圧電アクチュエータによる片持ばりの振動制御*

西 原 修^{*1}, 松 久 寛^{*1}
佐 藤 進^{*1}, 中 須 信 昭^{*2}

Vibration Control of a Cantilever Beam with a Piezoelectric Actuator

Osamu NISHIHARA, Hiroshi MATSUHISA,
Susumu SATO and Nobuaki NAKASU

The active vibration control of a steel cantilever beam with a piezoelectric ceramic actuator is presented. The actuator is bonded near the fixed end; the beam-actuator system acts as a monomorph mechanism. The control is the IMSC (independent modal-space control) based on the modal displacement estimation by the modal filter with an OP amplifier. The first mode is estimated with three modeled modes using two non-contact displacement sensors. The modal velocity is estimated with the Kalman filter. The optimal regulator and relay controls were implemented with a personal computer. The relay controls yielded faster decay, since the actuator output can be applied more effectively. The linear velocity feedback was used instead of the dead zone, then the amplitude at the free end decayed to 1 μm in 0.7 sec, when the initial amplitude was 1.0 mm.

Key Words: Vibration Control, Piezoelectric Actuator, Cantilever beam, Optimal Regulator, Kalman Filter, Relay Control, Sliding Mode

1. 緒 言

圧電材の逆圧電効果によるアクチュエータは、位置決め分解能が高く応答が高速で、大きさや重量に比して高出力が得られ、エネルギー変換効率にも優れるなどの特長があるため広範な分野で応用例があり⁽¹⁾、振動制御用アクチュエータとしても研究されてきている。振動制御においても上記の性質は極めて有用であり、基本的な特性を確認する目的で片持ばりを用いた研究もいくつか報告されている^{(2)~(4)}。本研究では、2個の非接触変位計とモーダル・フィルタによりモード変位を観測するというIMSC (independent modal-space control)^{(5)~(12)}による実験を通じ、圧電アクチュエータによる構造物の振動制御について考察する。

IMSCによる構造物の能動制御においてはスピルオーバー不安定を回避する目的でモード座標推定機構が用いられる。モーダル・フィルタはモード形状という構造物の振動現象に固有の情報を生かすことができ、モデル化モードと同数のセンサが必要な代わり、荷重線形和による推定のためオブザーバのようにフィルタ・

ダイナミクスを持たない。

これまでの研究では、最適レギュレータとオブザーバの応用などにより速度、変位比例のフィードバックをかけるものがみられる^{(2)~(4)}。本論文では制振力を有効に利用するという視点から、アクチュエータ飽和出力から最適レギュレータの係数を求める逆問題の一例を紹介する。さらに、圧電アクチュエータとモーダル・フィルタの性質から適用しやすくなったリレー制御により、インパルス応答が改善されることを確かめる。

2. 制 振 方 法

2.1 モノモルフ機構 実験装置の制振は図1のモノモルフ機構による。鋼製はりに接着された素子の上下面に電極があり、分極方向の関係から電圧印加に伴う電界強度にほぼ比例してはりの軸方向に伸縮力が生じる。圧電素子は分布アクチュエータであるが、力学的にはモノモルフ部分の両端に絶対値 M_f が等しく異符号のモーメント対がはたらくときと等価になる⁽²⁾。

$$M_f = \frac{d_{31}b_2E_2vE_1b_1h_1(h_1+h_2)}{2(E_1b_1h_1+E_2b_2h_2)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 d_{31} は素子の圧電定数、 v は印加電圧、 E_1 、 E_2 ははりと圧電素子の縦弾性率、 b_1 、 b_2 は、はりと圧電

* 平成元年11月27日 アジア振動会議において講演、原稿受付 平成2年10月30日。

*¹ 正員、京都大学工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)。

*² 京都大学大学院。

素子の幅, h_1, h_2 は厚さである。静的に電圧を印加したときモノモルフ部分の曲率半径 r は, 中立軸回りでみた曲げ剛性をはりについて $E_1 I_1$, 圧電素子は $E_2 I_2$ とおくと,

$$\frac{1}{r} = \frac{M_f}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。モノモルフ部分の長さが $x_2 - x_1$, 自由端側は $x_3 - x_2$ であるから, 自由端での静的変位 y_3 は,

$$y_3 = \frac{M_f(x_2 - x_1)}{E_1 I_1 + E_2 I_2} \left(x_3 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

となり, 図1のように圧電素子を固定端に近づけたほうが y_3 が大きくなりやすい。同種の機構では素子を固定端近傍に接着することがすでに常識的である。実験で使用する圧電セラミックは, $E_2 = 6.3 \times 10^{10} [\text{Pa}]$ と鋼の30%程度の弾性率であるから, 式(2), (3)や振動解析では, 組合せはりの中立軸が接着によりはり自身の対称軸から移動する影響を考慮する必要がある。

2.2 モーダル・フィルタ 片持ばりの曲げ振動の運動方程式をモード空間に展開する。

$$\ddot{z}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{z}_i + \omega_i^2 z_i = f_i + w_i, \quad i=1, 2, \dots \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで, z_i は i 次のモード変位, ω_i はモード固有振動数, ζ_i はモード減衰率, f_i は i 次モードへの圧電アクチュエータの制振力による寄与, w_i は外乱の影響である。ここで, 固有関数は,

$$\int_0^{x_3} \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \frac{x_3}{2} \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (5)$$

の形式で正規化しておく。

前節の理由から中立軸移動を含めてモノモルフ部分の剛性増加を考慮し, 全体は段付はりとして解析する。制振目標は低次モード, 例えば一次モードのみを被制御モードとすれば達成されるときも, いわゆるスピルオーバー不安定現象を回避するために高次モードまでモデル化する必要がある。モードを独立に制御するIMSCにおいて不安定現象を回避するためには, セン

図1 片持ばりと圧電素子によるモノモルフ機構

サからの物理的な情報をモード空間へ写像するとき観測スピルオーバーを十分に低減しなければならない。

モーダル・フィルタは, 複数の離散センサの情報を線形に重ねて構造物のモード座標を推定するものである。センサにおける離散的な情報に基づき, 変位などが内挿関数の荷重線形和として近似され, さらに積分演算により決定される係数によりモード座標に変換される。内挿関数として固有関数を用いると,

$$y = \{\phi_j(x_i)\} z \quad \dots\dots\dots (6)$$

という関係を仮定したことに帰着される。ここで, $y = (y_1, \dots, y_N)^T$ は点 x_i での物理的変位, $z = (z_1, \dots, z_M)^T$ が推定すべきモード座標であり, $\phi = \{\phi_j(x_i)\}$ は点 x_i ($1 \leq i \leq N$) における j 次モードの固有関数値からなる行列である。式(6)より, $N=M$ のときは ϕ が正則なら逆行列, $N>M$ のときも一般化逆行列が存在すればこれを ϕ^{-1} として,

$$z = \phi^{-1} y \quad \dots\dots\dots (7)$$

により z が推定可能である。推定精度からいえば, ϕ の条件数が小さいほうがよく, さらに N が M より大きいほど全般に高精度になる。

機器の構成上, センサ数の最小化が求められる。モデル化モードを一次から n 次モードとすると式(6)の ϕ を正方行列とするためには少なくとも n 個のセンサが必要である。しかし, 片持ばりの曲げ振動では n 次モードに $n-1$ 個の節があるため $x_1, \dots, x_{n-1}$ を節点とすると, 式(6)は次のようにかける。

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n-1} \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x_1) & \dots & \phi_{n-1}(x_1) & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \phi_1(x_{n-1}) & \dots & \phi_{n-1}(x_{n-1}) & 0 \\ \phi_1(x_n) & \dots & \phi_{n-1}(x_n) & \phi_n(x_n) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ z_n \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

係数行列から最右列と最下行を除いた部分行列は正則で, その逆行列により $y_1, \dots, y_{n-1}$ から $z_1, \dots, z_{n-1}$ が推定される。この方法は n 次モードを不可観測とする極-零点消去法を用いたものともいえる⁽¹⁵⁾。

実用的なモーダル・フィルタではモデル化モードとセンサがほぼ同数になり, オブザーバよりセンサ数が多くなりやすいが, その反面, モード形状という情報が積極的に活用されて瞬時の座標推定が可能で, オブザーバのようなフィルタ・ダイナミクスが生じない。オブザーバのように誤差が動的に収束しない点が欠点とされているが, 対象のモデル化のみにたよらず固有振動数における加振などでモード形状を正確に把握す

れば高精度が得られる。アナログ信号のモデル・フィルタは例えば OP アンプによる加算回路として実現でき、A/D 変換によりデジタル化するとしてもオブザーバと比較すると簡単な荷重線形和演算に帰着される。

2.3 最適レギュレータ 実験では一次モードのみを被制御モードとするが、本質的には複数モードを制振する IMSC と変わらない。IMSC では、 i 次モードについて、

$$J_i = \int_0^{\infty} [(z_i^2 + \omega_i^2 z_i^2) + (R_i f_i^2)] dt \quad \cdots \cdots (9)$$

とおき、被制御モードについての総和 $J = \sum J_i$ を評価関数とするのが一般的であり、モードごとに最適レギュレータを設計することで最適ゲインが求められるからである。評価関数はモードごとの振動エネルギーにより定義されているが、この形式はもちろん必然的なものではなく任意性が残されている。しかし、通常は制振対象のエネルギーを速やかに消散させることが実用的な目的にもかなうと考えられるから、本論文では式(9)の定義を採用する。終端時刻が無限遠であるから代数的 Riccati 方程式の解として定常ゲインが導かれる。ここで、

$$f_i = -\frac{g_{i1}\omega_i}{R_i} z_i - \frac{g_{i2}}{R_i} \dot{z}_i \quad \cdots \cdots (10)$$

とおくと、 $\zeta_i = 0$ において、

$$\frac{g_{i1}\omega_i}{R_i} = \omega_i^2 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{R_i\omega_i^2}} \right) \quad \cdots \cdots (11)$$

$$\frac{g_{i2}}{R_i} = \omega_i \sqrt{2 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{R_i\omega_i^2}} \right) + \frac{1}{R_i\omega_i^2}} \quad \cdots \cdots (12)$$

となる。実際には $\zeta_i > 0$ であるが、微少な内部減衰のためここでは式(11)、(12)を近似解として議論をすすめる。ここには記さないが、 ζ_i を考慮した解析解を導くこともできる。

図 2 最適レギュレータでの極位置

評価関数の形式から R_i が小さいとき対応モードの応答改善が示唆されるが、高いフィードバックゲインにより相応の制振力が要求される。モノモルフ両端の固有関数の傾きを $\phi_i'(x_1)$, $\phi_i'(x_2)$ とおくと、 m をはりの質量として、

$$f_i = \frac{2(\phi_i'(x_1) - \phi_i'(x_2))M_f}{m} \quad \cdots \cdots (13)$$

である。圧電素子の大きさ、材質や駆動用アンプの出力電圧などから式(1)などの形式でモノモルフ機構の最大出力が決まる。そこで、 i 次モードに割り当てられる制振力に

$$|f_i| \leq f_{i\max} \quad \cdots \cdots (14)$$

の形式で制約があると仮定する。

圧電素子のアクチュエータ・ダイナミクスは無視できる場合が多く、ここでは式(14)の条件で R_i を最小化する逆問題を論じる。制御スピルオーバーが小さいとき左辺がほぼ時間的に単調減少になる見かけの振動エネルギーを基準とする。

$$\frac{1}{2} \dot{x}_i^2 + \frac{1}{2} \omega_i^2 r_i x_i^2 \leq \frac{1}{2} \omega_i^2 d_i^2 \quad \cdots \cdots (15)$$

ここで d_i は i 次モードの振幅最大値に相当する。式(15)で必要となる制振力がアクチュエータの最大出力を越えない条件を求める。まず、 R_i を

$$r_i = \sqrt{1 + \frac{1}{R_i\omega_i^2}} \quad \cdots \cdots (16)$$

とおきなおし、さらにアクチュエータ出力を i 次モードの復元力に相当する項で無次元化する。

$$\lambda_i = \frac{f_{i\max}}{\omega_i^2 d_i} \quad \cdots \cdots (17)$$

次のように r_i の上限値が導かれる。

$$r_i \leq \frac{-1 + \sqrt{1 + \lambda_i^2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{-1 + \sqrt{1 + \lambda_i^2}}{2} \right)^2 + 1} \quad \cdots \cdots (18)$$

アクチュエータ出力が小さいと、 $r_i \approx 1$ であるから式(15)は

$$\frac{1}{2} \dot{x}_i^2 + \frac{1}{2} \omega_i^2 x_i^2 \leq \frac{1}{2} \omega_i^2 d_i^2 \quad \cdots \cdots (19)$$

に置き換えることができ、簡単な近似条件、

$$R_i \geq \frac{2}{\omega_i^2 \lambda_i^2} \quad \cdots \cdots (20)$$

が導かれる。

式(18)で等号が成立するとき、フィードバック制御系全体の i 次モードの極を p_i とおき、主系の減衰 ζ_i を無視すると、

$$\text{Re}(p_i) = -\frac{\omega_i}{2} \sqrt{(r_i + 3)(r_i - 1)} \quad \cdots \cdots (21)$$

$$\text{Im}(p_i) = \pm \frac{\omega_i}{2} \sqrt{(r_i + 1)(3 - r_i)} \quad \cdots \cdots (22)$$

となる。系全体のモード減衰率 Z_i は、

$$Z_i \approx \frac{1}{\omega_i \sqrt{2R_i}} \approx \frac{\lambda_i}{2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

と近似される。さらに微小な ζ_i の影響を考慮すると、

$$Z_i \approx \zeta_i + \frac{\lambda_i}{2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

と考えられる。一次モードのみが被制御モードの今回の実験では、実行可能な最小値はアクチュエータの飽和出力が $f_{\max}$ なら、ただちに $R_i = 2\omega_i^2 d_i^4 / f_{\max}^2$ と導かれるが、一般の複数被制御モードの IMSC では、式 (23) の Z_i などを比較しながら各モードへ制振力 $f_{i\max}$ を最適配分する必要も生じてくる。図 2 は $\zeta_i = 0$ とした式 (21), (22) の根軌跡を示しており、 $\lambda_i \ll 1$ のときは固有振動数がほぼ ω_i と制振対象単体からほとんど変化しないこと、減衰が λ_i に比例して増加する式 (23) の関係などが読取れる。

3. リレー制御

2・3 節で記した最適レギュレータは線形フィードバックの範囲内では実用的にも良好なものと推察される。しかし、制御により制振対象から消散するエネルギーは速度と制振力の積に等しく、応答性に優れて式 (14) のなどの範囲内でかなり自由に制振力を変化させることのできる圧電アクチュエータでは、速度や変位に比例した制振力を加える線形フィードバックにとらわれず、最大制振力を持続して作用させるリレー制御なども考慮すべきと考えられる。例えば、インパルス状の外乱を仮定するとき、時不変ゲインの線形フィードバックで制振開始直後にアクチュエータが飽和しないようにゲインを設定しておくとも時間的に制振力も減

少してしまう。さらに応答が振動的なら制振過程を通じて正弦波状の制振力が作用するため、く形波状の制振力が作用するリレー制御と比較するとアクチュエータの最大出力が一定としてもエネルギー消散の効率が悪い。

前章のように IMSC において一次モードを被制御モードとすると、対象は非線形制御の取扱いが容易な 1 自由度振動系に帰着される。

$$\ddot{z} + 2\zeta\omega\dot{z} + \omega^2 z = f + w \quad \dots\dots\dots (25)$$

アクチュエータの最大出力が外乱力より極端に小さくなければ、切換関数を

$$\phi = \dot{z} + bz \quad \dots\dots\dots (26)$$

とおき、制振力を

$$f = -\text{sgn}(\phi)f_{\max} \quad \dots\dots\dots (27)$$

と決定するすべり制御がロバスト性に優れた制御として知られる。自由応答においてすべり制御が始まるときは、

$$|z| \leq \frac{f_{\max}}{(1+b^2)\omega^2} \quad \dots\dots\dots (28)$$

の領域において軌跡が切換曲線を最初に横切る瞬間であり、それまでは振動的である。振動的な応答において、変位が連続して極大、極小となる時刻を t_{j-1} , t_j , t_{j+1} とおくと、

$$|z(t_{j-1})| - |z(t_{j+1})| \approx \frac{4f_{\max}}{\sqrt{1+b^2}\omega^2} = \frac{4\lambda d}{\sqrt{1+b^2}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

であり、1 周期についての振幅減少はほぼ上式の右辺で近似され、直線状のエンベロープが生じる。アクチュエータの出力が小さいと、応答の大半は振動的な部分が占めることになり、この領域では $b=0$ により式 (29) を最大化すると 1 周期について $4\lambda d$ の急峻な減衰が生じる。ただし、 $b=0$ のときなど動作を安定化してリミットサイクルを避けるにはリレーに不動作領域

図 3 制御によるエネルギー消散

図 4 実験装置の概要

を設けて,

$$f = \begin{cases} f_{\max}, & \dot{z} < -\dot{z}_0 \\ 0, & |\dot{z}| \leq \dot{z}_0 \\ -f_{\max}, & \dot{z} > \dot{z}_0 \end{cases} \quad (30)$$

とするなどの対策が必要となる。なお、インパルス的な入力を受けた微小な減衰の1自由度振動系を $|f| \leq f_{\max}$ の制約条件下で原点 $(z, \dot{z}) = 0$ に最短時間制御する場合の切替曲線は z 軸に径が λ に比例する半円弧を並べたものに近く、 $\lambda \rightarrow 0$ とした極限では式(30)で $\dot{z}_0 = 0$ とした理想リレー制御に近づく。指数関数的なエンベロープを生じる線形速度フィードバックでは、1周期の振幅減少量は $\pi \lambda d$ でおさえられる。

図3は静止状態でインパルス状外乱が加えられた1自由度系から、制御によりエネルギーが消散する過程の計算値を示したものである。式(11)、(12)の最適レギュレータで $R = 511.4$ とおいたものと、式(30)のリレー制御によるエネルギー変化を比較している。不動作域の設定は、 $\dot{z}_0$ を ωd の2%にしている。

4. 実験

4.1 実験装置 装置の概要を図4に示す。はりは鋼製で長さ305 mm、厚さ1.95 mm、幅23.8 mmであり、固定端付近に圧電素子が接着されている。圧電素子はチタン酸ジルコン酸鉛で、密度は $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、圧電定数 $d_{31} = 2.07 \times 10^{-10} \text{ m/V}$ のものである。素子の寸法は厚さ0.50 mm、幅22.9 mm、長さ33.3 mmであり、短絡を防ぐために固定端から $x_1 = 8 \text{ mm}$ の間隔を空けている。素子には上下面に電極があり、印加電圧にほぼ比例して伸縮する。直流増幅器の仕様から入力電圧は振幅75 Vであるが、このとき計

算では両端が自由な状態なら $\pm 1.034 \mu\text{m}$ の伸縮が生じ、変形が完全に抱束された状態では $\pm 22.40 \text{ N}$ の力が発生する。圧電素子の接着が完全と仮定し、さらに接着層の影響を無視すると式(3)により $v = \pm 75 \text{ V}$ のとき自由端での静的変位量は $\pm 58.0 \mu\text{m}$ と推定される。実験では、 $\pm 54 \mu\text{m}$ の変位が観測されており、上記のモデル化はほぼ成立していると思われる。

モーダル・フィルタは二次モード成分を消去して一次モード成分を推定する目的で用いた。三次モードの影響を除去するため2個の渦電流式非接触変位計は三次モードの節に設置している。節の位置を伝達マトリックス法による数値計算で推定した上で、三次モードの固有振動数での正弦波入力を圧電素子に加えることにより実験的にセンサ位置を調節した。モーダル・フィルタはOPアンプによる加算回路としているから、フィルタゲインは回路中の抵抗値により定まる。そのため、二次モードの固有振動数で圧電素子により加振しながらフィルタの出力が最小化されるように可変抵抗を調節するという方法を用いた。制御装置の本体は12 bit のA/D、D/A変換器を備えたパーソナル・コンピュータである。パラメータ変更の便宜を考慮してデジタル制御方式を採用した。

4.2 実験結果

4.2.1 最適レギュレータ 一次モードの固有振動数は装置の諸元から18.3 Hzと推定され、計測によると17.75 Hzである。モデル化によると自由端に1.0 mmの振幅が生じるときのはりの剛性による復元力を一次モードで評価したものと、圧電素子に $\pm 75 \text{ V}$ の電圧を加えるときの最大制振力による一次モードへの寄与を比較すると、 $\lambda_1 = 0.0625$ である。この数値と固有振動数17.75 Hzにより式(9)の連続時間最適レギュレータを設計すると、アクチュエータの飽和を防ぐためには、 $R_1 \geq 511.4$ が条件となる。等号成立時に式(15)の制約のもとで速度フィードバック成分と変位成分を比較すると、変位フィードバックの最大値は最大制振力の0.140%にしかない。さらに図2を参照しても極の位置はほとんど速度フィードバックの場合と変わらないことがわかる。

なお、実験装置の関係から実際にはデジタル制御を加えることになる。いままでの議論は連続時間であり、離散化された場合には精度よく成立するかを考慮しなければならない。結果的には、制御プログラムにC言語を用いたため、サンプリング周期は何れの場合も1 kHzと系の固有振動数と比較して割合に高くとることができたため離散化の影響は小さい。連続時間の最適レギュレータとこれを離散化したものに $R_1 =$

図5 インパルス応答

511.4 の係数を与えた場合、式(15)の制約では連続時間なら速度フィードバック成分は先も記したように最大制振力の 0.140% であるが、離散時間では 5.56% になる。さらに対象の復原力との比では、それぞれ 8.8×10^{-5} 、 3.5×10^{-3} と推定されて十分に微小である。離散時間の場合は、式(9)に相当する最適レギュレータの Riccati 方程式が単純な解を持たないと考えられ、アクチュエータの最大出力から R_i を導く過程も試行錯誤的なものとならざるを得ないと想像される。なお、いまの連続時間系と離散時間系について式(15)の条件で必要な最大制動力を比較すると両者はよく一致しており、有意な差はみられない。

はりの自由端付近に瞬間的な衝撃を与えたときの一次モードの自由振動を図 5 に示す。内部減衰や空気抵抗による減衰は、 $\zeta_1 = 1.7 \times 10^{-3}$ とみられる。式(15)に

より $R_i = 511.4$ として、初期振幅 1.0 mm において直増幅器が飽和しない範囲でゲインを最大化した上記の最適レギュレータでは $Z_1 = 2.8 \times 10^{-2}$ とかなり減衰が強化された(図 5)。理論値は $Z_1 = 3.30 \times 10^{-2}$ である。制御ではいずれもカルマンフィルタにより量子化ノイズを主とした観測ノイズを考慮し、観測された変位から速度を推定している。評価関数はこれまでの議論で対象とした式(9)である。なお、モーダルフィルタの調整が不十分な場合、ただちに不安定現象が見られて自励的な大振幅の振動が持続し、スピルオーバー対策としての効果が認められた。

4・2・2 リレー制御 式(30)のリレー制御において安定性を確保するために最大速度振幅の約 2% に相当する $2\,300\,\mu\text{m/s}$ 以下を不動作域とすればよいことが実験的に明らかになった。図 5 に示すように初期振幅は同じく 1.0 mm である。線形速度フィードバックでは、振幅が 0.1 mm 以下になるまでに約 740 ms を要したが、リレー制御によると 220 ms とかなり短縮された。アクチュエータが一定出力を保持している約半周期の間は、アクチュエータの寄与は平衡点移動で表される。これは $54\,\mu\text{m}$ と計測されて予想されたように最大静的変位量とほぼ一致した。振動的な応答での 1 周期当たりの振幅減少は $220\,\mu\text{m}$ と推定される。リレー制御では、260 ms 程度経過するとほぼ振動は消失したように見える。この時点で最適レギュレータによると $440\,\mu\text{m}$ 程度の振幅が残っている。

4・2・3 すべり動作 式(30)の制御を位相平面上でみると、ほぼ左右の平衡点を交互に中心として回転しながら振動が収束してゆく。図 6 (a) に示すように、振幅が上記の平衡点移動距離とほぼ等しくなるといわ

(a) 実験で観測された軌跡

(b) 原点付近の拡大図

図 6 位相平面上でのリレー制御の軌跡

図 7 リレー制御の変位応答

ゆるすべり動作が始まる。すなわち、不動作域との境界線上でほぼサンプリング周期ごとに制御入力が入オンオフを繰返し、境界上を原点方向に移動してゆく。図6(a)の点線部分を拡大したものが(b)であり、このすべり動作で変位が約40 μm から10 μm まで減少している様子が見られる。すでに記したように同様の動作は図とは原点について対称な位置でも生じる可能性があり、変位が上記の平衡点移動量より小さくなって最初に不動作域から動作域へ出る方向へ軌跡が不動作域の境界を横断したとき、その位置からすべり動作が始まる。式(30)では、すべり動作のあとはアクチュエータが動作しなくなるため緩やかな自然減衰に委ねられる。これは(b)の中心部で上下に長い円状の部分に対応している。変位と速度を規格化しているから、減衰振動はらせんとして描かれるはずであるが、高次モードの振動が重畳しているため上下方向に伸長されている。不動作域内部ではアクチュエータが動作しないから、この領域を拡大すると振動的な応答の部分でも減衰が遅くなり、すべり動作が早い時点で生じるから自然減衰の領域が拡大してしまう。不動作域はできるだけ小さくするほうがよいと考えられる。

4・2・4 すべり動作後の応答改善 不動作域の大きさは安定性の確保などの条件から下限があるため、代替的な方法を考える必要がある。そこで、式(30)の不動作域に代えて、式(31)の形式で適当なゲインの速度フィードバックを併用する。

$$f = \begin{cases} f_{\max}, & \dot{x} < -\dot{x}_0 \\ -K_v \dot{x}, & |\dot{x}| \leq \dot{x}_0 \\ -f_{\max}, & \dot{x} > \dot{x}_0 \end{cases} \quad (31)$$

図7にリレー制御によるインパルス応答を示す。不動作域については図5での変位を対数表示にしたものである。インパルスを受けてから250 ms程度の時点ですべり現象が生じており、対数表示によりその後は図ではほとんど一定のように見える。線形ゲインを併用した式(31)の場合は、すべり動作後0.5 s程度にわたり速度フィードバックにより直線状のエンベロープが生じている。図7の点線は1 μm に相当しており、打撃後0.7 s経過した段階でほぼ振幅は1 μm になっている。

図8は図7の打撃後250 ms経過した時点からの450 msを拡大して示している。応答はすべり動作後の部分が大半であり、不動作域を用いる場合はすべり動作による振動がしばらく残留することが確かめられる。振幅は4 μm 程度と読取れる。安定性による限界から、線形ゲインは $2 \times 10^{-3} \text{ Vs}/\mu\text{m}$ が上限であり、減衰率は 6.0×10^{-2} が最大値となった。自然減衰と比較す

図8 すべり動作直後の変位応答

ると35倍以上の減衰率が得られ、最終的には、A/D変換器の分解能による限界近くまで制振されている。速度フィードバックによる減衰が生じている領域においても量子化レベルと振幅が数倍程度の比のところもある。カルマンフィルタにより速度を推定しているから、量子化ノイズの影響がある程度除去されて、この領域でもほぼ制振効果が生じている。これを差分により速度を推定すると量子化の影響が大きすぎて同様の結果は得られない。なお、線形速度フィードバックを飽和させてリレー要素のように用いることもできる⁽⁴⁾。しかし、いまは線形部分でたかだか $\pm 4.6 \text{ V}$ の電圧しか生じないゲインが安定性による限界であるから、このようなやり方では2%の不動作域を30%以上にも拡大したことに相当する。

5. 結 言

(1) モーダルフィルタによりモード座標を推定した。モデル化モードと同数のセンサを用いる構成が常識的であるが、センサを節に設置する方法により個数を減少させることが可能であり、実験的にも有効性が認められた。

(2) 1自由度振動系について制御対象のエネルギーに基づく最適レギュレータを設計した場合の解析解を導いた。アクチュエータの最大出力と系の最大復原力の比 λ が数%という領域では線形速度フィードバックでよく近似されるという関係が確認された。減衰率の増加量はほぼ $\lambda/2$ と近似でき、この領域でも現実的な制振効果が得られる。

(3) 圧電素子にはきわめて広帯域の応答性があるため、通常の対象にはリレー制御的な制振力を作用さ

せることができる。実験した制御法はアクチュエータの最大制振力を持続して出力させ、振動を急速に減衰させる効果があり、線形速度フィードバックと比較してインパルス応答の改善が顕著に認められた。

(4) リレー制御の安定性を保証するためには、リレーに最小限の不動作域を持たせるなどの対策が必要である。しかし、制振により不動作域に入ると自然減衰しか作用しなくなり微小な振動が持続する。簡単だが、不動作域の代わりに適当なゲインの線形速度フィードバックにより減衰を強化するという方法が有効である。

文 献

- (1) 内野, 圧電/電歪アクチュエータ, (1986), 135, 森北出版.
- (2) Baz, A. and Poe, S., *J. Sound and Vibration* **126**(2),

- (1988), 327.
- (3) 谷・ほか2名, 機論, **56**-525, C(1990), 69.
- (4) 江・ほか2名, 機論, **56**-522, C(1990), 160.
- (5) 土屋・ほか2名, 計測と制御, **24**-5(1985), 410.
- (6) 太田・ほか2名, 計測と制御, **25**-11(1986), 1015.
- (7) Meirovitch, L. and Öz, H., *J. Guidance and Control*, **3**(1980), 218.
- (8) 文献(7)の569ページ.
- (9) Meirovitch, L. and Baruh, H., *J. Guidance and Control*, **4**(1981), 157.
- (10) Meirovitch, L. and Baruh, H., *J. Guidance and Control*, **5**(1982), 60.
- (11) Meirovitch, L. and Baruh, H., *J. Guidance and Control*, **6**(1983), 20.
- (12) Meirovitch, L. and Baruh, H., 文献(11)の302ページ.
- (13) Meirovitch, L. and Baruh, H., *J. Guidance and Control*, **7**(1984), 437.
- (14) Plump, J. M., Hubbard Jr., J. E. and Bailey, T., *ASME J., Dynamic System, Measurement and Control*, **109**(1987), 133.
- (15) 背戸, 振動制御の現状, 計測と制御, **28**-8(1989), 67.