軸変位歯車としてのハイポイドギヤの歯面*
(歯面の干渉に関する一調査)島地 重幸^{*1}, 小川 恭範^{*2}, 今橋 直樹^{*3}Tooth Surfaces of the Hypoid Gear as a Displaceable Axis Gear
(Research on the Interference of Tooth Surfaces)

Shigeyuki SHIMACHI, Yasunori OGAWA and Naoki IMAHASHI

Hypoid gearing now in use does not give us smooth motion. The object of this paper is to investigate a potentiality of an ideal tooth surface that gives smooth motion under the deflection of the gear axis. The tooth deflection is assumed to be small and the effect of axes deflection is discussed. When the gear axes move individually, ideal tooth surfaces envelop each other and give smooth motion. A small displacement of gear axis can be represented by a screw motion around an instantaneous axis. Also, the instantaneous axis can be related to the direction of gear deflection. This paper clarifies whether or not the gear tooth surfaces interfere for almost all directions of gear deflection by checking the sign of the total curvature of gear tooth surfaces. This paper discusses and points out that the interference of gear tooth surfaces potentially occurs on the drive side of the gear tooth surface and it does not on the coast side.

Key Words: Machine Element, Gear, Hypoid Gear, Displaceable Axis Gear, Tooth Surface Interference, Tooth Bearing

1. 緒 言

ハイポイドギヤの振動騒音の問題は、負荷変形を考慮した歯当たり解析法⁽¹⁾の適用、歯面研削の試みなど努力にもかかわらず、いまだに解決されていない。起振力の一つとされている歯車回車角伝達誤差が生じない歯面が理想であり、この意味では剛体の歯車が理想といえる。しかし、負荷により歯車や軸受やそれらの収納箱などが変形し、さらに負荷の大きさが変わると歯の当たり部分は歯面上の異なった位置に移動し、回転角の伝達誤差の様子も変化するようである。本研究では、この問題の考察を簡単にするため、ハイポイドギヤ装置の負荷変形を、歯のたわみと両歯車軸の相対位置の変位の二つに分けて、それぞれの効果を調べることにする。本論文では、これらのうちの後者、すなわち、車軸の変位による剛体としての一对の歯面間の包絡関係を調べることにする。

歯のたわみを無視するとき、理想の歯面を得るには、両歯車軸の相対位置が変位しても滑らかに回転しあうような一对の歯面が存在しなければならないはずであ

る。少なくとも、歯面干渉があってはならない。そこで本論文は、この干渉の有無について考える。

2. 軸変位歯車歯形論

歯車軸の相対的な位置が変位する歯車の包絡歯面間での基礎的關係は軸変位歯車歯形論として既に論じられている⁽²⁾。まず、その基礎的關係の概要を述べることにする。

二つの歯車をそれぞれ歯車 I、歯車 II とし、その歯車軸をそれぞれ I 軸、II 軸とする。二つの軸の相対位置を固定したとき、この歯車対は、時間パラメータ t により、それぞれ ω_1 、 ω_2 の角速度で回転を行うものとする。また、歯車 II の軸位置と回転を固定し、歯車 I のみの回転を許しながら、I 軸の位置と方向を変位瞬間ねじ運動軸 III のまわりに、時間パラメータ τ により、ねじ運動させる。その角速度を ω_3 、軸方向の速度を w_3 とする。このとき、歯車 I の歯面 S_1 と歯車 II の歯面 S_2 は、一般に常時、一点で接触しあう。図 1 に各軸の關係を示す。

ある時刻において、歯面 S_1 上の点 P_1 と歯面 S_2 上の点 P_2 が、静止系内の点 P において接触するとする。また、両歯面の共通法線を n とする。I 軸、II 軸の回転および III 軸のねじ運動によって、点 P に生じる速

* 原稿受付 平成 2 年 5 月 21 日。

^{*1} 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻字青葉)。^{*2} セイコーエフソン(株) (〒392 諏訪市大和 3-3-5)。^{*3} (株)リコー (〒143 東京都大田区中馬込 1-3-6)。

度をそれぞれ v_1, v_2, v_3 とする。また、歯面 S_2 の曲率を現すアフィノール量⁽³⁾を ∇n_2 とする。さらに、

$$q_{ij} = \omega_i \times v_j - \omega_j \times v_i \quad \cdots (1)$$

$$c_{ij} = n \times \omega_{ij} - \nabla n_2 \cdot v_{ij} \quad \cdots (2)$$

$$\omega_{ij} = \omega_i - \omega_j \quad \cdots (3)$$

$$v_{ij} = v_i - v_j \quad \cdots (4)$$

とすると、両歯面の相対全曲率 K_{12} (ガウスの曲率) の値は

$$K_{12} = -(c_{13} \times c_{23})^2 / [(n \cdot q_{13} + c_{13} \cdot v_{13}) \times (n \cdot q_{23} - c_{23} \cdot v_{23}) + (c_{13} \cdot v_{23})(c_{23} \cdot v_{13})] \quad \cdots (5)$$

で与えられる。この値が負のとき、歯面間で曲率干渉が生じることになる。

3. ハイポイドギヤの軸変位と歯面の干渉

3.1 ハイポイドギヤ歯面 ハイポイドギヤはギヤとピニオンからなる。ギヤ歯面は円すい面として、 ∇n_2 を与える。すなわち、歯面圧力角を ϕ_o 、カット半径を R_c 、等高歯として

$$j = v_{12} / |v_{12}| \quad \cdots (6)$$

$$\nabla n_2 = j \cdot j \cos \phi_o / R_c \quad \cdots (7)$$

ギヤ歯面の外向きで凸形の面はドライブ歯面と呼ばれ、また内向きで凹形の歯面はコースト歯面と呼ばれ

る。ピニオンとギヤの歯面を設計する際、静止空間に点 P で両歯面の代表点が接触するようにする。このような点は設計基準点と呼ばれる。表 1 の例は、グリーン社の方式でその代表点が設計されたものである。

3.2 変位瞬間軸まわりの運動 負荷による歯車軸の相対変位を変位瞬間軸 III まわりのねじ運動で表すことにしているが、その変位瞬間軸 III は、ある点 O_3 を通るものとする。ここでは、点 P を含み III 軸に垂直な平面内に存在するように点 O_3 を定める。このとき、設計基準点 P に生じる相対変位速度 v_3 は、III 軸 ζ_3 まわりの角速度の大きさを ω_3 、ねじ運動の換算ピッチを h とする。

$$v_3 = \omega_3 (\zeta_3 \times \overline{O_3 P} + h \zeta_3) \quad \cdots (8)$$

で表される。

3.3 数値計算の一検証 相対全曲率の符号が変わる限界を次に述べる方法で確かめた。数値計算に用いた歯車諸元を表 1 に示す。

変位瞬間軸 III の方向をギヤ方向とし、ギヤ軸に対して垂直で設計基準点 P を含む平面と、III 軸との交点を O_3 とする。また、III 軸まわりの相対変位運動を、換算ピッチが零、つまり軸まわりの純回転運動とする。

点 O_3 の位置をさまざまに変えて、この点を通る III 軸まわりの変位運動に対する相対全曲率の値が正となる点 O_3 の領域を図 2 に示す。図から明らかなように、 K_{12} の値が正となる領域は、ある限られた範囲内に存

表 1 数値例とした歯車の主要諸元

	Pinion	Gear
Number of Teeth	10	41
Spiral Angle	50°	27.26°
Pitch Angle	17.64°	70.98°
Mean Radius	27.18	79.56
Pressure Angle	(drive 11° / coast 27°)	
offset	34	
Cutter Radius	78

図 1 歯車軸と変位瞬間軸

図 2 変位瞬間軸がギヤ軸に平行な場合に相対全曲率 K_{12} が正となるその軸の位置 O_3

在するといえる。以上の結果は微分幾何学による計算結果である。この結果が正しいことを確認するために、歯車の回転に対応する座標変換を行うことにより、歯車 I の歯面上の点が相手歯車座標系内をどこに移動するかを求め、その軌跡により歯面間の干渉の有無を調べることにした。

ピニオン軸を I 軸、ギヤ軸を II 軸とする。また $t=0$, $\tau=0$ を基準時刻とする。両歯車軸の位置を固定し、時間 t だけ I 軸と II 軸を回転させた後に接触の条件、すなわち

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_{12}) = 0 \quad \cdots \cdots (9)$$

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_{13}) = 0 \quad \cdots \cdots (10)$$

を満たす点を求める。次に、I 軸の回転を戻し、この点が $t=0$ のときに、歯車 I 系内に占めていた位置を求める。時間 t をさまざまに変えることにより、この点は静止系内に t をパラメータとする曲線を描く。この曲線は歯面 S_1 の一部とみなすことができる。次に、歯車 II の軸位置と回転を固定し、I 軸と III 軸の時間 τ による運動を考える。このとき、この曲線は静止系内を移動する。移動後のこの曲線上の点に注目し、この点からギヤ円すい歯面までの距離 Δ を調べることで、歯面における干渉の有無を調べることができる。

K_{12} が正となる III 軸の位置 A と、負となる III 軸の位置 B で、この計算を行ったものを図 3 に示す。この結果により微分幾何学による計算結果を検証した。

3.4 相対全曲率が正となる相対変位の方向 点 P と点 O_3 の距離および換算ピッチ h を与え、III 軸 ξ_3

(a) Position A

(b) position B

図 3 ピニオン歯面上の点がギヤ座標系内に描く軌跡 Δ : 軌跡上の点からギヤ歯面までの距離
位置 A, B: 図 2(a) に示す。

の方向と向き、ベクトル $\overrightarrow{PO_3}$ の方向をさまざまに変化させると、変位速度 $\mathbf{v}_3$ をさまざまに変化させることができる。

ピニオン軸とギヤ軸とともに平行な平面 E を考え、この平面への III 軸の射影と I 軸のなす角を α とし、この平面と III 軸とがなす角を β とする。このとき、ベクトル ξ_3 は角度 α と β の関数となる。また、点 P から III 軸に下した垂線の足を O_3 とし、歯車軸 I と II 軸の共通垂線 ξ_e の、III 軸に垂直な平面 H への射影 ξ_{eh} とベクトル $\overrightarrow{PO_3}$ の成す角度を θ とする。このとき、ベクトル $\overrightarrow{PO_3}$ は $|\overrightarrow{PO_3}|$ の大きさと角度 θ の関数となる。図 4 に設計基準点と変位瞬間軸 III の位置関係を示す。

さていま、ベクトル $\overrightarrow{PO_3}$ の大きさと換算ピッチ h を与える。そして、III 軸の (α, β) 方向とベクトル $\overrightarrow{PO_3}$ の方向 (θ) を各々 10° ずつ変えたすべての方向に対して相対全曲率 K_{12} の値が一度でも正となるか負にしないかを調べる。

K_{12} の値が正となり得たならば、速度 $\mathbf{v}_3$ の方向を次のように表す。ピニオン軸とギヤ軸とともに平行な平面 E への速度 $\mathbf{v}_3$ の射影を考え、これがピニオン軸からギヤ軸に向かう射影の方向角を θ_1 、この平面と $\mathbf{v}_3$ とのなす角を θ_2 として、 θ_1, θ_2 平面にその位置を記す。

(1) ドライブ側歯面 ドライブ側歯面において、相対全曲率 K_{12} の値が正となりうる速度の方向の代表例を図 5 に示す。

これらの図から明らかなように、点 P と点 O_3 との距離が小さいとき、 K_{12} の値が正となる速度 $\mathbf{v}_3$ の方向の範囲は大きく広がり、二点間の距離が大きくなると、その範囲は小さくなる。この結果は、換算ピッチを考慮しても、あまり変わらない。

ハイポイドギヤの歯面間の運動は、その多くが転動運動であると考えられ、すべり運動の割合は少ないと考えられる。したがって、歯面における力の働く向きは歯面共通法線方向にあると考えても差支えない。そこで、図中において、ドライブ側の歯面法線方向を Δ

図 4 設計基準点 P と変位瞬間軸 III

印で示した。この印の近傍で K_{12} の値が正となるのは、点 P と点 O_3 の距離が小さいときのみである。

ところで、現在、乗用車用のハイポイドギヤにおいては、ピニオン軸の支持方式として、一般に片持支持が用いられている。この片持支持においては、III 軸の位置は点 P から、比較的離れた場所に存在すると考えられる。つまり、点 P と点 O_3 の距離は、比較的大きいものと考えられる。したがって、ハイポイドギヤのドライブ側歯面においては、両歯車軸間で相対位置変位

が生じたとき、両歯面間において、干渉が発生している可能性があると考えられる。また、点 P と III 軸との距離を小さくすることにより、例えばピニオン軸の支持方式を両持支持とすることなどで、ドライブ側歯面での干渉を解決できる可能性があるかもしれない。

(2) コースト側歯面 コースト側歯面における代表例として、点 P と点 O_3 の距離が 100 mm のときの、 K_{12} の値が正となる速度 v_3 の方向を図 6 に示す。条件を満たす速度の方向は、かなり大きな範囲で存在

図 5 変位瞬間軸の方向をさまざまに変え、相対全曲率 K_{12} が正となったときの速度 v_3 の方向 (ドライブ歯面)

図 6 変位瞬間軸の方向をさまざまに変え、相対全曲率 K_{12} が正となったときの速度 v_3 の方向 (コースト歯面)

していることがわかる。また、コースト側歯面の歯面法線方向を、図中で□印で表した。これらの結果から、コースト側歯面においては、両歯車軸間で相対位置変位が生じても、両歯面間における干渉は避け得る可能性が高い。

4. 結 言

ハイポイドギヤが、負荷トルクの変化によらず、滑らかに回転するためには、歯車軸の相対位置変位に対して、両歯面間において、干渉が生じない歯面が存在しなければならない。そこで、ハイポイドギヤを軸変位歯車としてとらえ、変位瞬間軸まわりの相対位置変位による、歯面での干渉の有無を、相対全曲率の値を用いることによって調べた。その結果、

(1) ドライブ側歯面では、歯面間において干渉が

起きないとされる変位の方向は、比較的狭い領域でしか存在しない。また、歯車の相対変位方向を、負荷方向すなわち歯面法線方向であると仮定する場合、歯面間での干渉が生じやすいと予想される。

(2) コースト側歯面では、干渉が起きないとされる変位の方向は、ドライブ側の場合と比べ、大きく広がっている。また、この領域内にコースト側歯面の法線方向は含まれており、歯面間での干渉は生じ難いと予想される。

文 献

- (1) 負荷状態におけるスライラルおよびハイポイド歯車の歯当たり解析, 大倉商事(株)カタログ.
- (2) 島地, 機論, 55-516, C (1989), 2139-2144.
- (3) 成瀬編, 歯車の研究, (1962), 104, 養賢堂.