セル間の物の流れを考慮した GT セル構成法*

宋 相 載^{*1}, 人 見 勝 人^{*2}A GT Cell Formation Based on Material Flow
for Designing GT a Cell Layout

Sangjae SONG and Katsundo HITOMI

A methodology is proposed to form the GT cell considering the material flow in GT cellular manufacturing systems. The problem of GT cell formation is described by representing a graph using the quantities to be produced in the specified time period and the process route for producing the products. The objective of this paper is to minimize the total number of parts producing more than one cell. The problem formulated as a Quadratic Assignment Problem (QAP) is solved using both Lagrangean relaxation techniques and the optimality conditions of quadratic programming. Furthermore, in order to obtain the global optimal solution rather than the local optimal solution, the branch-and-bound algorithm is employed. Finally, numerical examples are demonstrated to show the effectiveness of the solution techniques and the GT cell formation procedure, and also, the results from the computer simulation of measures of effectiveness of GT cellular manufacturing systems are presented.

Key Words: Production System, GT Cell Layout, Group Technology, Material Flow, Quadratic Assignment Problem, Quadratic Programming, Lagrangean Relaxation Techniques, Branch-and-Bound Method, System Simulation.

1. 結 論

市場変化の激しさ、技術進歩の顕著さのため、製造システムは頻繁に変更が行われており、製造企業にとっては生産性がよくて柔軟性に富む製造システムの構成が不可欠な問題となる。そこで、自動化が困難で能率が低い多種少量生産を能率よく遂行するための一つの方策として、現有設備を有効に利用して現在の製造システムを GT セル・レイアウト (GT cell layout) に置き換えることが考えられる⁽¹⁾。そのとき、最も重要な事柄は、いかに生産性がよくて、独立性が強い GT セルを構成するかである。従来のセル構成方法としては、まず類似係数⁽²⁾や機械-部品マトリックス⁽³⁾を用いたもの、次に生産フロー分析 (production flow analysis)⁽⁴⁾や GT の概念⁽⁵⁾⁽⁶⁾に基づいたもの、さらに多変量解析⁽⁷⁾、グラフ理論⁽⁸⁾、幾何学⁽⁹⁾、ファジィ理論⁽¹⁰⁾といった数学的手法を用いた解析的な方法など、数多くの研究が行われている。

ところが、実際に生産を行う場合、一品当たりの生産量の大きさによって製造ラインの構成は異なっていく

るが、上のさまざまな方法 [文献(5)は除く] は、各製品 (ないし部品) ごとの加工時間や生産量を考慮せず、ただ製品を生産するのに必要な加工機能をもった設備があるかどうかの単純なセル構成方法を示したにすぎない。したがって、設備レイアウト計画が長期的な生産計画に基づいて行われる長期計画であることを見逃したことになる。なお文献(5)は、グループ生産を行う場合、対角化できた機械-部品マトリックスを用いて総生産費用の最小化に基づいて一つの部品から次第にブロック内の部品を結合して行く GT セル構成方法を提案している。この方法は場合によって、生産費用の大小によっては類似部品群の分割も起こりうる。しかし、グループ生産における類似部品群の分割を許す場合は、物の流れが通常の個別生産の場合より煩雑になり、生産の効率が悪くなる恐れがある。類似部品群の分割により、総生産費用の最小化や機械間の負荷の均一などを達成しようとする、かえって機械間の物の流れは煩雑になりがちである。

本研究では、前報⁽¹¹⁾で論議した機械間の負荷の均衡を達成しようとしたため、かえって物の流れが煩雑になることから、セル間を移動する部品の総和を最小化する GT セルの構成方法について解析を行う。

* 原稿受付 平成2年6月11日。

^{*1} 正員、京都大学大学院 (〒606 京都市左京区吉田本町)。^{*2} 正員、京都大学工学部/北京理工大学/西南交通大学/南京大学。

2. GTセルの構成

2.1 GTセル生産 現有設備を単一あるいは複数の評価基準のもとで、独立性が強いいくつかの機械群(セル)に分割し、生産システム全体をいくつかのサブシステムとして取扱うのがセル生産の特徴である。これによって、生産システム全体を一括して取扱うことにより、物の流れが単純で、しかも生産管理がしやすくなるといったセル生産のメリット⁽¹²⁾が十分期待できる。ところがセル間を移動する部品の数が多くなると、セル間に相互依存性が強くなれば、従来から多種少量生産を能率よく行ってきた機種別レイアウトよりも物の流れは複雑となり、セル生産のメリットが得られない場合も多い。GTセル生産では、GTセル構成の良否が生産システム全体に及ぼす影響はあまりにも大きい。すなわち、GTセル生産におけるGTセルの構成やセル間のレイアウトなどが生産システムの構造的な面において真に最適状態であれば、生産管理における情報の流れの役割は大きく期待できない。

本研究では、効率的にGTセルを管理するため、いくつかのGTセル数を想定し、GTセルレイアウトの計画を遂行するに当たってセル間を移動する部品の総和を最小化するセル数 k を決めると同時に、その各セルに属する特定な機械を決めるGTセルの構成について解析を行う。そして、構成したGTセルによるGTセルレイアウトと以前の機種別レイアウトとの両システムに対して性能評価・比較するため、SIMAN⁽¹³⁾というシミュレーション言語を用いて数値実験を行う。

2.2 問題の設定 設備やセルの空間的配置を決める場合、設備間の近接度を考慮して部品の機械間の運搬距離をできるだけ短くすることが肝要である。

GTセル生産では、運搬時間や距離は、セル内より

セル間の部品の移動によって大きく左右される。すなわちセル生産では、各セル内においてはその内部での工程管理によって、セル内の物の流れは流れ生産になるが、セル間においては、運搬時間や待ち時間などが急増する恐れがある。従来から運搬時間や距離は、レイアウト計画において重要な評価要因であったが、その上セル間を移動する部品の総和を最小にすることは、セル内にある機械間の距離に比べてセル間の距離のほうが比較的長いことから、総運搬距離を減少させることとなり、他のセルに委託生産が行われる特殊部品を最も少なくすることにもなる。

2.3 前提条件 セル間を移動する部品の総和を最小にするGTセルの構成に当たって、次の前提条件を置く。

- (1) 各機械で生産される部品の種類と平均生産量は既知である。
- (2) 一つのセルは2台以上の機械から構成される。
- (3) セル間の部品の移動は、個別的に行う。

3. セル間を移動する部品の総和の最小化

物の流れの観点から、セル間を移動する部品の総和が最小になるように現有設備をいくつかのGTセルに分ける問題は、グラフ理論を用いると記述がしやすい。機械 $i(i=1, 2, \dots, m)$ をグラフの節点として表した節点の集合 V と、機械 i と j の両方で生産する部品を枝 $e(i, j)$ と表した枝の集合を E としたとき、各枝 $e(i, j)$ には両機械 i と j で生産する部品の総数 q_{ij} が割り当てられた重み付き無向グラフ $G=(V, E)$ を得る(図1に示す)。節点の数が機械台数 m 個で、枝の重みの総和が一定であるグラフ G を、いくつかのセルに分けたとき、セル間を移動する部品の総和を最小にする問題は、セル内で生産する部品の総和を最大にする問題と同様である(証明省略)。以下では、問題の規模や解法を考慮してセル間を移動する部品の総和を最小化する問題の代わりに、セル内で生産する部品の総和を最大にする問題 P について定式化や解法を述べる。

3.1 問題の定式化 採択可能ないくつかのセル数からある特定なセル数 k とセル規模に関する上限値 ρ をそれぞれ設定したとき、 k 個のセル内で生産する部品の総和を最大にする問題 P は、次のように定式化できる。

[問題 P]

目的関数 (セル内で生産する部品の総和の最大化):

$$\max Z(=2z) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^m q_{ij} x_{ir} x_{jr} \dots \dots \dots (1)$$

図1 物の流れを表した重み付き無向グラフ G

制約条件：

$$\sum_{i=1}^m x_{ir} \leq \rho, (r=1, 2, \dots, k) \dots\dots\dots (2)$$

$$\sum_{r=1}^k x_{ir} = 1, (i=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (3)$$

$$x_{ir} = \begin{cases} 1 : \text{機械 } i \text{ がセル } r \text{ に属する場合} \\ 0 : \text{そうでない場合} \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

決定変数： x_{ir}

ここで、 q_{ij} は機械 i と j の両方で生産する部品の総数であり、もし両機械がセル r に属する場合は、セル r 内で生産する部品の数となる。また、一つのセル内に置くことができる最大の機械台数 ρ は、総機械台数 m とセル数 k が与えられると、

$$\left\lceil \frac{m}{k} \right\rceil \leq \rho \leq m - 2(k-1) \dots\dots\dots (5)$$

$\lceil \cdot \rceil$: $\cdot$ より小さくない最小の整数

のうち任意の値として設定することができる。本研究では、セル内で生産する部品の総和が最大になるセル数 k とそのときのセル規模 ρ 、そして各セル内に属する機械をそれぞれ決定することを目的とする。

上の問題は、セル規模に関する制約条件(2)と全機械を各セルに割り当てる制約条件(3)のもとで、 k 個のセル内で生産する部品の総和が最大になるように 0-1 形変数 x_{ir} を決める二次割当問題である。Sahni (1976)らによって、一般的な二次割当問題は、多峰性の非線形の性質をもつ難しい問題(NP 完全)として証明されている⁽¹⁴⁾。また Bazaraa (1979)らは、式(2)の代わりに列に対する制約条件式を考慮した一般的な二次割当問題において最大 12 台の機械に対し、最適解を求めた(総組合せ: 12!) ⁽¹⁵⁾。しかし、問題 P は、列に対する等式制約条件の代わりに式(2)の不等式を含んでいることから通常の二次割当計画問題に対する解法をそのまま用いて解くことができない。一般に n 台の機械を n 個の場所に配置する 2 次割当問題を解くために二つの方法が考えられる。

①決定変数 x_{ir} の二次項を線形化して 0-1 整数計画問題として解く方法。

②分枝限定法として元問題を解く方法。

①の場合は、変数の数 n に対して n^4+1 の制約条件が付け加えられることとなり、②では精度よい上限値(最大化問題)を求めることが難しい。すなわち、0-1 変数 x_{ir} を連続変数として想定し、ある変数を 0, 1 に固定して得られる各部分問題(二次計画問題)から得た目的関数の値を上限値として設定する方法がよく使われる。いずれも機械台数が増えるにつれて計算の回数は指数的に増加することになる。

本研究では、上の問題 P を解くため、分枝限定法を

用いて最適解を求める方法を提案する。また、その際に適用する問題 P に対する精度よい上限値を求めるため、二次割当問題を効率よく解く方法を提案する。

3・2 解法の概略 分枝限定法における二つの基本的な操作である分枝操作と限定操作のそれぞれについてまず述べる。

3・2・1 分枝操作 グラフ G の各節点(機械) i ($= 1, 2, \dots, m$) について、機械 i の重み次数 w_i を次のように定義する。

$$w_i = \sum_{j \in v_i} q_{ij} / d_i \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 d_i : 機械 i と隣接している枝の数、 v_i : 機械 i と隣接する他の機械の集合であり、 $\sum_{j \in v_i} q_{ij}$ は機械 i と直接隣接する他の機械で生産する総部品数を表す。例えば、図 1 のグラフで、 $w_{L_2} = (8+20)/2 = 14$ である。

〈手順 1〉(初期節点の選び方) 各機械における重み次数 w_i を計算し、大きいものから順に設定したセル数 k 個を選ぶ。そして、選んだ k 個の機械に対し、重み次数 w_i の値が大きいものから順に並べ換える。すなわち、

$$w_{\langle 1 \rangle} \geq w_{\langle 2 \rangle} \geq \dots \geq w_{\langle i \rangle} \geq \dots \geq w_{\langle m \rangle}$$

のように並べ換えたものに対し、 $w_{\langle 1 \rangle}$ をセル 1 に、 $w_{\langle 2 \rangle}$ をセル 2 に、以下同様にして最後に $w_{\langle k \rangle}$ をセル k に割り当てる。

ただし、

$$w_{\langle i \rangle} = \max_i w_i \dots\dots\dots (7)$$

$$(i \in V - \{\langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle, \dots, \langle i-1 \rangle\})$$

〈手順 2〉(枝の選び方) セル r に属する機械 i に対し、

$$\max_j \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m x_{ir} \left(\sum_{j \in v_i} q_{ij} x_{jr} \right) \dots\dots\dots (8)$$

である機械 j (複数存在すれば枝の数が少ないほう) について、全機械が各セルに割り当てられるまで分枝を行い(図 2 の波線)、分枝した変数を 1 に固定して得られた解を暫定解、その時の目的関数の値を暫定値とする。

〈手順 3〉(節点の選び方) 暫定解について、次の 3・2・3 項に示すラグランジュ緩和問題の解法に対する最適性の条件を満たしていないセル r の機械 i の代わりに、 $\max_{r'} (b_{ir'} - b_{ir})$ であるセル r' の機械 i の節点を選ぶ。分枝は全節点が最適性の条件を満たすまで繰返す。

3・2・2 ラグランジュ緩和問題 ここでは、生成されたテストすべき部分問題に、制約条件の一部を目的関数に加え、それを解くことで必要とする上限値を得る、いわゆる、ラグランジュ緩和問題(Lagrangian

relaxation) の構成方法を用いる。組合せ最適化問題 P の制約条件のうち、セル規模に関する制約式 (2) に対して k 個のラグランジュ乗数 $\lambda_r (\geq 0) (r=1, 2, \dots, k)$ を導入して目的関数に加えたラグランジュ緩和問題 $P(\lambda)$ は、次のようになる。

[問題 $P(\lambda)$]

目的関数：

$$\begin{aligned} \max L(x, \lambda) &= \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m x_{ir} \sum_{j=1}^m q_{ij} x_{jr} \\ &+ \sum_{r=1}^k \lambda_r (\rho - \sum_{i=1}^m x_{ir}) \\ &= \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m x_{ir} \sum_{j=1}^m q_{ij} x_{jr} - \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m \lambda_r x_{ir} \\ &+ \sum_{r=1}^k \rho \lambda_r \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

制約条件：

$$\sum_{i=1}^k x_{ir} = 1, (i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$x_{ir} = 0, 1, (r=1, 2, \dots, k, i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\lambda_r \geq 0, (r=1, 2, \dots, k) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、問題 P と $P(\lambda)$ の最適値を、それぞれ Z , $Z(\lambda)$ と記すと、 $Z \leq Z(\lambda)$ が成立する⁽¹⁶⁾。つまり、 $Z(\lambda)$ を Z の上限値として利用できる。

問題 $P(\lambda)$ は、 P に比べて簡単な制約条件をもつので、 P より効率よく解きうる可能性がある。また問題 $P(\lambda)$ の最適解 x_r^* は、

$$\sum_{i=1}^m x_{ir}^* \leq \rho \quad (\text{問題 } P \text{ の許容解})$$

$$\lambda_r (\rho - \sum_{i=1}^m x_{ir}^*) = 0 \quad (\text{相補性条件})$$

を満たせば、問題 P の最適解でもある。さらに、ラグランジュ緩和問題 $P(\lambda)$ の最良の上限値を得るため、最適なラグランジュ乗数 λ_r を定めるラグランジュ双対問題を解かなければならないが、ここでは、ラグランジュ双対問題を解くことはせず、ラグランジュ双対問題の最適解 λ_r を簡単な計算で求められる劣こう配法 (subgradient method) を用いることでラグランジュ乗数 λ_r を次々と定め、対応するラグランジュ緩和問題 $P(\lambda)$ を繰返し解くことで、問題 $P(\lambda)$ の最適解を得る方法⁽¹⁶⁾による。

3・2・3 ラグランジュ緩和問題の解法 ここでは、前のラグランジュ緩和問題 $P(\lambda)$ に対し、劣こう配法によってラグランジュ乗数の値を $\bar{\lambda}_r$ に設定し、なお 0-1 変数 x_{ir} を連続変数として、 $x_{ir} \geq 0$ と仮定した二次計画問題について Kuhn-Tucker の最適性条件を調べて局所的最適解を求める方法を提示する。

制約条件 (3) と $x_{ir} \geq 0$, $\bar{\lambda}_r$ を考慮して式 (9) の目

的関数を最大にする x_{ir} を求める二次計画問題は、新たな m 個のラグランジュ乗数 $r_i (i=1, 2, \dots, m)$ を導入した次のラグランジュ緩和問題 $L(x, r)$,

$$\begin{aligned} \max L(x, r) &= A + \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m x_{ir} \sum_{j=1}^m q_{ij} x_{jr} \\ &- \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m \bar{\lambda}_r x_{ir} + \sum_{i=1}^m r_i (1 - \sum_{r=1}^k x_{ir}) \\ &= A + \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m x_{ir} \sum_{j=1}^m q_{ij} x_{jr} - \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m \bar{\lambda}_r x_{ir} \\ &- \sum_{r=1}^k \sum_{i=1}^m r_i x_{ir} + \sum_{i=1}^m r_i \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

制約条件： $x_{ir} \geq 0 (i=1, 2, \dots, m, r=1, 2, \dots, k)$

ただし、

$$A = \sum_{r=1}^k \rho \bar{\lambda}_r$$

に対し、以下四つの Kuhn-Tucker の最適性条件を満たす変数 x_{ir} とラグランジュ乗数 r_i を求める問題と同様である。

$$r_i - (b_{ir} - \bar{\lambda}_r) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$r_i = b_{ir} - \bar{\lambda}_r, x_{ir} > 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\sum_{i=1}^k x_{ir} = 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$x_{ir} \geq 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$(i=1, 2, \dots, m, r=1, 2, \dots, k)$$

ただし、

$$b_{ir} = \sum_{j=1}^m q_{ij} x_{jr}$$

すなわち、条件 (13) から行列 $B=(b_{ir})$ に対して $x_{ir}=1$ ならば、 $r_i = b_{ir} - \bar{\lambda}_r$ であり、条件 (12) からセル内で生産する部品の数を最大にするための必要条件は、 $r_i = \max_r (b_{ir} - \bar{\lambda}_r) (i=1, 2, \dots, m, r=1, 2, \dots, k)$ であ

る。また、そのとき最適値 Z は、 $\sum_{i=1}^m r_i$ に等しい。この条件は目的条件 (9) が凹関数 [言い換えれば、無向グラフ G に対する m 次元の隣接対称行列 $Q=(q_{ij})$ が非正定値である] であれば大域的最適解にもなるが、 Q は常に正・半正定値をもつ ($q_{ii}=0$ の対称行列であることから) ので大域的最適解となる保証はない。ここでは、局所的最適解を上限値とし、他の問題のテストに用いる。

3・2・4 限定操作 図 2 の各分枝レベルにおける各部分問題 P のラグランジュ緩和問題 $P(\lambda)$ を解くことで、次の限定操作が適用される。

(1) 問題 $P(\lambda)$ の最適解が、問題 P の制約条件を満たし、しかも目的関数値が一致すればそれは問題 P の局所的最適解である。したがって、 P が終端でき、さらにその解を原問題 P の一つの許容解として用いる。

(2) 問題 $P(\lambda)$ が許容解を持たなければ、 P も許容解を持たないことから終端する。

(3) 問題 $P(\lambda)$ の最適値 $Z(\lambda)$ は、 P の最適値 Z の上限値を与える。したがって、その値が他の部分問題のテストの結果として既に得られている原問題の許容解のうち最良なものの値（暫定値と呼ぶ）以下ならば、 P から暫定値より大きな値をもつ許容解を得ることはできないので、 P を終端する。

3・2・5 アルゴリズム 分枝限定法全体の手順は、以下のようにまとめられる。各時点で得られている原問題の最良の許容解を暫定解、その時の目的関数値を Z と記し、暫定値とする。また計算の各時点で生成されてはいるが分枝も終端もされていない部分問題を、活性部分問題と呼ぶ。

〈ステップ1〉(初期値設定) 解くべき問題 P (最大化問題) を活性部分問題とみなす。暫定解の集合を ϕ 、暫定値を零と置き、ラグランジュ乗数 $\lambda_r (r=1, 2, \dots, k)$ は劣こう配法によって特定な値を与える。

〈ステップ2〉(分枝操作) 活性部分問題のうち分枝操作における〈手順1〉、〈手順2〉に従い初期の許容解を暫定解とした後、〈手順3〉に従って分枝節点を選ぶ。もし活性部分問題が存在しなければ、ステップ5へ進む。

〈ステップ3〉(P のテスト) 問題 $P(\lambda)$ を解く。もし限定操作(1)の場合は P を終端した後ステップ4へ進み、(2)あるいは(3)の場合には、 P を終端した後ステップ2へ戻る。(1)~(3)のいずれも成立しなければ、次のステップへ進む。

〈ステップ4〉(暫定値改良) 得られた最適値が暫定値より大きければ、その解を改めて暫定解、その値を暫定値 Z とする。そしてステップ2へ戻る。

〈ステップ5〉(終了) 計算終了。この時の暫定解は原問題 P の最適解であり、暫定値は最適値に等

しい。

4. 数値計算例

ここでは、16台の機械、セル数 k は、2, 3, 4 の三つの採択可能な案をもつと仮定し、そのうちセル内で生産する部品の総和を最大にするセル数 k と各セル内に属する機械を決定する。各機械間の物の流れは、図1の無向グラフ G に図示する。以下では、 $k=3, \rho=6, m=16$ と設定した具体例について解法の詳細を述べる。

〈ステップ1〉(初期値設定) 暫定解の集合を ϕ 、暫定値 Z を零、ラグランジュ乗数 $\lambda_r (r=1, 2, 3)$ を零と置く。

〈ステップ2〉(分枝操作)

〈手順1〉 各機械における重み次数を計算して各セルに属する初期節点を選ぶ。

機 械	6	13	4
重み次数	$w_{\langle 1 \rangle}=14$	$w_{\langle 2 \rangle}=10$	$w_{\langle 3 \rangle}=10$

〈手順2〉 各初期節点に対して分枝基準に従い、全機械が各セルに割り当てられるまで分枝を行い（図2を参照）、そのときの暫定値を Z_1 とする（表1）。

〈手順3〉 二次計画問題の最適性条件を満たしていないセル2の機械2を、 $\max [b_{21}(=15) - b_{22}(=10)]$ であるセル1に入れ換えて二次計画問題の最適性の条件を適用する（表1の✓のところ）。

〈ステップ3, 4〉(問題 P のテストと暫定値の改良)

改良された暫定値は $Z_2=314$ となり、さらに最適性の条件を満たさない $x_{52}=1$ を $x_{51}=1$ に置き換えて前と同じ手順に従うと、表2の最適解を得る。表2に与えられた解は最適性の条件を満たしているので最適解

表1 初期許容解における許容値 $[Z_1=294 (= \sum_{i=1}^m r_i)] (k=3, \rho=6, \lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0)$

機械(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
セル(r)	1	15*	15	2	0	5	20*	25*	0	0	15*	2	0	0	0	0
	2	2	10✓	0	0	16*	8	5	0	13*	5	0	0	10*	25*	0
	3	0	0	17*	10*	0	0	5	22*	1	2	29*	19*	0	0	8*

表2 b_{22} を b_{21} に b_{52} を b_{51} に変えたとき改良される暫定値 $Z_3^*=322 (k=3, \rho=6, \lambda_1^*=\lambda_2^*=\lambda_3^*=0)$

機械(i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
セル(r)	1	17*	25*	2	0	15*	28*	30*	0	2	20*	2	0	0	4	0
	2	0	0	0	0	6	0	0	0	11*	0	0	0	10*	21*	0
	3	0	0	17*	10*	0	0	5	22*	1	2	29*	19*	0	0	8*

ではあるが、大域的最適解である保証はない。そこで、他の活性部分問題について局所的最適解を求めた結果を次の表3に示す。

この数値例では、局所的最適解が大域的最適解にもなって、いまの暫定解と暫定値が問題 $P(\lambda)$, $\lambda_r=0$ ($r=1, 2, 3$) の最適解と最適値になる。

ここからは、問題 $P(\lambda)$ の最適解が元の問題 P の実行可能解で、なお最適解になるようにラグランジュ乗数 λ_r ($r=1, 2, 3$) の値を劣こう配法によって次々と定めて元問題 P の最適解を求める。その結果は表4に示

表3 活性部分問題を解いた結果
($k=3, \rho=6, \lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$)

セル	r=1				r=2	r=3
活性部分問題の節点	3	8	11	14	10	7
局所的最適解 (Z)	292	302	274	334	305	310

図2 分枝操作 (波線) と限定操作 (実線: 活性部分問題, 点線: 計算に無関係) ($k=3, \rho=6, \lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$)

図3 各々のセル数とセル規模に対するセル内で生産する部品の総和

す。セル数 $k=2, k=4$ についても同様に行えば、次の表5の結果となる。

数値計算例の結果、セル数 $k=3$ と $k=4$ の場合においては局所的最適解が大域的最適解にもなるが、セル数 $k=2$ の $\rho=8$ の場合では、局所的最適解 Z は 268, $\rho \geq 9$ の場合 Z は 310 であったのに対し、大域最適解では $\rho=8$ の場合 $Z=324$, $\rho \geq 9$ の場合 $Z=334$ と大幅に改善された。図3では、セル数 (k) とセル規模 (ρ), そしてセル内で生産する部品の総和 (Z) の関係を表している。

最終的には、図3からセル内で生産する部品の総和を最大にするセル数 $k=2$ とセル規模 $\rho=9$ のとき、セル1には機械 $L_1, L_2, M_2, M_3, D_2, D_3, G_3, B, H$ を、セル2には機械 $L_3, L_4, M_1, M_4, D_1, G_1, G_2$ をそれぞれ置いて最適なGTセル・レイアウトを構築する。

5. 数値実験

ここで用いる機械と部品、各部品の工程などは、数値計算で用いた図1のグラフGを利用して機種別レイ

表4 劣こう配法によって定められるラグランジュ乗数の値

セル数 $k=3$	$\rho=6$	$0 \leq \lambda_1 < 9$ $\lambda_2=0$ $0 \leq \lambda_3 < 8$	$Z=322$	実行不可能
		$9 \leq \lambda_1 \leq 10$ $\lambda_2=0$ $0 \leq \lambda_3 \leq 8$	$Z=312$	実行可能
		$0 \leq \lambda_1 \leq 9$ $\lambda_2^*=0$ $8 \leq \lambda_3 \leq 10$	$Z^*=314$	実行可能 $\lambda_1^*=0$ $\lambda_3^*=8$
	$\rho \geq 7$	$\lambda_1^*=\lambda_2^*=\lambda_3^*=0$	$Z^*=322$	実行可能

表5 劣こう配法によって定められるラグランジュ乗数の値

セル数 $k=2$	$\rho=8$	$0 \leq \lambda_1 < 10$ $\lambda_2=0$	$Z=334$	実行不可能
		$10 \leq \lambda_1 \leq 12$ $\lambda_2=0$	$Z^*=324$	実行可能 $\lambda_1^*=10$
	$\rho \geq 9$	$\lambda_1^*=\lambda_2^*=0$	$Z^*=334$	実行可能
セル数 $k=4$	$\rho=6$	$\lambda_1=\lambda_3=0$ $0 \leq \lambda_2 < 10$ $0 \leq \lambda_4 < 8$	$Z=305$	実行不可能
		$\lambda_1^*=\lambda_3^*=0$ $0 \leq \lambda_2 \leq 10$ $8 \leq \lambda_4 \leq 10$	$Z^*=297$	実行可能 $\lambda_2^*=0$ $\lambda_4^*=8$
		$\lambda_1=\lambda_3=0$ $10 \leq \lambda_2 \leq 11$ $0 \leq \lambda_4 \leq 8$	$Z=287$	実行可能
	$\rho \geq 7$	$\lambda_1^*=\lambda_2^*=\lambda_3^*=\lambda_4^*=0$	$Z^*=305$	実行可能

アウトとGTセルレイアウトの両システムについて数値実験を行う。図1で示すグラフGをもとにして工程表を作成すると次の表6ようになる。

この表で各部品の各機械での加工時間は、標準偏差5分をもつ正規分布に従うものと仮定し、なお各部品の加工順序は決定されているものとする。

(1) 機種別レイアウト (process layout)

機械の最適配置問題は、CRAFT⁽¹⁷⁾というレイアウト決定のためのアルゴリズムを用いた。その際、最

表6 シミュレーションで用いる加工データ

部品の グループ	部 品	生 産 量	L				M				D			G			特殊機械	
			L1	L2	L3	L4	M1	M2	M3	M4	D1	D2	D3	G1	G2	G3	B	H
G1	P1	4	①				②							③		④		
	P2	2	①				②						③	④				
	P3	1	①				②										⑤	
	P4	2						①			②			③		④		⑤
	P5	4						①					②			③		
	P6	5										①		②		③		
	P7	5	①														②	
	P8	5	①										②				③	
	P9	5					①						②					③
	P10	3																③
	P11	5	①					①					②					③
	P12	12	①										②					③
G2	P13	5		①			②				③			④				
	P14	5		①			②				③			④				
	P15	5		①			②				③			④				
	P16	3		①			②				③			④				
	P17	2		①			②				③			④				
	P18	5		①			②				③			④				
	P19	2		①			②				③			④				
	P20	1		①			②				③			④				
				①			②				③			④				
				①			②				③			④				
平均加工時間(分)			30	20	20	40	40	30	30	40	30	30	20	50	30	30	25	45
標準偏差(5分)

図4 機種別レイアウト

図5 GTセルレイアウト

適なレイアウトを決定するため、五つの機械グループを用いた任意の初期レイアウトに対し、全部品で120個の実行可能なレイアウトのうち、工場敷地の対称性や機種LとMの近接度などを考慮して最終的に8個のタイプのレイアウトについてそれぞれ総運搬距離を計算した。その後、総運搬時間が最小となる最適なレイアウト(図4に示す、その総運搬距離は7280m)を決

(a) システム内での平均滞在時間

(b) 全機械の平均稼働率

(c) 平均加工待ち時間

図6 数値実験の結果

定し、それを数値実験のために用いる。

(2) GT セルレイアウト (GT cell layout)

前節で得た数値計算の結果に基づいて GT セルを構成し、その GT セルの配置と機械の配置を行う。各セル内における機械配置については、準備加工、造形加工、補助加工、仕上げ加工の順に機械の配置を行い(図5に示す)、数値実験のモデルとして用いる。

(3) 数値実験のモデル

SIMAN のモデルファイルと実験ファイルにおいて定義される各要素について概略を以下に述べる。生産の対象となる部品は、平均到着時間間隔 10 分のポアソン過程に従って、各システムへ到着する。各時点で到着する部品は、生産量の累積ヒストグラムから得られる累積確率曲線に基づいた乱数系列番号により制御されている。両システムでは、ハンドトラック 4 台の運搬装置を用いて部品の運搬を行う。各運搬装置は、部品の形状や部品の表面状態、重さなどによって運搬に要する時間はさまざまであることから、運搬装置の走行速度は実験パラメータとして設定し、システムの挙動を調べる。そして、運搬装置の初期状態は 4 台とも倉庫に位置しており、必要とする機械の最も近くに位置する運搬装置を用いて加工順序に従い、部品を次の機械へ運ぶものとする。なお、モデルファイルにおいては、五つの機械グループを SIMAN のインデックス付きのマクロ特性よりモデル化している。各機械には、加工待ちのためのバッファと加工完了後、運搬待ちのためのバッファをそれぞれ持っており、その両バッファにおける優先規則は、FCFS (first come, first served) と LCFS (last come, first served) の二つを用いる。

(4) 数値実験の結果

両システムに対して数値実験を 10 000 分間実行して、各部品がシステムに到着し、必要とする作業が完了され、システムから離脱するまでの平均滞在時間 (mean flow time) と、各機械の稼働率 (average machine utilization), そして各機械での平均待ち時間 (average waiting time) などについて調べ、両システムの比較を行った。機種別レイアウトと GT セルレイアウトの各システムに対する数値実験の結果得られた実験データは、図6に図示する。

この実験データから、次の定性的なシステム特性がいえる。

① GT セル生産は、機種別レイアウトに比べ、運搬装置の走行速度に影響を受けない。

② GT セル生産と機種別レイアウトともシステム内の平均滞在時間と加工待ち時間は、LCFS の優先規則

のほうがよりよい値を示す。

③ここで取り上げたいずれの優先規則の場合でも運搬装置の走行速度が 30 m/min 以上になると生産システムの形態にはそれほど影響を与えない。

6. 結 論

本研究では、GT セルレイアウトとして生産を行う際用いる GT セルの構成について、次の結果を得た。

(1) 設備レイアウト計画で重視される運搬費用(時間)を削減するため、セル間を移動する部品の総和を最小化する問題について定式化し、モデルの解析を行った。

(2) 二次割当計画問題として定式化した問題に対し、ラグランジュ緩和問題を利用して二次計画法で解く方法を提案した。

(3) 大域的最適解の保証がない二次計画問題に対し分枝限定法を適用して大域的最適解を求めるアルゴリズムを提案した。

(4) 一般に、セル数が多くなることやセル規模の上限値が小さくなるにつれ、セル間を移動する部品の総和は増加する。

(5) 数値実験により、機種別レイアウトと GT セルレイアウトの両システムに対して定性的な分析を行った。

(6) 数値計算例により解析モデルや解法の有効性を明らかにした。

文 献

- (1) 人見, 生産システム工学(第2版), (1990), 86, 共立出版。
- (2) McAuley, J., Machine Grouping for Efficient Production, *The Production Engineer*, (1972-2), 53-57.
- (3) King, J. R., Machine-Component Grouping in Production Flow Analysis; An Approach Using a Rank Order Clustering Algorithm, *Int. J. of Pro. Res.*, 18-2(1980), 213-232.
- (4) Burbidge, J. L., Production Flow Analysis, *The Production Engineer*, (1971-4, 5), 139-152.
- (5) Askin, R. G., ほか1名, A Cost-based Heuristic for Group Technology Configuration, *Int. J. of Pro. Res.*, 25-1(1987), 101-113.
- (6) Kusiak, A., The Generalized Group Technology Concept, *Int. J. of Pro. Res.*, 25-4(1987), 561-569.
- (7) Gorgaware, T. A., ほか1名, Cluster Analysis Applications for Group Technology Manufacturing Systems, *NAMRC*, 9(1981), 503-508.
- (8) Kumar, K. R., ほか2名, Grouping Parts and Components in Flexible Manufacturing Systems, *Eur. J. Operat. Res.*, 24(1986), 387-397.
- (9) Robinson, D., ほか1名, Polyhedral Dynamics as a Tool for Machine Part Group Formation, *Int. J. of Pro. Res.*, 24-5(1986), 1255-1266.
- (10) Ruspini, E. R., Numerical Methods for Fuzzy Clustering, *Inf. Sci.*, 2(1970), 319-350.

- (11) 宋・人見, 類似部品グループの分割による機械負荷計画, 機論, **56**-530, C(1990), 2813-2818.
 - (12) Wemmerlöv U. and Hyer, N. L., Search Issues in Cellular Manufacturing, *Int. J. of Prod. Res.*, **25**-3(1987), 413-431.
 - (13) Pegden, C. D. (高桑訳), SIMAN による FA・生産システムのシミュレーション, (1987), コロナ社.
 - (14) Sahni, S. and Gonzalez, T., P-complete approximation problem, *J. of Associated Computing Machinery*, **23**-3(1976), 555-565.
 - (15) Bazaraa, M. S. and Elshafei, A. N., An Exact Branch and Bound Procedure for the Quadratic Assignment Problem, *Naval Research Logistics Quarterly*, **26** (1979), 109-121.
 - (16) Shapiro, J. F., *Mathematical Programming: Structures and Algorithms*, (1979), 176-221, John Wiley & Sons.
 - (17) Francis, R. L. and White, J. A., *Facility Layout and Location: An Analytical Approach*, (1974), 125-139, Prentice-Hall.
-