非線形差分方程式を用いた マニピュレータの同定と制御*

松田 健一^{*1}, 松本 芳明^{*2}, 岡田 養二^{*1}

Identification and Adaptive Control for Robotic Manipulator by Means of Nonlinear Discrete Equations

Kenichi MATSUDA, Yoshiaki MATSUMOTO and Yohji OKADA

Nonlinear manipulator dynamics is identified as capable of realizing the high-speed adaptive control. One of the biggest problem of realizing the fast motion of a robotic manipulator is its dynamic reflection. The driving torque calculated from the mathematical model compensates well for this reflection, but the dynamic property changes according to payload and manipulator configuration. This paper introduces a high-speed adaptive control technique using identification. First, the manipulator is controlled only by a planned trajectory. A nonlinear discrete equation is then applied to the time series signal to identify the manipulator dynamics. The identified equation is used to calculate the actuating signal which produces the following motion. The proposed technique is applied to the three-dimensional positioning of a multijoint manipulator.

Key Words: Identification, Adaptive Control, Robotics, Nonlinear Discrete Equation, Time Series Analysis, Mathematical Model

1. はじめに

産業用ロボットマニピュレータの研究開発は、近年急速に進められ、FA化の進展に伴い生産現場にも広く普及するに至った。しかもその性能向上のため、従来ではそれほど要求の高くなかった制御の高速性や、運動軌跡の精度までが問題になってきた。しかし、マニピュレータの高速な軌跡制御は、アーム先端の位置・姿勢を空間の計画軌跡にそって制御するため、その動的反力や多くの非線形特性によって、通常のサーボ系の制御に比べ非常に難しい。

マニピュレータの動的な制御法として、各軸間の動的干渉を無視する方法⁽¹⁾、非線形系の非干渉制御に基づく方法⁽²⁾、状態フィードバックなど従来の線形制御理論による方法⁽³⁾⁽⁴⁾、さらに動特性の変化に対応する制御法としてモデル規範型適応制御⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾や、それに加え学習制御や反復制御⁽⁸⁾などの方法も考えられている。また、高精度の軌道制御を可能とするため、座標変換を使った微分方程式のパラメータ同定に基づく制御や⁽⁹⁾、非線形補償方式に用いる微分方程式のパラメー

タを同定しモデル規範型適応制御に応用する方法などが提案されている⁽¹⁰⁾。それらの結果は非常に良いが、高速のコンピュータによるオンライン計算を必要とするなど、どうしてもハードウェアへの依存度が高くなる。そのため、著者らはCPUの性能にあまり依存せず高速で適応制御を可能とする方法として、一回の動作信号から時系列解析によって特性根を同定する方法や⁽¹¹⁾、線形差分方程式の逆伝達関数を求め適応制御を行う方法⁽¹²⁾を提案した。差分方程式同定は微分方程式同定に比べると、位置応答データのみを使うため、計算が簡単で収束も良いという長所がある。しかし高速制御に適用するには、コリオリ力や遠心力などの非線形相互作用項が同定できなかった。

本研究では、図1に示される動的反力を考慮した方式において、マニピュレータの数学モデルを非線形差

図1 数学モデルを使った高速制御

* 原稿受付 平成2年6月25日。

^{*1} 正員、茨城大学工学部 (〒316 日立市中成沢町4-12-1)

^{*2} 正員、(株)東芝 (〒105-01 東京都港区芝浦1-1-1)。

分方程式によって近似表現し、その係数パラメータを同定することで、高速適応制御を実現する。

実験は図2に示される、16-bit パラレルデータ型4接回転リンクのマニピュレータに対して試みる。計画軌跡による指令信号とその出力応答を、非線形差分方程式に適用することでマニピュレータの動特性が同定される。同定された差分方程式を使って新たな指令信号を計算し、パラレルポートを通して出力する。その結果、動的な遅れがなくなり良好な結果を示すが、重力やジョイントの非線形性などの影響で静的誤差は完全にキャンセルされない。したがって、この誤差を補正した操作信号を最終的な操作信号として用いる。

2. 理論解析

ここではマニピュレータの数学モデルと決定論的補償を論ずる。その時、動特性を同定するために非線形差分方程式を用いた時系列解析を提案する。最後に同定されたマニピュレータの動特性に基づく適応制御のアルゴリズムを導く。

2.1 高速CP制御 図2に示されるような4接回転リンクのマニピュレータの運動方程式は一般形として

$$J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + h + E = \tau \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 J 、 D 、 h および E は、慣性モーメント、粘性減衰係数、コリオリ力や遠心力などによる相互作用トルク、重力や非線形摩擦によるトルクである。

J_j : Equivalent Moment of Inertia on Joint j
 D_j : Equivalent Damping Factor on Joint j
 θ_j : Angle of Joint j
 m_i : Mass of Link i
 l_i : Length of Link i
 d_i : Center of Mass of Link i

図2 垂直多関節マニピュレータ

高速CP制御を実現する一つの手法として、図1に示すように計画軌跡に対する必要トルクを計算し、これを操作信号に加えて出力する方法が注目されている⁽¹³⁾。まず最初に、モータの最大トルク内で、マニピュレータの先端が連続軌跡を描くように θ_d を決める⁽¹⁴⁾。これを式(1)に代入し、必要トルク τ_d を計算する。さらにサーボ負荷系のゲインの逆数 K_t を掛けて、操作信号を作り出す。さらに計画軌跡を加え、位置フィードバックを併用し

$$r = K_t \tau_d + \theta_d - \theta \quad (2)$$

を得る。

本手法の欠点は、マニピュレータの数学的モデルを正確に把握しなければならない点にある。しかし、実際にはモデル化が困難であったり、負荷変動やアームの姿勢などで動特性が変化してしまうために、計画軌跡との間にどうしても誤差を生じる。従って、マニピュレータの高速動作としては、正確なモデル化を考えるよりも、むしろ高速制御を実現できる操作信号をうまく求められればその方が実用的であるといえる。

2.2 非線形差分方程式による動特性の推定 マニピュレータの動特性を線形な差分方程式を用いて近似表現する場合、その式誤差を少なくするために方程式の次数をある程度大きく設定することが考えられる。しかし、その中から安定根を選ぶことになるため、次数の設定や安定根の選定がむずかしかったり、本来の特性根に対する精度などに問題があった。そこでマニピュレータの各軸は1自由度であることから、線形項を二階差分方程式で表し、さらに高速動作の場合コリオリ力や遠心力など速度の2乗項の影響が大きくなることを考慮して、次の非線形差分方程式を導入する。

$$\theta_{(k)} = A\theta_{(k-1)} + B\theta_{(k-2)} + Cu_{(k)} + P\phi_{(k)} + q \quad (3)$$

ここで、図2のように3自由度のマニピュレータの場合は

$$\begin{aligned} \theta &= \{\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3\}^T \\ u &= \{u_1 \ u_2 \ u_3\}^T \\ \phi &= \{\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3\}^T \end{aligned}$$

であり、また A 、 B 、 C は 3×3 の行列で線形差分方程式の係数、 P は 3×6 の行列となり速度2乗項の係数、 q は 3×1 の定常項ベクトルを表す。マニピュレータの動特性を差分形で表すことで、位置信号としてエンコーダの出力を直接使うことができ、また速度 $\dot{\theta}$ はラグランジュの3点微分の公式を使って簡単に得られる。

$$\dot{\theta}_{(k)} = \frac{1}{2T}(\theta_{(k+1)} - \theta_{(k-1)}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで T はサンプリングタイムである。

式(3)は近似式であり、さらに観測誤差などを考慮すると、式誤差 e はその転置をとり次のように表せる。

$$\begin{aligned} e_{(k)}^T &= \theta_{(k)}^T - (\theta_{(k-1)}^T A^T + \theta_{(k-2)}^T B^T \\ &\quad + u_{(k)}^T C^T + \phi_{(k)}^T P^T + q^T) \\ &= \theta_{(k)}^T - \{\theta_{(k-1)}^T \theta_{(k-2)}^T u_{(k)}^T \phi_{(k)}^T 1\} [A \ B \ C \ P \ q]^T \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$k=1$ から L までの測定データを使って式(5)を表すと

$$E = \theta - Hx \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} x &= [A \ B \ C \ P \ q]^T \\ \theta &= \begin{bmatrix} \theta_{(3)}^T \\ \theta_{(4)}^T \\ \vdots \\ \theta_{(L)}^T \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7) \\ H &= \begin{bmatrix} \theta_{(2)}^T & \theta_{(1)}^T & u_{(3)}^T & \phi_{(3)}^T & 1 \\ \theta_{(3)}^T & \theta_{(2)}^T & u_{(4)}^T & \phi_{(4)}^T & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{(L-1)}^T & \theta_{(L-2)}^T & u_{(L)}^T & \phi_{(L)}^T & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

したがって、重み W をはさんで次のような評価関数を考える。

$$\begin{aligned} \lambda &= \text{trace}[\theta - Hx]^T W [\theta - Hx] \\ &= \text{trace} E^T W E \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

λ が最小となるのは $\partial \lambda / \partial x = 0$ であるから $\det(H^T W H) \neq 0$ のデータを用いれば

$$\hat{x} = (H^T W H)^{-1} H^T W \theta \quad \dots\dots\dots (10)$$

として x の最小 2 乗推定値 $\hat{x}$ が得られる。

2.3 指令信号の前処理と高速化適応制御 マニピュレータの動作から非線形差分方程式の係数が求まれば、 θ , ϕ に計画軌跡 θ_d 、及びその速度 $\dot{\theta}_d$ を代入

図3 信号の前処理

すると、高速動作を実現する操作信号 u_d は、

$$\begin{aligned} u_{d(k)} &= \hat{C}^{-1}(\theta_{d(k)} - \hat{A}\theta_{d(k-1)} - \hat{B}\theta_{d(k-2)} \\ &\quad - \hat{P}\phi_{d(k)} - \hat{q}) \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

より求めることができる。前処理の構成を図3に示す。 θ_d より得られる u_d は、図1の数学モデルから逆動力学問題を解いて τ を求めるのと全く等価である。もし推定された方程式が完全にマニピュレータの特性と一致するのであれば、式(11)の u_d によって精度良い高速化適応制御が可能である。しかし重力項を含む静的精度までを正確に求めることは困難であり

$$\Delta\theta = \theta_d - \theta \quad \dots\dots\dots (12)$$

の誤差を生じる。従って、この誤差を補正するために

$$u^* = u_d + K_e \Delta\theta \quad \dots\dots\dots (13)$$

を最終的な操作信号として得ることができる。 K_e は誤差ゲインであり、ここでは 0.7 と選んだ。

3. 実験結果と考察

前述の効果を確認するために、図2の垂直多関節マニピュレータおよび図4に示される 16 ビットマイクロコンピュータからなるサーボ系を使って動特性推定と高速化適応制御を試みる。計画軌跡は一定加速、定速、一定減速運動から構成し、出発点は $\theta_1=0\text{rad}$, $\theta_2=\pi/2\text{rad}$, $\theta_3=0\text{rad}$ 、終点は $\theta_1=0.35\text{rad}$, $\theta_2=1.23\text{rad}$, $\theta_3=0.39\text{rad}$ とした。ただし、今回の同定に使った θ は変位 [rad] ではなく、パルス数そのものを用い

図4 マニピュレータサーボ系の概要

た。この時の動作時間は 0.56 sec とし、この動作時間を 70 分割して、指令装置からの入出力の時間間隔を $T=8\text{msec}$ とした。

3・1 高速適応制御 最初に、計画軌跡を指令値として出力した場合の、先端負荷 0.2 Kg のマニピュレータの応答を図 5 に示す。一点鎖線が計画軌跡、階段状の実線が操作信号、点線がその応答である。当然ながらこの場合には動的な遅れと定常誤差を生じ、とくに θ_3 はその影響が大きい。各軸における等価駆動軸慣性 J_i 、等価粘性抵抗 D_i 、減速比 γ_i を表 1 に示す。

この指令値と対応する応答から式(7)と式(8)を作成し、非線形方程式の係数を推定するために式(10)に代入する。求められた係数の値を表 2 に示す。指令値は各軸ごとに独立ではないため同定された係数の精度に問題はあるが、高速動作を実現する操作信号を作るための係数としての意味を持つ。

この係数と計画軌跡を式(11)に代入して高速適応制御の操作信号を得る。2 回目の応答の例として、 θ_3 の応答を図 6 に示す。動的な遅れが無くなりかなり良い応答になっているが、まだわずかに誤差を含んでいる。計画軌跡と 2 回目の応答との誤差 $\Delta\theta$ は式(12)から得られ、この誤差を補正した操作信号は式(13)から

表 1 マニピュレータの定数
(先端負荷 0.2 Kg)

i	J_i kgm ²	D_i Ns/m	γ_i
1	0.3	1.4	64.3
2	0.2	0.71	31.7
3	0.052	0.37	31.7

表 2 非線形差分方程式によって同定された係数

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1.196 & -0.397 & 0.372 \\ -0.157 & 1.040 & -0.444 \\ 0.203 & -0.242 & 1.080 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} -0.398 & 0.390 & -0.259 \\ 0.163 & -0.153 & 0.261 \\ -0.163 & 0.277 & -0.208 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 0.045 & -0.722 & -0.360 \\ 0.062 & -0.145 & -0.216 \\ 0.035 & 0.534 & 0.454 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{P} &= \begin{bmatrix} 4.71\text{E}-7 & 4.65\text{E}-6 & 5.22\text{E}-6 \\ 2.25\text{E}-6 & 2.94\text{E}-6 & -8.13\text{E}-6 \\ -1.60\text{E}-6 & -1.56\text{E}-6 & 7.06\text{E}-6 \\ -2.89\text{E}-6 & -1.42\text{E}-5 & -1.49\text{E}-5 \\ 3.11\text{E}-6 & 4.43\text{E}-6 & 1.33\text{E}-5 \\ 8.87\text{E}-7 & 6.75\text{E}-6 & -4.41\text{E}-6 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{q} &= \{ 0.460 \quad -3.416 \quad -2.339 \}^T
 \end{aligned}$$

得られる。この操作信号を使ったときの θ_3 の応答を図 7 に示す。この応答は計画軌跡にほとんど一致しており、非線形差分方程式による動特性の推定と位置フィードバックによってかなり良好な制御が可能であるといえる。

3・2 負荷変動に対する適応性 この手法の適応性を確認するために、先端負荷を 0.2 Kg から 1.2 Kg に変更して同様の実験を行う。各駆動軸での等価慣性は $J_1=0.46$, $J_2=0.31$, $J_3=0.17$ に増加する。図 7 に示

図 5 計画軌跡を指令信号とした場合の応答

図 6 同定された非線形差分方程により
指令値を修正した応答

図 7 静的誤差を補正した指令値での応答

図 8 先端負荷を増加した場合の応答

される駆動信号による θ_3 の応答を図 8 に示す。各係数は、この駆動信号と応答から前と同様に式(10)によって同定され、2 回目の操作信号が式(11)から得られる。この操作信号による応答と計画軌跡との誤差を補正した式(13)による応答を図 9 に示す。動的な遅れと静的誤差が改善され十分に満足な結果が得られた。

4. 結 論

ロボットマニピュレータの高速適応制御に対して、必要トルクを計算するために、非線形差分方程式の係数を同定する方法を提案し、これに基づく制御を行いつつ結論を得た。

(1) 本方式は、マニピュレータの動特性の予備知識を必要とせず、1 サイクルの動作から操作信号を計算する方式であり、16 ビットクラスのプロセッサでも十分にマニピュレータの高速適応制御が可能である。

(2) 高速制御の場合コリオリカや遠心力など速度の 2 乗項の影響が大きくなる。これらを考慮した非線形差分方程式によって得られた操作信号は 3 自由度垂直多関節マニピュレータに、フィードフォワードされ、その動特性を十分に補償している。なお、このフィードフォワード補償を用いる本方式は、系全体を不安定化することはまれである。

(3) 提案した同定法で重力トルクやジョイントの摩擦等の静的な特性を精度良く同定するのは困難である。そのため、1 サイクルの動作のみでは、誤差を含んでいる。この誤差を補正した 3 回目の操作信号によって、高速適応制御が達成される。

最後に、本研究を進めるにあたり、貴重な助言をいただいた茨城大学工学部精密工学科の山中一雄助教授および実験に協力をいただいた平成元年度茨城大学卒研生の広瀬宏樹君に感謝申し上げます。

図 9 同定による補正と静的補正をした応答

文 献

- (1) Paul, R. P., *Modeling Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm*, Stanford Artificial Intelligence Memo, 177 (1972).
- (2) Freund, E., *A Nonlinear Control Concept for Computer Controlled Manipulators*, Proc. 4th IFAC Symp. Multivariable Technology System, (1977), 395.
- (3) Franklin G. F., Powell J. D., *Digital Control of Dynamic Systems*, (1980), Addison-Wesley.
- (4) 秋田, 計測と制御, 22-7 (1983), 640.

- (5) Balestrino, A. et., *An Adaptive Model Following Control for Robotic Manipulators, Journ. of DSMC.*, (1983), Vol. 105, p. 143.
 - (6) Dubowsky, S., Desforges, D. T., *The Application of Model Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulators, Trans. ASME, J-DSMC* 101, (1979), 193.
 - (7) 竹垣・有本, 計測自動制御学会論文集, **17-4**(1981), 467.
 - (8) 美多・加藤・青木, 計測自動制御学会論文集, **21-11**(1985), 1223.
 - (9) 川崎・西村, 計測自動制御学会論文集, **22-1**(1986), 76.
 - (10) Horowitz, R. and Tomizuka, M., *An Adaptive Control Scheme for Mechanical Manipulators-Compensation of Nonlinearity and Decoupling Control, Journ. of DSMC, Trans of ASME*, Vol. 108, (1986), p. 127.
 - (11) Okada, Y. et., *Auto-Regressive Identification and Adaptive Technique for the High-Speed Manipulator Control, ASME Paper 86-DET-185, Cct. 5-8*, (1986).
 - (12) 岡田・鈴木・松田, 機論, **55-518**, C(1989), 2569.
 - (13) 竹中, 機論, **50-458**, C(1984), 780.
 - (14) 遠山・高野, 精密機械, **51-2**(1985), 137.
 - (15) Luh, J. Y. S. and Lin, S C., *Optimum Path Planning for Mechanical Manipulators, Journ. of DSMC*, (1981), Vol. **102**, p. 142.
-