速度計測の不確かさを考慮した2自由度 DD ロボットの位置制御*

齊藤 春雄^{*1}, 竹前 忠^{*2}, 池田 修造^{*3}

Control of Two-Degree-of-Freedom Direct-Drive Robot with Errors of Velocity Measurement

Haruo SAITO, Tadashi TAKEMAE and Shuzo IKEDA

For the direct-drive robot, many excellent characteristics such as quick operation, high positioning accuracy and an application to force control are expected, but shortage of mechanical damping, difficulties of decoupling, effects of centrifugal force, Coriolis force and change of inertia become serious problems. These problems will be solved by using velocity feedback and a linearizing compensator on the premise that it is possible to obtain the velocity of the robot arm accurately. However, it is difficult to measure the velocity of the direct-drive robot accurately as compared with other types of robots. With these points as a background, this paper proposes a design method of a two-degree-of-freedom direct-drive robot control system by which the required accuracy of velocity measurement can be determined for positioning accuracy from the view point of sensitivity and robust stability. The validity of this design method is confirmed by experiments with a direct-drive robot.

Key Words: Robotics, Automatic Control, Robust Stability, Sensitivity, Direct Drive Robot, Mechanics, Transfer Function

1. 緒 言

ロボットの、よりいっそうの高精度化や高速度化、および力制御等の高機能化を目的として開発されたダイレクトドライブ (DD) ロボットには、機械的ダンピングの減少による減衰特性の悪化や、干渉力、コリオリ力、遠心力、慣性の変動の影響が従来の場合より大きいなどの問題がある。これらはロボットの速度をリアルタイムで計測し、速度フィードバックと線形化補償器を用いて解決できるが、DD ロボットはモータ速度が小さいため正確な速度計測は困難である。そこで、本研究では2自由度DD ロボットを例にとり、その位置制御に必要な速度計測の正確さを判断することができるような制御系設計手法をフィードバック系の感度とロバスト安定性という観点から考察し、その有効性を実際のDD ロボットを用いた実験により検討した。

2. 感度とロバスト安定性

図1のように、制御対象と制御器の伝達関数行列が各々 $P(s)$, $C(s)$ である多入力多出力フィードバック

系において、一巡伝達関数行列を $G(s) = P(s)C(s)$ とすると、制御対象の変動が閉ループ系全体に与える影響を示す感度行列 $S(s)$ は

$$S(s) = [I + G(s)]^{-1}$$

で与えられる。ここで、 $S(s)$ のノルムが小さいほうが閉ループ系の特性は制御対象の変動に影響されなくなる。また、目標値 $r(s)$ から出力 $y(s)$ までの閉ループ伝達関数行列 $T(s)$ は、

$$T(s) = I - [I + G(s)]^{-1} = I - S(s) \dots\dots\dots (1)$$

である。ここで、 $G(s)$ が制御対象の変動により $G'(s)$ に変化すると考えて

$$G'(s) = [I + \Delta(s)]G(s)$$

と表記すると、 $\Delta(s)$ は $G(s)$ の変化率を表す伝達関数行列であり、変動後の閉ループ系が安定であるための十分条件は、任意の複素行列 Z の最大特異値と最小特異値を各々 $\bar{\sigma}(Z)$, $\underline{\sigma}(Z)$ と表すならば、あらゆる ω

図1 多変数フィードバック系

*原稿受付 平成2年3月29日。

*¹ 正員, 信州大学工学部 (〒380 長野市若里500)。

*² 信州大学工学部。

*³ 学生員, 信州大学工学部。

について次の式が成り立つことである⁽¹⁾。

$$\bar{\sigma}\{G(j\omega)[I+G(j\omega)]^{-1}\} < \frac{1}{\bar{\sigma}\{A(j\omega)\}}$$

このとき、 $\bar{\sigma}(Z)=1/\underline{\sigma}(Z^{-1})$ の関係を用いると、上式は

$$\bar{\sigma}\{A(j\omega)\} < \underline{\sigma}\{I+G(j\omega)\} \cdots \cdots \cdots (2)$$

のように表される。式(2)が成り立つ場合にはノルムの性質より

$$\bar{\sigma}\{A \cdot G(I+G)^{-1}\} < 1$$

が成り立ち、これは H^∞ 制御におけるロバスト安定性の十分条件⁽²⁾

$$\|A \cdot G(I+G)^{-1}\|_\infty < 1$$

を満たすものである。

3. 速度計測の不確かさを考慮した 2自由度DDロボットの位置制御

本研究では、図2に示される並列駆動形2自由度DDロボットを考える。ここで $i=1, 2$ として、

θ_i : DD モータ i の角度

τ_i : DD モータ i の発生するトルク

とし、 c_1, c_2 を粘性摩擦係数とする。

また、次のようなベクトルと定数を定義する。

$$\begin{aligned} \theta &\triangleq \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \dot{\theta} &\triangleq \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \ddot{\theta} &\triangleq \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \tau &\triangleq \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \\ M &\triangleq \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ \phi_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) & \phi_3 \end{bmatrix} \\ H &\triangleq \begin{bmatrix} 0 & -\phi_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ \phi_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{bmatrix} \\ C &\triangleq \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, g &\triangleq \begin{bmatrix} \phi_4 \cos \theta_1 \\ \phi_5 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ただし、 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$ は各リンクについての、質量、長さ、重心の位置、慣性モーメント等によって定まる定数である。並列駆動では直列駆動に比べてリンク間干渉が少なく、この並列駆動形2自由度DDロボットの運動方程式はコリオリ力項 $\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$ が陽には含ま

図2 並列駆動形2自由度DDロボット

れない特別な場合となり⁽³⁾、次のように表される。

$$\tau = M\ddot{\theta} + H \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + C\dot{\theta} + g \cdots \cdots \cdots (3)$$

本研究では、計測された速度については定常誤差のみを考えることにし、モータの真の角速度を $\dot{\theta}_i$ 、計測された角速度を $\dot{\theta}_i^*$ として、

$$\dot{\theta}_i^* = \dot{\theta}_i + \delta_i \quad (\text{ただし、}\delta_i \text{ は定数})$$

$$\delta \triangleq \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix}$$

と定める。ここで、リアルタイムで計算される M, H, g を利用した線形化補償器を用いて次の補償を行う。

$$\tau = Mu + H \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^{*2} \\ \dot{\theta}_2^{*2} \end{bmatrix} + g \cdots \cdots \cdots (4)$$

ここで、式(3)の摩擦に関する項 $C\dot{\theta}$ についての補償を行わない理由は、摩擦について正確な情報を得ることは困難であるが、その情報を完全に得られねば速度の正のフィードバックが存在することになり制御系の安定性が損われる恐れがあるためである。また、機械的ダンピングの減少による制御系の減衰特性の悪化を補うために速度フィードバックを行う。この線形化補償器と速度フィードバックを用いた位置制御系を図3に示す。 r は目標値を示すベクトルである。また、 α と β はフィードバックゲインを示す行列であり、ここでは次の対角行列を考える。

$$\alpha \triangleq \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}, \beta \triangleq \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix}$$

すると $\delta=0$ の場合には線形化補償器とDDロボットを一体とみなすと $\ddot{\theta}=u$ で、この系は伝達関数表現でいえば $1/s^2$ の作用をすることになり、全体として二次系を構成し、式(3)におけるコリオリ力、遠心力、慣性変動という非線形性を弱めることができる。

本研究においては、DDロボットを位置制御するのに必要とされる速度計測の正確さについて、多入力多出力フィードバック系の感度とロバスト安定性という観点から検討を進め、以下のように、並列駆動形の2自由度DDロボットを位置制御するのに必要とされる

図3 線形化補償器と速度フィードバックを用いた位置制御系

速度計測の正確さを判断することができる制御系設計手法を考えた。

手順1 高速で運動するDDロボットの位置制御で最も問題になるのは目標位置への速い収束と位置決め精度であるので、任意の目標位置に対応する目標関節角度の近傍で成り立つDDロボット制御系のモデルを考える。ただし、線形化補償を加えた制御系を考える。

手順2 正確な速度計測が行われることを前提として、所望の運動特性を得るための位置フィードバックゲイン・速度フィードバックゲインを定める。

手順3 実際の系は、手順2の制御系が速度計測の不確かさによって変化したものと考えられる。そこで、速度計測の不確かさに関する感度とロバスト安定性を検討する。ロボットは、その目標位置がどのようなものであっても良好な制御特性が保証されなければならない。そこで、あらゆる目標関節角度のなかで要求される低い感度特性とロバスト安定性を最も両立し難いケースについてこの手順の検討を行う。

手順4 要求される低い感度特性とロバスト安定性を満たすのに必要な速度計測の精度を判断する。

次に、本設計手法を具体的に図3の制御系に適用する。式(3)、式(4)と

$$u = \alpha(r - \theta) - \beta \dot{\theta}^*$$

から次を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + M^{-1} \left(C - 2H \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \right) \dot{\theta} + \beta \dot{\theta} + \alpha \theta \\ = \alpha r - \beta \delta + M^{-1} H \begin{bmatrix} \delta_1^2 \\ \delta_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで、図3のモデルを変形して図4のように表すことを考える。この時、 $e = r - \theta + d$ から d, e, θ の関係は上式から次のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + M^{-1} \left(C - 2H \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \right) \dot{\theta} + \beta \dot{\theta} \\ = \alpha e - \alpha d - \beta \delta + M^{-1} H \begin{bmatrix} \delta_1^2 \\ \delta_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで、目標関節角度の近傍において成り立つモデル

図4 $\delta \neq 0$ のとき

を考え、

$$\lambda_1 \triangleq \sin\{(\theta_2 \text{ の目標値}) - (\theta_1 \text{ の目標値})\}$$

$$\lambda_2 \triangleq \cos\{(\theta_2 \text{ の目標値}) - (\theta_1 \text{ の目標値})\}$$

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \lambda_2 \\ \phi_2 \lambda_2 & \phi_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_1 & 2\phi_2 \delta_2 \lambda_1 \\ -2\phi_2 \delta_1 \lambda_1 & c_2 \end{bmatrix} \\ b &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \lambda_2 \\ \phi_2 \lambda_2 & \phi_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_2 \delta_2^2 \lambda_1 \\ -\phi_2 \delta_1^2 \lambda_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

とすると、目標関節角度近傍において成り立つ線形近似式が得られ、ラプラス変換した形で示すと次のようになる。

$$s(I + A + \beta) \theta(s) = \alpha e(s) - \alpha d - \beta \delta - b$$

ここで、

$$d \triangleq -\alpha^{-1}(b + \beta \delta)$$

とおくと、 $e(s)$ から $\theta(s)$ への伝達関数行列 $G(s)$ は

$$G(s) = \frac{1}{s} (sI + A + \beta)^{-1} \alpha \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。

次に、 $\delta = 0$ の場合について考える。このときの図4の制御系は、図5のように表すことができる。ただし、

$$G^0(s) \triangleq G(s)|_{\delta=0}$$

である。

ここで、速度計測が正確に行われるものと仮定したときの $r(s)$ から $\theta(s)$ までの伝達関数行列を $T^0(s)$ とすると、次の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} T^0(s) &= I - [I + G^0(s)]^{-1} \\ &= [G^0(s)^{-1} + I]^{-1} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

この式をもとに α, β を決定する。

次に、図4の系は、図5に示す系が一巡伝達関数行列 $G^0(s)$ の変動とある種の外乱 d によって変化したものと考えられる。制御系の感度を低くするためには、感度行列のノルムを小さくすればよい。ここで、式(1)から制御系の感度を低くするには閉ループ伝達関数行列のノルムを大きくすればよいことがわかる。図5における閉ループ伝達関数行列を $T^0(s)$ とすると、式(5)と式(6)より、

$$\begin{aligned} T^0(s) &= [s\alpha^{-1}(sI + A + \beta) + I]^{-1} \\ &= [s^2 I + s(A + \beta) + \alpha]^{-1} \alpha \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

図5 $\delta = 0$ のとき

ただし、 $A^0 \triangleq A|_{\delta=0}$

である。よって、 α_1, α_2 が大きいほど制御系は低感度であることがわかる。また、 d の定義より α_1, α_2 が大きいほど外乱 d は小さくなる。しかし、 $G^0(s)$ が $G(s)$ に変動したことにより安定性が失われてはならない。そこで、ロバスト安定性についても考慮しなければならない。そこで、 α, β と δ_1, δ_2 の関係において、ある程度のロバスト安定性が保証されている範囲を明らかにすることができるならば、要求される低感度特性とロバスト安定性の両方を満たすのに必要な速度計測の精度を決定することができる。よって、ここでは、 α, β に対する δ_1, δ_2 についてロバスト安定性を考えることにする。

ここで、一巡伝達関数行列 $G^0(s)$ の変動を、次のように表すことにする。

$$G(s) = [I + \Delta(s)] G^0(s) \quad \dots\dots\dots (8)$$

すると、

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= G(s) G^0(s)^{-1} - I \\ &= (sI + A + \beta)^{-1} (sI + A^0 + \beta) - I \end{aligned}$$

このとき、式(2)より、あらゆる ω について、

$$\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)] < \underline{\sigma}[I + G^0(j\omega)^{-1}] \quad \dots\dots\dots (9)$$

が成り立つならば、図4の位置制御系はロバスト安定である。したがって、あらゆる ω について式(9)を成り立たせるような δ_1, δ_2 であるならば、位置制御系はロバスト安定である。実際には、式(9)の $\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)]$ は $\underline{\sigma}[I + G^0(j\omega)^{-1}]$ と比べて小さいほどロバスト安定性には余有があると思われるため、 $\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)]$ と $\underline{\sigma}[I + G^0(j\omega)^{-1}]$ の差はある程度必要であると考えられる。

最後に、あらゆる目標関節角度のなかで要求される低い感度特性とロバスト安定性を最も両立し難いケースについて感度行列のノルムと式(9)の計算を行い、要求される低い感度特性とロバスト安定性を満たすのに必要な速度計測の精度を判断する。

4. 実 験

3章の設計手法の有効性を検討するため、ロバスト安定性の余有が位置制御系の安定性にどのように反映されるのか、実際の並列駆動形2自由度DDロボットを用いた実験により調べた。

実験に用いたDDロボットは、向かい合って固定された二つのDDモータのロータに平行四辺形リンク機構の一端が取付けられた構造になっており、

リンク1の長さ = 4.00×10^{-1} [m]

リンク2の長さ = 1.60×10^{-1} [m]

リンク3の長さ = 4.00×10^{-1} [m]

リンク4の長さ = 5.80×10^{-1} [m]

である。線形化補償器や位置・速度フィードバック系は、制御装置における信号の時間遅れを無視できる程度にとどめるため、精度のよいアナログ回路により実現している。

本研究では、 $\delta_1 = \delta_2 = 0$ のときの減衰特性が等しい2種類の設定の制御系について、 $\delta_1 = \delta_2 = 2.0$ [rad/s] のときの初期状態から目標値へのステップ応答を比較した。

$$(\theta_2 \text{ の目標値}) - (\theta_1 \text{ の目標値}) = \frac{1}{2} \pi \text{ [rad]}$$

のときには、 λ_2 は零になるため A^0 は対角行列であり、非干渉な位置制御系が得られ、式(7)より $r(s)$ と $\theta(s)$ の関係は、

$$\theta_1(s) = \frac{\alpha_1}{s^2 + \left(\frac{c_1}{\phi_1} + \beta_1\right)s + \alpha_1} r_1(s) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\theta_2(s) = \frac{\alpha_2}{s^2 + \left(\frac{c_2}{\phi_2} + \beta_2\right)s + \alpha_2} r_2(s) \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。このとき、

$$\zeta_1 \triangleq \frac{\beta_1 + \frac{c_1}{\phi_1}}{2\sqrt{\alpha_1}}, \quad \zeta_2 \triangleq \frac{\beta_2 + \frac{c_2}{\phi_2}}{2\sqrt{\alpha_2}}$$

$$\omega_{n1} \triangleq \sqrt{\alpha_1}, \quad \omega_{n2} \triangleq \sqrt{\alpha_2}$$

と定義すると、式(10)と式(11)は、それぞれ次のような二次系で表すことができる。

$$\theta_1(s) = \frac{\omega_{n1}^2}{s^2 + 2\zeta_1\omega_{n1}s + \omega_{n1}^2} r_1(s)$$

$$\theta_2(s) = \frac{\omega_{n2}^2}{s^2 + 2\zeta_2\omega_{n2}s + \omega_{n2}^2} r_2(s)$$

ここで、 ζ_1, ζ_2 は減衰係数である。本実験においては初期状態および目標値を固定し、 $\delta_1 = \delta_2 = 0$ のときの減衰係数が等しく、かつ、 δ_1, δ_2 がある時の $\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)]$ と $\underline{\sigma}[I + G^0(j\omega)^{-1}]$ の差が異なるような2種類の制御系で位置制御を行い、その応答について振動の減衰の様子を比較した。

初期状態および目標値は次のように定め、初期状態から目標値へステップ入力を与えた。

初期状態 : $r_1 = 1.05$ [rad] (=60°)

$r_2 = 3.14$ [rad] (=180°)

目標値 : $r_1 = 1.745$ [rad] (=100°)

$r_2 = 3.316$ [rad] (=190°)

本実験において比較した2種類の制御系の設定は、次のとおりである。

設定1 : $\alpha_1 = \alpha_2 = 60, \beta_1 = \beta_2 = 1$

$\delta_1 = \delta_2 = 0$ のときの減衰係数は、

$\zeta_1 = 0.71, \zeta_2 = 0.88$

設定2: $\alpha_1 = \alpha_2 = 100$, $\beta_1 = 4.2$, $\beta_2 = 4.9$

$\delta_1 = \delta_2 = 0$ のときの減衰係数は,

$$\zeta_1 = 0.71, \zeta_2 = 0.88$$

上記の2種類の設定の制御対象について, $\omega = 0.1$ から $\omega = 1000$ に対応する $\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)]$ と $\sigma[I + G^0(j\omega)^{-1}]$ をグラフにしたものが, 図6である。定義より, $\sigma[I + G^0(j\omega)^{-1}]$ は δ_1, δ_2 によっては変化しない。図6においては, 縦軸にはデシベル表示の特異値すなわち,

$$\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)]_{dB} = 20 \log_{10}\{\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)]\}$$

$$\sigma[I + G^0(j\omega)^{-1}]_{dB}$$

$$= 20 \log_{10}\{\sigma[I + G^0(j\omega)^{-1}]\}$$

を, 横軸には対数目盛で ω をとっている。

図6によると, 設定2の制御系のほうが設定1の場合と比べてロバスト安定性に余有があると考えられる。この差が, 位置制御系としての安定性にどのように反映されるかを, 実験によって $\delta_1 = \delta_2 = 2.0$ [rad/s] の場合について調べた結果を図7に示す。縦軸には目標値 $r_{1(t)}, r_{2(t)}$ および角度 $\theta_{1(t)}, \theta_{2(t)}$ が記されており, 横軸には時間をとっている。また, 比較のために $\delta_1 = \delta_2 = 0$ の場合についても示す。

5. 考 察

図7の実験結果より, δ_1 と δ_2 が零でない場合は設定1のステップ応答は設定2の場合と比べてより振動的であり減衰性が悪くなっている。よって, ロバスト安定性の余有が大きいほうが位置制御系の安定性は良

図 6

好であることがわかり, 3章に述べた設計手法の有効性が示された。ただし, このDDロボット制御系の設計手法には, 目標位置近傍のモデルのみを用いて設計を行っている, 速度計測の不確かさを定常誤差に代表させている, すべての摩擦を粘性摩擦で代表させているといった検討課題も残っている。

6. 結 論

高速, 高精度, 高機能化を目指して開発されたDDロボットのもつ問題点を克服することは, DDロボットの特長を生かしたさまざまな利用方法を開発することにつながる。本研究において考えた設計手法は, DDロボットの速度計測に関して, 求められる制御特性の仕様に見合った正確さを判断することができるという

図 7

特長をもっている。しかし、5章で述べたような検討課題も残っているため、これらの課題についてさらに検討を進める必要がある。

文 献

- (1) Doyle, J.C. and Stein, G., Multivariable Feedback

Design: Concepts for a Classical /Modern Synthesis, *IEEE Trans. Autom. Control*, **26**-1(1981), 4.

- (2) 木村, LQC から H^∞ へ, 計測と制御, **29**-2 (1990), 111.

- (3) 吉川, ロボット制御基礎論, (1988), 84, コロナ社.

- (4) 浅田, DD ロボット入門, (1987), 41, 工業調査会.

- (5) 木村, 多変数システム理論-設計論の話題, システムと制御, **26**-3 (1982), 145.