連続体の衝突振動の解析について*

(第1報, 片側衝突の場合)

小 寺 忠^{*1}

On Analysis of Impact Vibration of a Continuum (1st Report, Periodic Solution in One-side Impact System)

Tadashi KOTERA

Impact vibration of a beam with a spring is analyzed. From the condition of equilibrium of a force acting to the beam and a restoring force of the spring, an integral equation of the second kind of the Volterra type with respect to unknown restoring force is obtained. Considering the conditions of periodicity, a more complicated integral equation of Volterra type is obtained. Such integral equations are solved numerically, and relations between the maximum impact force and frequency of the exciting force and those between impact length and the frequency are shown. Also, bifurcation diagrams are shown.

Key Words: Nonlinear Vibration, Continuum Mechanics, Impact Vibration, Beam, Integral Equation of Volterra Type, Impact Force, Periodic Solution, Bifurcation Diagram

1. 序 論

配管系の管と支持部の間に見られる衝突が管の破損につながるということに関連して, 最近配管系の衝突振動を取扱った研究が見られるようになってきている⁽¹⁾. また, 一方では直接配管系に限定することなく, 連続体の衝突振動の基礎的な理論研究も昔から行われている^{(2)~(4)}. とはいってもこの現象の理論解析はまだまだ不十分なようである.

本報では, 配管系の管と支持部の間に見られる衝突をはりとばねの衝突というように単純化し, 従来とは異なる過渡現象の計算法および周期解の求め方を示し, 数値計算例を示す.

2. 系の力学モデル

まずはりを線形と考える. 図1では両端支持ばりのように表しているが, 解析の段階では境界条件は線形であればどのようなものでもよい. 一応全長を l とし, 座標 $x=l$ の点にストッパがすきま d を隔てて置かれているとする (この報告ではストッパがはりの片側

にのみ存在する場合を取扱う).

次にはりとストッパの衝突をどのようにモデル化するかが問題となる. はりをばね・質量系に置き換え, ストッパを剛体壁あるいはばね・質量系と考えると, 質量とストッパの衝突は剛体同士の衝突と仮定でき, 反発係数を導入することもできる. しかしそれでは衝突力の評価はできなくなるし, はりそのものと剛体壁あるいはばね・質量系との衝突では反発係数なるものは定義できず, 現状ではまだ解析不可能なようである. それで, ここではストッパを単純な線形ばねと仮定して解析を進めていく.

さて, ばね定数を k , はりに作用する外力を $f(x, t)$, はりの質量分布を $m(x)$, 変位分布を $u(x, t)$, 影響関数を $G(x, \xi)$ と表すことにする. そうすると運動方程式は次のようになる:

図1 衝突振動系のモデル

* 平成元年10月28日 山梨地方講演会および平成2年7月12日 機械力学講演会において講演. 原稿受付 平成2年9月3日.

^{*1} 正員, 福井大学工学部 (〒910 福井市文京3-9-1).

$$u(x, t) = \int_0^l G(x, \xi) \left\{ f(\xi, t) - m(\xi) \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} \right\} d\xi \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

ただし減衰は考えていない。

3. 強制振動の一般解

$G(x, \xi)$ の固有振動数を ω_i (小さいものから順に次数を $i=1, 2, \dots$ と決める) と表し、それに対応する正規固有関数を $\phi_i(x)$ と表す。すると

$$\phi_i(x) = \omega_i^2 \int_0^l G(x, \xi) m(\xi) \phi_i(\xi) d\xi \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

$$\int_0^l m(x) \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \delta_{ij} \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

が成立する。ただし、 δ_{ij} はクロネッカーの δ である。

式(1)の解を上で求めた固有関数の級数の形

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \psi_i(t) \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

で表し、式(2)、(3)の性質を用いて整理すると

$$\ddot{\psi}_i + \omega_i^2 \psi_i = g_i(t) \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

が得られる。ここに

$$g_i(t) = \int_0^l \phi_i(\xi) f(\xi, t) d\xi$$

これの一般解を

$$\psi_i = A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t + \frac{1}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t-\tau) g_i(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

と表せば、式(1)の解は

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \left\{ A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t + \frac{1}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t-\tau) g_i(\tau) d\tau \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

のように表される。係数 A_i , B_i は初期条件で決まる。 $t=0$ のときの変化と速度の分布を $u_0(x)$, $v_0(x)$ とおいてみると

$$A_i = \int_0^l m(x) \phi_i(x) u_0(x) dx$$

$$B_i = \frac{1}{\omega_i} \int_0^l m(x) \phi_i(x) v_0(x) dx \quad \cdots \cdots \cdots (8)$$

が得られる。

4. 衝突中の運動

はりがばねにぶつかれば、はりはばねから集中的な力を受ける。その力の大きさを $F(t)$ とすると、はりとばねの接触中の運動方程式は式(1)の代わりに

$$u(x, t) = \int_0^l G(x, \xi) \left\{ f(\xi, t) - \delta(\xi - l_1) F(t) - m(\xi) \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} \right\} d\xi \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

のようになる。ただし、 $\delta(\xi - l_1)$ はディラックの δ 関数である。この場合、式(5)に対応する式は

$$\ddot{\psi}_i + \omega_i^2 \psi_i = \int_0^l \phi_i(\xi) \{ f(\xi, t) - \delta(\xi - l_1) F(t) \} d\xi = g_i(t) - \phi_i(l_1) F(t) \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

となるので、式(9)の解は

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \left\{ A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t + \frac{1}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t-\tau) g_i(\tau) d\tau - \frac{1}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t-\tau) \phi_i(l_1) F(\tau) d\tau \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

のように表さる。一方、ばねの復元力 $F(t)$ は

$$F(t) = k \{ u(l_1, t) - d \} \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

であるので、式(11)と(12)より

$$\frac{F(t)}{k} + d = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(l_1) \left\{ A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t + \frac{1}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t-\tau) g_i(\tau) d\tau - \frac{1}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t-\tau) \phi_i(l_1) F(\tau) d\tau \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

が得られる。これは第二種ボルテラ形積分方程式であるので、比較的容易に数値的に解 $F(t)$ を求めることができる。

5. 過渡解

以上では外力を一般的に $f(x, t)$ と表してきたが、以下では

$$f(x, t) = f \sin(\omega t + \theta_0) \quad \cdots \cdots \cdots (14)$$

の場合の解を求める。ただし、 θ_0 は初期位相である。もし、 $t=0$ のときの変位を $u_0(x)$ 、速度を $v_0(x)$ とおくと、はりとばねが接触していないときの解(7)は改めて次のように表すことができる：

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \left\{ A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t + \frac{f}{\omega_i^2 - \omega^2} a_i \sin(\omega t + \theta_0) \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (15)$$

ここに、

$$a_i = \int_0^l \phi_i(\xi) d\xi$$

$$A_i = \int_0^l m(x) \phi_i(x) u_0(x) dx$$

$$- \frac{f a_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \sin \theta_0$$

$$B_i = \frac{1}{\omega_i} \int_0^l m(x) \phi_i(x) v_0(x) dx$$

$$-\frac{fa_i\omega}{\omega_i(\omega_i^2-\omega^2)}\cos\theta_i$$

この解が

$$u(l_1, t) = d \dots \dots \dots (16)$$

を満たす瞬間 $t=t_1$ に、はりばねと接触するものとする。はりばねと接触する瞬間を改めて $t=0$ として、そのときの変位分布、速度分布および位相を初期条件として、それ以後は4の方法で力 $F(t)$ を求めなければならない。接触瞬間の外力の位相は

$$\theta_1 = \omega t_1 + \theta_0 \dots \dots \dots (17)$$

となり、新しい初期変位を $u_1(x)$ 、初期速度を $v_1(x)$ とすれば、式(11)は改めて次のように表すことができる：

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \left\{ A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t + \frac{f}{\omega_i^2 - \omega^2} a_i \sin(\omega t + \theta_1) - \frac{\phi_i(l_1)}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t - \tau) F(\tau) d\tau \right\} \dots \dots \dots (18)$$

ここに、

$$A_i = \int_0^{l_1} m(x) \phi_i(x) u_1(x) dx - \frac{fa_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \sin \theta_1$$

$$B_i = \frac{1}{\omega_i} \int_0^{l_1} m(x) \phi_i(x) v_1(x) dx - \frac{fa_i\omega}{\omega_i(\omega_i^2 - \omega^2)} \cos \theta_1$$

式(18)の中の力 $F(\tau)$ は次の第二種ボルテラ形積分方程式の解で与えられる：

$$\frac{F(t)}{k} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\phi_i^2(l_1)}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t - \tau) F(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(l_1) \left\{ A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t + \frac{fa_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \sin(\omega t + \theta_1) \right\} - d \dots \dots \dots (19)$$

力 F が零になった瞬間 $t=t_2$ においてははりばねの接触が終わる。このときの位相角、変位および速度を初期条件にして再び式(15)に従って $u(x, t)$ を計算し、

図2 周期解のパターン

同様の操作を繰返せば、過渡的な衝突振動の解が得られる。

6. 周期解 (片側衝突)

上で述べた過渡解に周期性の条件を加味すれば周期解を求めることができる。外力の N 周期ごとに1回ずつ衝突 (はりばねの接触) が起こるような周期解を求めることにする。

周期的な運動のパターンは次のようになる (図2)：

[区間 I] はりとばねの分離から衝突まで； $t=0$ のときにはりとばねが分離するとし、そのときの変位分布を $u_1(x)$ 、速度分布を $v_1(x)$ 、外力の位相角を θ_1 とおき、式(15)に対応する係数 A_i 、 B_i を A_i^I 、 B_i^I とおくと、区間 I での運動は

$$u^{(I)}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \left\{ A_i^I \cos \omega_i t + B_i^I \sin \omega_i t + \frac{f}{\omega_i^2 - \omega^2} a_i \sin(\omega t + \theta_1) \right\} \dots \dots \dots (20)$$

となる。この運動は、 $u^{(I)}(l_1, t) = d$ となったとき次の区間に移る。そのときの時間を t_1 とおく。

[区間 II] はりとばねの衝突から分離まで；区間 I から区間 II に移った瞬間に改めて時間を $t=0$ とおき、そのときの変位分布を $u_{II}(x)$ 、速度分布を $v_{II}(x)$ 、外力の位相角を θ_{II} とおき、式(18)に対応する係数 A_i 、 B_i を A_i^{II} 、 B_i^{II} とおくと、区間 II での運動は

$$u^{(II)}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \left\{ A_i^{II} \cos \omega_i t + B_i^{II} \sin \omega_i t + \frac{f}{\omega_i^2 - \omega^2} a_i \sin(\omega t + \theta_{II}) - \frac{\phi_i(l_1)}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t - \tau) F(\tau) d\tau \right\} \dots \dots \dots (21)$$

となる。ただし $F(\tau)$ は

$$\frac{F(t)}{k} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\phi_i^2(l_1)}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t - \tau) F(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(l_1) \left\{ A_i^{II} \cos \omega_i t + B_i^{II} \sin \omega_i t + \frac{fa_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \sin(\omega t + \theta_{II}) \right\} - d \dots \dots \dots (22)$$

の解である。この運動は $F=0$ となったとき、あるいはばね特性にヒステシスがなければ、 $u^{(II)}(l_1, t) = d$ となったとき次の区間に移る。そのときの時間を t_{II} とおく。この瞬間の変位分布を $u_1(x)$ 、速度分布を $v_1(x)$ 、外力の位相を θ_1 とおき、再び $t=0$ とすれば区間 I の最初の状態になる。

周期解になるための接続条件をまとめて書くと、[区間 I] の終わりでは、

$$u^{(1)}(x, t_1) = u^{(1)}(x, 0) = u_1(x) \quad \cdots \cdots \cdots (a)$$

$$\frac{\partial u^{(1)}(x, t_1)}{\partial t} = \frac{\partial u^{(1)}(x, 0)}{\partial t} = v_1(x) \quad \cdots \cdots \cdots (b)$$

$$u^{(1)}(l_1, t_1) = d \quad \cdots \cdots \cdots (c)$$

$$\theta_{11} = \omega t_1 + \theta_1 \quad \cdots \cdots \cdots (d)$$

[区間II] の終わりでは

$$u^{(1)}(x, t_{11}) = u^{(1)}(x, 0) = u_1(x) \quad \cdots \cdots \cdots (e)$$

$$\frac{\partial u^{(1)}(x, t_{11})}{\partial t} = \frac{\partial u^{(1)}(x, 0)}{\partial t} = v_1(x) \quad \cdots \cdots \cdots (f)$$

$$u^{(1)}(l_1, t_{11}) = d \quad \cdots \cdots \cdots (g)$$

$$\theta_1 + 2N\pi = \omega t_{11} + \theta_{11} \quad \cdots \cdots \cdots (h)$$

のようになる。条件(a), (b)に式(20)(21)を代入すると

$$\begin{bmatrix} A_i^{11} \\ B_i^{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_i t_1 & \sin \omega_i t_1 \\ -\sin \omega_i t_1 & \cos \omega_i t_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i^1 \\ B_i^1 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

が得られ、条件(e), (f)からは

$$\begin{bmatrix} A_i^{11} \\ B_i^{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_i t_{11} & \sin \omega_i t_{11} \\ -\sin \omega_i t_{11} & \cos \omega_i t_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i^1 \\ B_i^1 \end{bmatrix} - \frac{\phi_i(l_1)}{\omega_i} \int_0^{t_{11}} \begin{bmatrix} \sin \omega_i(t_{11}-\tau) \\ \cos \omega_i(t_{11}-\tau) \end{bmatrix} F(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots \cdots (24)$$

条件(c), (g)からは

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta_1 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{f \alpha_i \phi_i(l_1)}{\omega_i^2 - \omega^2} &= d - \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(l_1) A_i^1 \\ \sin \theta_{11} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{f \alpha_i \phi_i(l_1)}{\omega_i^2 - \omega^2} &= d - \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(l_1) A_i^{11} \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (25)$$

が得られる。式(23), (24)より

$$\begin{bmatrix} A_i^1 \\ B_i^1 \end{bmatrix} = -\frac{\phi_i(l_1)}{2\omega_i \sin \frac{\omega_i}{\omega} N\pi} \int_0^{t_{11}} \begin{bmatrix} \cos \omega_i \left(t_{11} - \tau - \frac{N\pi}{\omega} \right) \\ -\sin \omega_i \left(t_{11} - \tau - \frac{N\pi}{\omega} \right) \end{bmatrix} F(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots \cdots (26)$$

$$\begin{bmatrix} A_i^{11} \\ B_i^{11} \end{bmatrix} = -\frac{\phi_i(l_1)}{2\omega_i \sin \frac{\omega_i}{\omega} N\pi} \int_0^{t_{11}} \begin{bmatrix} \cos \omega_i \left(\frac{N\pi}{\omega} - \tau \right) \\ -\sin \omega_i \left(\frac{N\pi}{\omega} - \tau \right) \end{bmatrix} F(\tau) d\tau \quad \cdots \cdots \cdots (27)$$

となり、また式(25)と条件(d)より

$$\cos \theta_{11} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{f \alpha_i \phi_i(l_1)}{\omega_i^2 - \omega^2} = \frac{1}{\sin \omega t_{11}} \left[-\left\{ d - \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(l_1) A_i^1 \right\} + \cos \omega t_{11} \left\{ d - \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(l_1) A_i^{11} \right\} \right] \quad \cdots \cdots \cdots (28)$$

が得られる。このような関係式を第二種ボルテラ形積分方程式(22)に代入し、整理すれば次のような積分方程式になる：

$$\begin{aligned} & \frac{F(t)}{k} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\phi_i^2(l_1)}{\omega_i} \int_0^t \sin \omega_i(t-\tau) F(\tau) d\tau \\ & + \int_0^{t_{11}} \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\phi_i^2(l_1)}{\omega_i \sin \frac{\omega_i}{\omega} N\pi} \left\{ \cos \omega_i \left(t - \tau + \frac{N\pi}{\omega} \right) - \frac{\sin \omega t}{\sin \omega t_{11}} \cos \omega_i \left(t_{11} - \tau - \frac{N\pi}{\omega} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\sin \omega(t-t_{11})}{\sin \omega t_{11}} \cos \omega_i \left(\frac{N\pi}{\omega} - \tau \right) \right\} F(\tau) d\tau = -\frac{d}{\sin \omega t_{11}} \{ \sin \omega t_{11} + \sin \omega(t-t_{11}) - \sin \omega t \} \quad \cdots \cdots \cdots (29) \end{aligned}$$

この式は t_{11} が与えられれば数値的に解くことができる。

ところで、 t_{11} はこの式からは求まらない。式(29)において、ある t_{11} に対して $F(t)$ が求まれば、式(25)と(28)によって $\sin \theta_{11}$ と $\cos \theta_{11}$ が得られるので、それらが $\sin^2 \theta_{11} + \cos^2 \theta_{11} = 1$ を満たさなければならない。これを満たす t_{11} と $F(t)$ を見付けると、それらが周期性の条件を満足するものである。しかしこれらの解の中には、

(1) $0 < t < t_{11}$ において $F(t) < 0$ となるもの

(2) $0 < t < t_{11}$ において $u(l, t) > d$ となるものも含まれているので、これらを除外する必要があるが、それらは数値計算で吟味していく以外に方法がない。

さらにまた、不安定な解も含まれているが、それらの安定性判別は無限自由度系のため解析的には行えないので、やはり数値計算で吟味していく以外に方法がない。

7. 数 値 計 算 例

7.1 無次元記号の導入 計算例は一様断面の両端支持ばりについて示すが、それに当たって次のような記号を定義しておく。

ξ_1 : ストップの位置を示す座標 $= l_1/l$

τ : 無次元の時間 $= \omega_1 t$

ω_i : はりの固有振動数 ($i=1, 2, \dots$)

$\Omega = \omega/\omega_1$

u_0 : 一様分布荷重 f による l_1 でのはりのたわみ

δ : 無次元すきま $= d/u_0$

x : 無次元ばね定数 $= u_0 k/lf$

F : 無次元衝突力 $= F/lf$

(a) $x=20$

(b) $x=50$

(c) $x=100$

図 3 過渡振動衝突 ($\delta=0.1$, $\xi_1=0.4$, $\Omega=3$)

7.2 過渡振動 まず初めに過渡的な衝突振動現象を示す。運動を決定する無次元パラメータは、すきま δ , ばね定数 x , ストップの位置 ξ_1 それに振動数 Ω である。図 3 は $\delta=0.1$, $\xi_1=0.4$ および $\Omega=3$ のときの種々の x に対する衝突点の変位を示している。ただし初期条件は $\theta_0=0$ および静止状態とし、考慮に入れる固有振動モードの個数は 10, 数値積分の際のはりの分割数は 20 としている。この結果より、ばね定数が大きくなると接触時間は短くなり、衝突力の変化のしかたが複雑になることがわかる。

7.3 周期振動 図 4 は $\delta=0.1$, $\xi_1=0.4$, $x=20$ のときの周期解の接触時間 τ_{11} と衝突力 F の最大値 F_{max} の Ω による変化を表している。(a) は $N=1$ のとき、(b) は $N=2$ のときの結果である。ただし、これらの解を求めるのは非常に困難なため、計算洩れや誤差があるかも知れないが、いずれにせよ、1 自由度系の場合と比較して非常に複雑な現象になる。衝突力 F の最大値にはいくつものピークがあることがわかる。そしてまた $N=1$ と $N=2$ の両方の解が併存する場合もある。しかしながら、実際にどの解が現れるかとい

(a) $N=1$

(b) $N=2$

図 4 振動数と最大衝突力, 衝突時間の関係 ($\delta=0.1$, $\xi_1=0.4$, $x=20$)

(a) $N=1$ (b) $N=2$ 図5 分岐線図 ($\delta=0.1, \xi_1=0.4$)

う安定性の問題は、分岐線図などで調べなければわからない。分岐線図の例を図5に示す。滑らかな1本の曲線の部分が安定な周期解で、不安定になると分岐しているのがわかる。カオスのように見える部分もある。

図6は $\delta=0.1, \xi_1=0.4, \Omega=1.625, N=1$ のときの周期解の接触時間 τ_{11} と衝突力の最大値 $F_{\max}$ の κ による変化を表している。

図7は $\kappa=20, \xi_1=0.4, \Omega=1.625, N=1$ のときの周期解の接触時間 τ_{11} と衝突力の最大値 $F_{\max}$ の δ による変化を表している。

8. 結 論

はりとばね(ストッパ)の衝突というような力学モデルの過渡振動と周期振動の解を求めた。最終的には極めて複雑なボルテラ形の積分方程式を数値的に解かなければならないが、周期解の接触時間 τ_{11} と衝突力の最大値 $F_{\max}$ が Ω, κ, δ によってどのように変化する

図6 ばね剛性と最大衝突力、衝突時間の関係 ($N=1, \delta=0.1, \xi_1=0.4, \Omega=1.625$)

(a) 最大衝突力

(b) 衝突時間

図7 すきまと最大衝突力、衝突時間の関係 ($N=1, \kappa=20, \xi_1=0.4$)

るかを求めた。実際にどの解が現れるかは、ごく一部分だけであるが、分岐線図で調べた。その結果

- (1) 周期解の接触時間 τ_{11} と衝突力の最大値 $F_{\max}$ は、 Ω によって極めて複雑に変化する
 - (2) 周期解の接触時間 τ_{11} と衝突力の最大値 $F_{\max}$ は、 κ や δ によってもかなり変化する。
 - (3) 周期解が実現する振動数領域は実際にはかなり狭い
- ことなどがわかった。

文 献

- (1) 中村・藤田, 機論, 55-516, C (1989), 1878.
- (2) 小笠, 機論, 35-277 (1969), 1864.
- (3) 小笠, 機論, 36-286 (1970), 923.
- (4) 渡辺, 機論, 46-405, C (1980), 519.