振り子とてこ機構を付与した動吸振器による制振* (機構の原理と最適調整)

藤 波 健 剛^{*1}, 山 本 鎮 男^{*1}

Dynamic Absorber Using Lever and Pendulum Mechanism for Vibration Control of Structure (The Principle of Mechanism and Its Optimum Tuning)

Takeyoshi FUJINAMI and Shizuo YAMAMOTO

A new dynamic absorber system using the lever and pendulum mechanism is proposed for controlling the displacement of high-rise structures due to wind or earthquakes. Due to the effect of the lever and pendulum mechanism, the displacement of the dynamic absorber can be several times less than that of an ordinary dynamic absorber, and the spring can be designed easily from the point of view of its strength. Also, due to the effect of the virtual mass by this mechanism, the natural period of this system can be lengthened without using a soft spring, and the damping can be made several times higher than that of an ordinary dynamic absorber.

Key Words: Vibration Control, Control Device, Seismic Motion, Dynamic Absorber, Lever and Pendulum, Optimum Tuning.

1. 結 言

近年, 高層建築物(建設, タワー等)の風によって生ずる応答変位の抑制のために, 動吸振器の原理を利用した機構を設置し制振を果たす例がある⁽⁵⁾⁽⁶⁾.

一般に, これらの動吸振器の原理は Den Hartog 等が示した手法によっており⁽³⁾, 動吸振器の固有周期を制振する対象構造物の固有周期の近傍に調整している。この原理は, 動吸振器と構造物の系の共振点で生じる相対変動に対して減衰を介在させ振動エネルギーを吸収して構造物の変位応答を低減させようとするものである。

動吸振器を超高層建物などの長周期構造物に適用する場合には, 動吸振器の固有周期を長周期に調整する必要がある, またその変位振幅も共振点において非常に大きなものとなる。その結果, 柔らかく, しかも大変位に至るまで線形性を保持するばね部材の性能が要求され, これが動吸振器の設計上における問題点であった。

これらの問題点を解決するための一手法として, 著

者らは「振り子とてこ」の機構⁽¹⁾⁽²⁾を用いた新しい動吸振器システムについて検討を行ってきた⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

本文は, これらを総合的にとりまとめるとともに新たにレバー部分の分布質量も考慮した機構の原理とその運動について報告する。

2. 使 用 記 号

- c_1 : 構造物の一次モード減衰係数
- c_2 : 動吸振器の減衰係数
- f : 振動数比 $= \omega_2/\omega_1$
- g : 振動数比 $= \omega/\omega_1$
- g_P : P 点での振動数比 $= \omega_P/\omega_1$
- g_Q : Q 点での振動数比 $= \omega_Q/\omega_1$
- H : 支点到作用する反力
- H_e : 構造物に伝達する制振力
- k_1 : 構造物の一次モード剛性
- k_2 : 動吸振器の剛性
- l_1 : 支点からの動吸振器までのレバー長
- l_2 : 動吸振器から振り子までのレバー長
- m : レバーの分布質量
- m_1 : 構造物の一次モード質量
- m_2 : 動吸振器の質量
- m_3 : 振り子の質量

* 平成2年7月14日 機械力学講演会において講演, 原稿受付 平成2年10月31日。

^{*1} 正員, 京都工芸繊維大学工学部 (〒606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。

- T_2 : 通常の動吸振器の固有周期
 T^* : 振り子とてこ機構を用いた動吸振器の固有周期
 U_0 : 地動振幅
 U_g : 入力地動 $= U_0 e^{i\omega t}$
 u : 動吸振器の相対変位
 X_1 : 一次モード質量の相対変位
 X_2 : 等価システムの相対変位
 X_{st} : 入力による一次モード質量の静的変位
 $= m_1 \omega^2 U_0 / k_1$
 β : 励振係数
 ζ_1 : 構造物の一次モードの減衰定数
 ζ_2 : 動吸振器の減衰定数
 λ : てこ比 $= l_2 / l_1$
 μ_m : 分布質量の質量比 $= m_1 l_1 / m_2$
 μ_{21} : 動吸振器の質量比 $= m_2 / m_1$
 μ_{32} : 振り子の質量比 $= m_3 / m_2$
 ω : 入力の円振動数
 ω_1 : 構造物の一次モード円振動数 $= \sqrt{k_1 / m_1}$
 ω_2 : 動吸振器の円振動数 $= \sqrt{k_2 / m_2}$

3. 機構とその運動方程式

本システムのプロット図を図1に示す。動吸振器はマス(A)、バネ(B)および減衰装置(C)よりなり、構造物(G)に設置された支点(D)から水平に伸びたレバー(E)が動吸振器のマスを貫いて振り子(F)へと連結されている。構造物に外乱が作用し、動吸振器が振動すると、振り子部分がてこ比 λ (D-AとA-F間の長さの

図1 提案システムの概念図

比)に応じて拡大されて振動する。

図1の構造物・動吸振器システムを図2(a)のようにモデル化する。ここでは、動吸振器の特性の一次のモードに対する制振効果を考察するため、構造物を一次のモード質量とばねとにモデル化している。ここで振り子とてこの特性を把握するために、図2(b)に示すように本システムのみを取り出したモデルについて検討する。この系の運動方程式は、支点D回り角運動量の釣り合いから、式(1)の等価1自由度系で表せる。

$$M_e \ddot{u} + c_2 \dot{u} + k_2 u = -M_e^* \ddot{U}_g \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

$$M_e = m_2 \{1 + \mu_{32}(1 + \lambda)^2 + \mu_m(1 + \lambda)^3 / 3\}$$

$$M_e^* = m_2 \{1 + \mu_{32}(1 + \lambda) + \mu_m(1 + \lambda)^2 / 2\}$$

これらの式より、振り子質量に関してはてこ比 λ の2乗に、分布質量に関してはてこ比 λ の3乗に比例した項によって仮想質量 M_e が増加するのがわかる。式(1)を M_e で除せば、次式が得られる。

$$\ddot{u} + 2\zeta_2^* \omega_2^* \dot{u} + \omega_2^{*2} u = -\beta \ddot{U}_g \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、

$$\zeta_2^* = c_2 / (2\sqrt{M_e k_2})$$

$$\omega_2^{*2} = k_2 / M_e = \omega_2^2 / \alpha^2$$

$$\alpha = \omega_2 / \omega^* = T^* / T_2$$

$$\beta = M_e^* / M_e$$

振り子とてこの作用による仮想質量の増加による効果を明確にするために、ここで新たに2種類の係数 α および β を定義する。係数 α は系の固有周期(T^*)と従来の動吸振器の固有周期(T_2)の比を表している。係数 α をてこ比 λ 、質量比 μ_{32} および質量比 μ_m に関して図示すれば図3が得られる。等価質量 M_e が大きくなるために、てこ比 λ および質量比 μ_{32} 、 μ_m が大きくなるに従って係数 α は1.0よりも大きくなる傾向を示しており、これらのパラメータが大きくなれば柔ら

図2 振り子とてこ機構のモデル

かいばねを用いずに系の固有周期を長周期化できることを示している。

一方、係数 β は外力項にかかる励振係数であり、1.0 以下の値をとる場合には、従来の動吸振器よりも系に作用する外力が小さくなることを示している。係数 β をてこ比 λ 、質量比 μ_{32} および質量比 μ_m に関して同様に図 4 に図示する。係数 α とは逆に、てこ比 λ および質量比 μ_{32} 、 μ_m が大きくなるにつれて励振係数 β は小さくなる傾向を示し、従来の動吸振器よりも系に作用する外力が小さくなり、結果として応答が小さくなることを示している。

また本システムの特徴として、図 2 に示す支点(D)での反力 H を考える必要がある。図 2 の力の釣合いから、反力 H は次式のように求まる。

$$H = \{m_2 + (1 + \lambda)m_3 + l_1 m(1 + \lambda)^2/2\} \ddot{u} + \{m_2 + m_3 + l_1 m(1 + \lambda)\} \dot{U}_0 + k_2 u + c_2 \dot{u} \quad (3)$$

本システムから構造物への伝達力 H_e は次のように表されて、これが構造物への制振力として作用する。

$$H_e = c_2 \dot{u} + k_2 u - H \quad (4)$$

本システムを構造物に取付けた場合の性状を検討するために、図 5 に示すモデルを考える。式(1)に示したように、本システムを等価な質量 M_e を有する 1 自由度系とし、構造物は一次のモード質量 m_1 、ばね定数 k_1 、減衰定数 c_1 を有する 1 自由度系としてモデル

図 3 質量比、てこ比と係数 α の関係

図 4 質量比、てこ比と係数 β の関係

化している。

ニュートンの第 2 法則より、次式が得られる。

$$m_1(\ddot{X}_1 + \ddot{U}_0) = -c_1 \dot{X}_1 - k_1 X_1 + H_e \quad (5)$$

$$M_e(\ddot{X}_2 + \beta(\ddot{X}_1 + \ddot{U}_0)) = -c_2 \dot{X}_2 - k_2 X_2 \quad (6)$$

式(5)、(6)を式(3)、(4)を用いて整理すると式(7)が得られる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = -[\bar{M}]\{I\}\ddot{U}_0 \quad (7)$$

ここに、

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + m_3 + m l_1(1 + \lambda) & 0 \\ m_2 + (1 + \lambda)m_3 + m l_1(1 + \lambda)^2/2 & 0 \\ m_2 + (1 + \lambda)^2 m_3 + m l_1(1 + \lambda)^3/3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + m_3 + m l_1(1 + \lambda) & 0 \\ 0 & m_2 + (1 + \lambda)m_3 + m l_1(1 + \lambda)^2/2 \end{bmatrix}$$

$$[I] = \{1 \ 1\}^T$$

式(7)で与えられたシステムについて動吸振器の最適調整理論を適用する。

4. 提案システムの最適調整

本提案システムの最適調整条件を Den Hartog による動吸振器の P, Q 点理論を適用して以下のように求める⁽³⁾⁽⁴⁾。なお、ここでは構造物の減衰定数 c_1 は動吸振器の減衰定数 c_2 に比べて非常に小さいのでこれを無視している。

式(7)において円振動数 p で振動 U_0 なる正弦入力

図 5 全体モデル

を考えれば、質点 m_1 (構造物) と M_e (動吸振器) の応答変位は次式となる。

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \sqrt{\frac{(2\xi_2)^2 A + B}{(2\xi_2)^2 C + D}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{X_2}{X_{st}} = \sqrt{\frac{b^2}{(2\xi_2)^2 C + D}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、

$$A = a^2 f^2 g^2, B = \{a(f^2 - dg^2) + \mu_{21} b^2 g^2\}^2$$

$$C = f^2(1 - ag^2)^2 g^2$$

$$D = \{(1 - ag^2)(f^2 - dg^2) - b^2 g^4 \mu_{21}\}^2$$

$$\mu_{21} = m_2/m_1, \mu_{32} = m_3/m_2, \mu_m = m_l/m_2$$

$$\xi_1 = c_1/2\sqrt{m_1 k_1}, \xi_2 = c_2/2\sqrt{m_2 k_2}$$

$$f = \omega_2/\omega_1, g = \omega/\omega_1, X_{st} = m_1 \omega^2 U_0/k_1$$

$$\omega_1^2 = k_1/m_1, \omega_2^2 = k_2/m_2$$

$$a = 1 + \mu_{21} + \mu_{21}\mu_{32} + (1 + \lambda)\mu_{21}\mu_m$$

$$b = 1 + (1 + \lambda)\mu_{32} + (1 + \lambda)^2 \mu_m/2$$

$$d = 1 + (1 + \lambda)^2 \mu_{32} + (1 + \lambda)^3 \mu_m/3$$

点 P, Q における式 (8) の応答変位の値は減衰に依存しないことから、 ξ_2 が零および無限大をとる時の値を等値すれば ($A/C = B/D$)、振動数比 $g (= \omega/\omega_1)$ に関する 4 次方程式を得、この式の根を点 P, Q の振動数比 g_P^2, g_Q^2 とすれば下式を得る。

$$g_P^2 + g_Q^2 = \frac{a(a^2 f^2 - ad) - \mu_{21} b^2}{2a(ad - b^2 \mu_{21})} \quad \dots\dots\dots (10)$$

さらに式 (8) において ξ_2 を無限大とした時の構造物の振幅は C/A となり、 g に g_P, g_Q を代入した値を等値すれば、点 P, Q での振幅が等しいという条件式が次のように得られる。

$$g_P^2 + g_Q^2 = 2/a \quad \dots\dots\dots (11)$$

式 (10), (11) より g_P, g_Q を消去すれば、点 P, Q での応答変位振幅が両者等しくなる条件での振動数比 $f (= \omega_2/\omega_1)$ とてこ比 λ および質量比 $\mu_{21}, \mu_{32}, \mu_m$ の間

の関係が次式のように求まる。

$$f^2 = \frac{2ad - 3b^2 \mu_{21}}{2a^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

点 P, Q において振幅が極値を取るために、式 (8) を振動数比 g^2 で微分し、点 P, Q での円振動数 ω_P, ω_Q を代入した値が零となるように減衰定数 ξ_2 を求めると、点 P, Q で振幅が等しくかつ最大となる減衰比が次のように得られる。なお、負号の正は P 点、負は Q 点で極値をとる場合である。

$$\xi_2^2 = \frac{\mu_{21} b^2}{8a} \left\{ 3 + \frac{3\mu_{21} b^2 \mp \sqrt{2(ad - \mu_{21} b^2)} \mu_{21} b^2}{2ad - 3\mu_{21} b^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (12) および上記減衰定数を満足する $\lambda, \mu_{21}, \mu_{32}, \mu_m$ の値を式 (8) に代入することによって、構造物の最大振幅は次式となる。

$$\frac{X_1}{X_{st}} = \frac{a}{1 - ag^2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

5. 解析結果

式 (12) で与えられる構造物と動吸振器の固有振動数比 f について、質量比 μ_{32}, μ_m およびてこ比 λ を変化させたときの値を在来形の動吸振器での値で規準化したものを図 6 に示す。なお、 μ_{21} の違いによる変化はなかったため、ここでは $\mu_{21} = 0.001$ の値のみを示す。てこ比 λ および質量比 μ_{32}, μ_m が大きくなるにつれ最適振動数比は在来形の動吸振器の値より大きくなっている。このことは、特に数秒の固有周期を有する長周期構造物に本機構を適用する場合に、動吸振器の剛性 k_2 を、在来形の動吸振器より数倍剛に設定できることを示しており、実使用の上で有利となる。

式 (13) で与えられる最適減衰定数について、質量比 μ_{32}, μ_m およびてこ比 λ を変化させたときの値を在来

図 6 構造物と動吸振器の固有振動数比

図 7 動吸振器の最適減衰定数

形の動吸振器での値で規準化したものを図7に示す。なお、 μ_{21} の違いによる変化はなかったため、ここでは $\mu_{21}=0.001$ の値のみを示す。てこ比 λ および質量比 μ_{32} 、 μ_m が大きくなるにつれ、最適減衰定数は在来形の動吸振器の値より大きく設定できることを示しており、振動エネルギーを減衰によって通常の動吸振器よりも逸散させやすいことを示している。

最適調整を行った振り子とてこを用いた動吸振器について、質量比 μ_{32} 、 μ_m およびてこ比 λ を変化させたときの構造物および動吸振器の最大応答変位の解析値を在来形の動吸振器での値で規準化したものを図8に示す。てこ比 λ が大きくなるにつれ構造物の変位(X_1/X_{st})は大きくなる傾向を示すが、動吸振器の変位(X_2/X_{st})は逆に小さくなる。また、質量比 μ_{32} が大きくなるにつれ構造物、動吸振器両方ともに変化が小さくなる。また、分布質量を考慮すれば、てこ比 λ の増大による構造物の応答の増加は抑制され、ほぼ在来形

の動吸振器での値と同程度となる。

これらの結果から、質量比 μ_m が0.1程度でてこ比 λ が3以上の場合であれば、構造物の応答変位 X_1/X_{st} は在来形の動吸振器による応答値と同程度の値でありながら、動吸振器部分の応答変位は在来形の1/2以下とできることがわかる。なお、構造物の応答変位の絶対値(制振効果)は式(14)に示すごとく従来形の動吸振器と同様に質量比 μ_{21} によっており、 μ_{21} が大きくなるにつれて小さくなる。

一例として、質量比 $m_3/m_1=m_2/m_1=0.005$ ($\mu_{32}=1.0$)とした場合の X_1/X_{st} 、 X_2/X_{st} の共振曲線を図9に示す。なお、最適条件を求める際には、構造物の減衰 ζ_1 は動吸振器の減衰 ζ_2 に比べて非常に小さいとして無視したが、実際には構造物に減衰が存在するので最適条件に若干の誤差が生ずる。しかしその量が僅少であるので、最適条件は構造物の減衰を無視した場合のもを用い、応答を求める場合には構造物の減衰を考

(a) 分布質量考慮せず

(b) 分布質量考慮($\mu_m=0.1$)

図8 構造物と動吸振器の最大変位振幅

(a) 構造物の共振曲線

(b) 動吸振器の共振曲線

図9 共振曲線

慮するものとし、ここでは構造物の減衰定数 $\zeta_1=0.02$ とした。動吸振器を用いない場合に比べ、構造物に対する制振性能は在来形の動吸振器とほぼ同程度でありながら、動吸振器部分の応答変位は在来形のほぼ $1/4$ 以下となっていることがわかる。

6. ま と め

地震等の外乱に対する構造物の制振を目的として動吸振器を適用する場合に問題となる、動吸振器自身の過大な応答を低減するために、振り子としてこの作用を利用した動吸振器を提案した。その機構の運動方程式を導き、最適調整条件を求め、数値解析により従来形の動吸振器と比較を行った。その結果、以下のことが明らかとなった。

(1) 対象構造物に対する制振性能は在来形の動吸振器と同程度でありながら、動吸振器自身の応答変位

は在来形の $1/4$ 程度以下に低減できる。

(2) 最適減衰定数を在来形の動吸振器の数倍大きく設定できる。

(3) 動吸振器の固有周期の調整は、対象構造物の固有周期よりも数倍短く設定できる。

文 献

- (1) 山本・永井・ほか 1 名, 圧力技術, **13**-5(1975), 235.
- (2) 清水・山本・ほか 3 名, 建築論報, **327**(1983), 29.
- (3) Den Hartog, 「*Mechanical Vibration*」, (1947), 115, McGraw-Hill.
- (4) 背戸, 機論, **51**-467, C(1985), 1454.
- (5) McNamara, R. J., *J. ASCE*, ST 9, 103, (1977), 1785.
- (6) 寺本・ほか 3 名, 第 7 回日本地震工学シンポ, (1986-12), 1747.
- (7) Fujinami, T. and Yamamoto, S., *ASME PVP*, **197** (1990), 143.
- (8) 藤波・山本・ほか 1 名, 機力講論, No. 900-44 (1990-7), 425.