 を変えながらダンパの減衰係数 c とばね定数 k_a を測定した。これらの測定値を理論解析で行ったのと同じように無次元化し、その結果を図7と8に示す。

粘性空気ダンパの減衰係数は、図7(a)に示されるように無次元振動数 N_0 の増加とともに減少し、ばね定数は逆に同図(b)のように増加する。これはピストンの振動数が高くなると、空気がすきまを流れにくくなり、シリンダ内で圧縮と膨張を繰り返すだけとなるからである。他方、基礎の加速度 $a_0\omega^2$ 、したがってピストンの振幅 y_0 が変化しても、減衰係数とばね定数はほとんど変化しない。なお、この実験に用いた空気ダンパには偏心 Δh があったようで、実験値は偏心率 $\epsilon = \Delta h/h = 0.7$ の理論曲線にほぼ一致している。

一方、動圧空気ダンパには振幅依存性があり、図8の横軸にとられた無次元量 N_1 は、ピストンの振動数

ω に比例するほか、振幅 y_0 の平方根にも比例して変化する。したがって、図8は動圧空気ダンパの周波数特性と振幅特性を同時に表現しているといえる。この図から、動圧空気ダンパの減衰係数はピストンの振幅と振動数がある一定の値をとるときに最も大きくなり、またばね定数はピストンの振幅と振動数が増加するほど大きくなるのがわかる。また理論解析の結果から予測されたように、ピストンの振幅や振動数や高さ、あるいはオリフィスの直径などの実験変数をどのように変えても、動圧空気ダンパの特性は無次元量 N_1 で一意に実現できることが本実験より確かめられた。

5. 結 言

3種類の流体減衰器（オイルフィルムダンパ、オイルダンパ、空気ダンパ）において、抵抗体（平板またはピストン）が正弦振動する場合について理論解析と実験を行った。その結果、これらの減衰器の周波数特性と振幅特性が明らかになり、オイルフィルムダンパとオイルダンパが取付けられた振動系は制動油の質量効果によって系の固有振動数が低下すること、および空気ダンパが取付けられた振動系の場合には空気の圧縮

(a) 無次元化減衰係数

(b) 無次元化ばね定数

図7 粘性空気ダンパの減衰特性とばね特性

(a) 無次元化減衰係数

(b) 無次元化ばね定数

図8 動圧空気ダンパの減衰特性とばね特性

性によって系の固有振動数が高くなることが確かめられた。また、本論文で提案するダンパの設計式の精度が高いことが確認できた。

文 献

(1) 萩原, 振動測定, (1945), 162, 宝文館出版.

(2) 亘理, 機械振動, (1966), 11, 丸善.

(3) 古川, 振動および衝撃測定, (1966), 67, 誠文堂新光社.

(4) 中根, ばね・緩衝器・ブレーキ, (1966), 187, 誠文堂新光社.

(5) 浅見・関口, 機論, 50-456, C (1984), 1357.

(6) 浅見・関口, 機論, 51-464, C (1985), 729.

(7) 浅見・関口, 機論, 56-526, C (1990), 1400.