空気圧サーボ系の一離散時間適応制御*

高 木 章 二^{*1}, 武 偉^{*2}

Discrete-Time Adaptive Control of Pneumatic Servo Systems

Shoji TAKAGI and Wei WU

This paper is concerned with a new discrete-time adaptive control scheme for pneumatic servo systems. In order to reduce the number of unknown parameters, a nonminimum phase discrete-time model of the control object is used to construct the proposed adaptive control system. Since the usual model reference adaptive control scheme cannot be applied to nonminimum phase plants, we propose a quasi-model-reference adaptive control system which includes an adaptive precompensator. The asymptotical stability of the control system is proven under a certain condition. The validity of the control system is confirmed experimentally.

Key Words: Adaptive Control, Computer Control, Fluid Power Systems, Pneumatic Cylinder

1. ま え が き

従来, 空気圧アクチュエータは単純なオンオフ制御によって駆動されてきたが, マイクロエレクトロニクスの急速な発展と普及に伴ってその制御に高度な方式が適用できるようになってきた^{(1)~(7)}. しかしながら周知のように空気圧駆動系に用いられる制御弁は顕著な非線形性をもち, かつその構造によっては履歴をもつ. また摺動部においては非線形摩擦は大きくかつ不確定的である. さらに長時間作動時には作動空気の状態や摺動摩擦の変化によって制御対象の動特性は変化することもある. したがって空気圧駆動系の動特性を制御系設計に要求される簡単な数学モデルで表すことは容易ではない場合が多いと言える. このような理由を背景にして, 最近になって空気圧サーボ系に動特性が未知であったり, あるいは変化する制御対象に有効な適応制御を応用した研究が報告されている^{(8)~(10)}. これらの研究において用いられている制御方式は離散時間モデル規範形適応制御⁽⁸⁾⁽⁹⁾ および離散時間適応極配置制御⁽¹⁰⁾ である.

しかしながら適応制御をサーボ系に応用する場合にはいくつかの問題がある. まず適応制御は非線形演算を多く含んでいるので離散時間形式が望ましいことは論をまたない. しかし一般に位置を出力とする運動系の伝達関数は分母と分子の次数差が2以上であり, その離散時間モデルはサンプリング周期が短い場合には非最小位相系になる⁽¹¹⁾. したがってこの場合には, 制御量を目標値に漸近的に一致させる形の代表的な適応制御であるモデル規範形適応制御⁽¹²⁾⁽¹³⁾ は制御対象の零点と制御系の極とが相殺するので応用することはできない. また適応極配置制御は非最小位相系に対する一つの制御法であるが, 制御対象の零点がそのまま閉ループ系に残留するから, 一般には目標値への追従性に問題がある.

さらに, 比較的複雑なアルゴリズムをもつ適応制御ではその計算量が問題となる. 適応制御の全計算量の大部分を占めるオンライン同定における計算量は制御系の未知パラメータ数の二乗に比例する. したがって速い応答が要求されるサーボ系ではその未知パラメータ数を可能な限り少なくすることが重要である. 連続時間線形系に零次ホールドを前置して離散化したモデルでは, サンプリング周期を零に漸近させたとき, 連続時間系のすべての極および零点は1に漸近し, かつ

* 原稿受付 平成2年7月25日.

^{*1} 正員, 豊橋技術科学大学 (〒440 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1).^{*2} 豊橋技術科学大学大学院.

連続時間系の伝達関数の次数差に応じて確定する極限零点⁽¹¹⁾が生ずる。すなわちこのような極限モデルが最も未知パラメータ数が少ない離散化モデルである⁽¹⁴⁾。しかしながらこのモデルの未知パラメータの同定において、制御対象の次数が高くなるほど、またはサンプリング周期が短くなるほど、複数の極限極1に起因して制御対象の出力の量子化誤差の影響が増加してくる。この問題に対処する方法として、極限極の数を減少させてそれを未知パラメータ項で置き換える形の準極限モデルを用いることが考えられる。

著者らは、上記の観点から、ロボットマニピュレータの非最小位相極限モデルを用いてある特別な一般化出力を規範モデルに漸近させる形の離散時間モデル規範形適応制御系の構成法を提案した⁽¹⁵⁾。本報では、その適応制御法を空気圧駆動系の準極限モデルに前置補償器を付加して適用する手法を提案する。また制御系の漸近安定性についての検討および制御系の妥当性を検証するために行った実験結果について述べる。

2. 空気圧サーボ系

図1に対象とする空気圧サーボ系を示す。レギュレータにより一定圧力に調圧された空気の供給を受ける電気・空気圧サーボ弁（以下EPCと略記する）はマイクロコンピュータからの電流信号に応じた空気圧を発生してピストンを駆動する。ピストンには慣性負荷が連結されており、また慣性負荷に外力 F_d が加えられる場合も考察の対象とする。ピストンの変位はポテンシオメータにより検出され、その信号はAD変換器を介してコンピュータに入力される（変位分解能0.0607 mm）。本章では図1に示すシステムの基礎方程式とその離散時間モデルが導出される。

2.1 基礎方程式 ピストンの運動方程式は次式である。

$$m\ddot{y} + F_o(\dot{y}) = A_p(p_1 - p_2) + F_d \quad (1)$$

ただし、 m ：ピストンと負荷の質量、 $F_o(\dot{y})$ ：動摩擦力、 A_p ：ピストン受圧面積、 p_1, p_2 ：シリンダ室内絶対

対圧力、 F_d ：外力、ドットは時間 t に関する微分を表す。ピストンが静止の状態では次式が成り立つ。

$$F_s = A_p |p_1 - p_2| \quad (2)$$

ただし、 $F_s (\leq F_{sm})$ はピストンに作用する静摩擦力であり、 F_{sm} は最大静摩擦力である。

空気は理想気体であり、シリンダ室内の状態変化は断熱的であるとすればシリンダ部における連続式は次式となる。

$$\dot{p}_1 = \frac{\kappa R_o T_o}{V_1} M_1 - \frac{\kappa p_1 A_p}{V_1} \dot{y} \quad (3)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{\kappa R_o T_o}{V_2} M_2 + \frac{\kappa p_2 A_p}{V_2} \dot{y} \quad (4)$$

ただし、 M_1, M_2 ：質量流量、 κ ：空気の比熱比、 T_o ：大気絶対温度、 V_1, V_2 ：シリンダ室容積、 R_o ：空気のガス定数、である。

シリンダとEPCを結ぶ管内流動抵抗を無視すればEPCの出力端圧力はシリンダ室内圧力に等しい。EPCの特性は以下のように表される⁽⁷⁾。まず二つのEPCへの入力電流 $I_j (j=1, 2)$ を次のように置く。

$$I_j(t) = I_o + i_j(t) \quad (5)$$

ただし、 I_o は一定値であり、 i_j は偏差量である。入力電流 I_j によってEPCの流量が零の場合の出力端絶対圧力 P_{cj} が決定する。

$$P_{cj}(t) = P_o + p_{cj}(t) \quad (6)$$

ただし、 P_o は I_o に対応する圧力であり、これを設定圧力と呼ぶことにする。流量 M_j に対するEPCの出力端圧力 p_j は次式で表される。

$$p_j(t) = P_{cj}(t) - w M_j(t) \quad (7)$$

ここに、 w は圧力損失係数である。偏差電流 i_j に対する偏差圧力 p_{cj} の動特性は一次遅れで表されるとする。

$$\frac{p_{cj}(s)}{i_j(s)} = \frac{k_e}{1 + T_1 s} \quad (8)$$

ただし、 s はラプラス変換の変数である。

以上、諸式(1)～(8)が対象とする空気圧サーボ系の基礎方程式である。離散時間適応制御系を構成するために必要なこれらの方程式の離散化モデルについて次に述べる。

2.2 離散時間モデル

ピストンはシリンダ中央近傍で微小変動すると前提して基礎方程式群(1)～(8)を線形化し、かつ外力を無視すれば空気圧サーボ系の伝達関数は次のように得られる。

$$\frac{y(s)}{i(s)} = \frac{k_o}{s(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s) + G_o} \quad (9)$$

ただし、 $i(s)$ は二つのEPCへの入力電流の差 $i (= i_1 - i_2)$ のラプラス変換、 $k_o = k_e A_p / c$ 、 c ：ピストンの粘

図1 対象とする空気圧サーボ系

性摩擦係数, T_1 : EPC の時定数, $T_2 = wV_0/xR_0T_0$, V_0 : ピストンが中央に位置するときの一方のシリンダ容積, $T_3 = m/c$, $G = 2A_p^2 P_0 w/cR_0 T_0$, である。適応制御系の設計に用いる離散時間モデルの低次元化を図る目的で, 式(9)の一つの極に対応する動的な遅れをむだ時間 $(d-2)T$ によって近似することにする。ここに d は 2 以上の整数であり, T はサンプリング周期である。さらにこれに零次ホールドを前置して離散化を行い, 分子は極限零点を与える多項式⁽¹¹⁾ で近似することにより次式を得る。

$$\frac{y(k)}{i(k)} = \frac{bq^{-(d-1)}B(q^{-1})}{(1-q^{-1})(1+a_1q^{-1}+a_2q^{-2})} \quad (10)$$

ただし, q^{-1} は遅延演算素子である。また $B(q^{-1})$ は

$$B(q^{-1}) = 1 + 4q^{-1} + q^{-2} \quad (11)$$

である。式(10)は不安定零点 -3.732 をもつから非最小位相系である。さて, EPC への差電流 $i(k)$ を計算する時間を最大 1 サンプリング周期であるとして制御入力 $u(k)$ を次式で定義する。

$$u(k) = i(k+1) \quad (12)$$

式(10)に式(12)に用い, かつサーボ系の非線形項や外力項を一括して v と置いてこれを考慮にいたした次式をサーボ系の離散時間モデルとして用いる。

$$A(q^{-1})C(q^{-1})y(k) = bB(q^{-1})u(k-d) + v \quad (13)$$

ただし,

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} \quad (14)$$

$$C(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \quad (15)$$

であり, b, a_1, a_2 および v は未知定数とする。また $A(q^{-1})$ は元のサーボ系の二つの漸近安定な極に対応するものであるから漸近安定な多項式である。

3. 適応制御系の構成

3.1 制御入力 前述のように $B(q^{-1})$ は不安定多項式であるから式(13)は非最小位相系である。したがって制御量を漸近的に目標値に一致させるモデル規範などの適応制御は式(13)のシステムには応用することはできない。本節でははじめに制御対象のパラメータが既知として提案する制御系の構造を明らかにする。つづいて適応制御系の構成と制御入力について述べる。

サーボ系の離散時間モデルである式(13)に前置補償器 $A(q^{-1})$ を設けた次式で表されるシステムを考える。

$$C(q^{-1})y(k) = bB(q^{-1})u_e(k-d) + v_e \quad (16)$$

ただし,

$$A(q^{-1})u_e(k) = u(k) \quad (17)$$

$$A(q^{-1})v_e = v \quad (18)$$

本報では, パラメータが既知の場合に次の関係を満足する制御系を提案する。

$$D(q^{-1})\{y(k+d) - y_m(k+d)\} = -\mu bH(q^{-1})u_e(k) \quad (19)$$

ただし, $y_m(k)$ は規範モデルの有界なる出力,

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + d_3q^{-3} \quad (20)$$

は漸近安定多項式, $H(q^{-1})$ は $H(1)=0$ を満たす多項式

$$H(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \quad (21)$$

であり, また μ は定数である。このように $H(q^{-1})$ を選んだ理由は, 操作量の時間変化が小さいときに制御対象と規範モデルとの出力誤差を小さくするためである。これら $D(q^{-1}), H(q^{-1})$ および μ は閉ループ系の大域安定性が保証されるように選ぶ必要があるが, その詳細は後に述べる。式(19)は, 近似的なモデル規範形適応制御の達成を意味するものである。

制御入力を求めるためにベズー式

$$D(q^{-1}) = C(q^{-1})R(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1}) \quad (22)$$

を導入する。ただし,

$$R(q^{-1}) = 1 + r_1q^{-1} + \dots + r_{d-1}q^{-d+1} \quad (23)$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + \dots + s_Nq^{-N} \quad (24)$$

ここに, r_i, s_i は d_i の関数, $N=3-d$ である⁽¹³⁾。式(22)の両辺に $y(k+d)$ を乗じたのちに式(16)を用いると次式を得る。

$$D(q^{-1})y(k+d) = R(q^{-1})bB(q^{-1})u_e(k) + R(q^{-1})v_e + S(q^{-1})y(k) \quad (25)$$

式(19), (25)より $D(q^{-1})y(k+d)$ を消去して次式を得る。

$$\begin{aligned} b\{R(q^{-1})B(q^{-1}) + \mu H(q^{-1})\}u_e(k) \\ = D(q^{-1})y_m(k+d) \\ - S(q^{-1})y(k) - R(q^{-1})v_e \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)よりパラメータが既知である場合の制御入力が求められる。

適応制御入力は式(26)において未知パラメータ b, a_1, a_2 および v をその推定値 $\hat{b}(k), \hat{a}_1(k), \hat{a}_2(k)$ および $\hat{v}(k)$ で置き換えることによって得られる。すなわち

$$\begin{aligned} \hat{b}(k)\{R(q^{-1})B(q^{-1}) + \mu H(q^{-1})\}\hat{u}_e(k) \\ = D(q^{-1})y_m(k+d) - S(q^{-1})y(k) \\ - R(q^{-1})\hat{v}_e(k) \end{aligned} \quad (27)$$

ただし,

$$\hat{A}(q^{-1}, k)\hat{u}_e(k) = u(k) \quad (28)$$

$$\hat{A}(q^{-1}, k)\hat{v}_e(k) = \hat{v}(k) \quad (29)$$

$$\hat{A}(q^{-1}, k) = 1 + \hat{a}_1(k)q^{-1} + \hat{a}_2(k)q^{-2} \quad (30)$$

以下において $\hat{\cdot}$ は推定値の意味で用いる。図 2 に提案する適応制御系のブロック線図を示す。図中の $P(q^{-1})$

は q^{-1} の一次以上の項からなる多項式

$$P(q^{-1}) = R(q^{-1})B(q^{-1}) + \mu H(q^{-1}) - (1 + \mu)$$

である。次にパラメータの推定値を決定する適応則について述べる。

3.2 適応則 はじめに、制御対象の方程式をパラメトリック形で表す。式(13)においてパラメータベクトル f および k 時点までに利用できる信号ベクトル $x(k)$ を

$$f^T[b, a_1, a_2, v] \dots (31)$$

$$x^T(k-1) = [B(q^{-1})u(k-d), -C(q^{-1})y(k-1), -C(q^{-1})y(k-2), 1] \dots (32)$$

とすれば次式を得る。

$$C(q^{-1})y(k) = f^T x(k-1) \dots (33)$$

ただし、 T はベクトルあるいは行列の転置を意味する。また $y(k)$ の推定値は次式によって表される。

$$C(q^{-1})\hat{y}(k) = \hat{f}^T(k-d)x(k-1) \dots (34)$$

ここに、 $\hat{f}(k)$ は時点 k における f の推定値である。

パラメータ推定ベクトルは次の適応則によって更新されるとする。

$$\hat{f}(k) = \hat{f}(k-1) + J_{k-1}x(k-1)e(k) \dots (35)$$

ただし、 J_k は k 時点における 4×4 の適応ゲイン行列であり、次式を満たすとする⁽¹³⁾。

$$J_k^{-1} = c_1(k)J_{k-1}^{-1} + c_2(k)x(k-1)x^T(k-1) \dots (36)$$

ここに、

$$0 < c_1(k) \leq 1, 0 \leq c_2(k) < 2 \dots (37)$$

$$J_0 = J_0^T > 0 \dots (38)$$

係数 $c_1(k)$, $c_2(k)$ の与え方によって種々なる適応アルゴリズムが提案されている。本研究では時変未知パラメータに対しても有効である固定トレース法⁽¹⁷⁾を採用する。このアルゴリズムでは次の関係が成り立つ。

$$J_k^{-1} = (J_k^{-1})^T > 0 \dots (39)$$

$$J_k = J_k^T > 0 \dots (40)$$

また式(35)中の $e(k)$ は次式とする。

$$e(k) = l^T(k)x(k-1) \dots (41)$$

$$l(k) = f - \hat{f}(k) \dots (42)$$

式(35)を計算する際、式(41)を直接用いることはでき

ない。そこで式(41)に式(33), (35)を代入して得られる次式を用いる。

$$e(k) = \frac{C(q^{-1})y(k) - \hat{f}^T(k-1)x(k-1)}{1 + x^T(k-1)J_{k-1}x(k-1)} \dots (43)$$

また式(36)は逆行列補助定理⁽¹⁶⁾によって次式のように逆行列計算を含まない形に変形できる。

$$J_k = \frac{1}{c_1(k)} \left[J_{k-1} - \frac{c_2(k)J_{k-1}x(k-1)x^T(k-1)J_{k-1}}{c_1(k) + c_2(k)x^T(k-1)J_{k-1}x(k-1)} \right] \dots (44)$$

式(35)~(38), (41)からなる適応則は、有界な $\hat{f}(0)$ に対して $x(k)$ の有界性に関係なく以下の関係をもつことをリアプノフ関数の候補として $V(k) = l^T(k)J_k^{-1}l(k)$ を選び、例えば文献(17)と同様にして証明することができる。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0 \dots (45)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} l^T(k)J_k^{-1}l(k) < \infty \dots (46)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{l(k) - l(k-1)\} = 0 \dots (47)$$

次にこれらの諸関係を用いてパラメータ推定値の収束性について考える。式(42)を式(47)に用いれば次の関係が得られる。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{f}(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{f}(k+n) \dots (48)$$

ただし、 n は有界なる整数である。

また、 J_k^{-1} が正定であることおよび式(46)より、 $k \rightarrow \infty$ のとき $J_k^{-1/2}l(k)$ は有界、したがってパラメータ推定値 $\hat{f}(k)$ は有界であることが知られる。このことと式(48)よりパラメータ推定値が定値に収束することを容易に示すことができる。さらに $x(k)$ が *P. E.* (*persistently exciting*)⁽¹⁸⁾ であることを仮定すれば式(41), (45)より $l(k)$ は零に、すなわちパラメータ推定値は真値に収束することが言える。

3.3 制御目的の達成と系内信号の有界性 本適応制御の制御目的は次の式が満足されることである。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(k+d) = 0 \dots (49)$$

ただし、

$$E(k+d) = D(q^{-1})\{y(k+d) - y_m(k+d)\} + \mu \hat{b}(k)H(q^{-1})\hat{u}_e(k) \dots (50)$$

本節では以下の仮定のもとに制御目的(49)が達成されることを示し、また制御系の安定性を考察する。すなわち、未知パラメータは真値に収束し、かつその収束速度は速く、 $k \rightarrow \infty$ のとき

$$\{b - \hat{b}(k)\}\hat{u}_e(k) \rightarrow 0 \dots (51)$$

$$\{A(q^{-1}) - \hat{A}(q^{-1}, k)\}y(k) \rightarrow 0 \dots (52)$$

が成立することを仮定する。

図 2 提案する適応制御系のブロック線図

式(49)の両辺に左から $\hat{A}(q^{-1}, k)$ を乗じ、式(48)を考慮すれば

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{A}(q^{-1}, k) E(k+d) \\ = \lim_{k \rightarrow \infty} [\hat{A}(q^{-1}, k) D(q^{-1}) \{y(k+d) \\ - y_m(k+d)\} + \mu b H(q^{-1}) u(k)] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (53)$$

が得られる。ここでは、 $A(q^{-1})$ は漸近安定であるので $k \rightarrow \infty$ において $\hat{A}(q^{-1}, k)$ は漸近安定である。このとき、式(53)の右边が零であれば式(49)は満たされるので、以下式(53)の右边が零になることを示す。

式(22)の両辺に $A(q^{-1})$ を左から、また $y(k+d)$ を右から乗じた式に式(13)を考慮して次式を得る。

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) D(q^{-1}) y(k+d) \\ = R(q^{-1}) \{b B(q^{-1}) u(k) + v\} \\ + A(q^{-1}) S(q^{-1}) y(k) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (54)$$

また式(27)に左から $\hat{A}(q^{-1}, k)$ を乗じた式に式(29)、(48)、(51)、(28)を考慮して次式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{A}(q^{-1}, k) D(q^{-1}) y_m(k+d) \\ = \hat{A}(q^{-1}, k) S(q^{-1}) y(k) + R(q^{-1}) \hat{v}(k) \\ + b \{R(q^{-1}) B(q^{-1}) + \mu H(q^{-1})\} u(k) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (55)$$

式(54)と式(55)の辺々引算を行い、かつ式(22)および式(52)を考慮することにより、式(53)の右边が零になることを示すことができる。すなわち制御目的が達成されることが証明された。

次に $k \rightarrow \infty$ における $x(k)$ の有界性を調べる。式(53)の右边に式(52)を用いて次式を得る。

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} [A(q^{-1}) D(q^{-1}) \{y(k+d) - y_m(k+d)\} \\ + \mu b H(q^{-1}) u(k)] = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (56)$$

式(56)、(13)より $y(k+d)$ を消去して

$$\begin{aligned} b \{D(q^{-1}) B(q^{-1}) + \mu C(q^{-1}) H(q^{-1})\} u(k) \\ = C(q^{-1}) A(q^{-1}) D(q^{-1}) y_m(k+d) - D(q^{-1}) v \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (57)$$

を得る。式(57)の右边は有界であるから多項式

$$Q(q^{-1}) = D(q^{-1}) B(q^{-1}) + \mu C(q^{-1}) H(q^{-1}) \quad (58)$$

が漸近安定であれば制御入力 $u(k)$ は有界であることが知れる。また制御対象は不安定ではないから有界な制御入力に対してその出力 $y(k)$ は有界である。したがって式(58)の $Q(q^{-1})$ が漸近安定であれば信号 $x(k)$ は有界であることが証明された。

なお、図2から知れるように有限時点 k において $\hat{b}(k)$ が零になる場合に限り $u(k)$ が有界値をもたない。この場合には、例えば $\hat{b}(k)$ として零ではない $k-1$ 時点の $\hat{b}(k-1)$ を用いれば $u(k)$ を有界値に保つことができる。

3.4 安定判別 前節において提案する適応制御系が漸近安定であるためには多項式 $Q(q^{-1})$ が漸近安定であることが必要十分条件であることを述べた。本節では、この条件を満足するようなパラメータ μ 、多項式 $D(q^{-1})$ および $H(q^{-1})$ が存在することを示す。

まず漸近安定多項式 $D(q^{-1})$ を次のように置く。

$$D(q^{-1}) = (1 - z_0 q^{-1})^3, (|z_0| < 1) \quad \dots\dots\dots (59)$$

この場合、式(58)を整理して制御系の特性方程式を次のように得ることができる。

$$1 + G'(q) = 0 \quad \dots\dots\dots (60)$$

$$G'(q) = \frac{\mu q^3 (q-1)^2}{(q-z_0)^3 (q^2+4q+1)} \quad \dots\dots\dots (61)$$

さらに双線形変換

$$q = \frac{\lambda+1}{\lambda-1} \quad \dots\dots\dots (62)$$

により式(60)、(61)は次のように変換される。

$$1 + G(\lambda) = 0 \quad \dots\dots\dots (63)$$

$$G(\lambda) = \frac{2\mu(\lambda+1)^3}{(3\lambda^2-1)\{(1-z_0)\lambda+1+z_0\}^3} \quad \dots\dots\dots (64)$$

制御系が安定であるための必要十分条件は式(63)の根がすべて左半 λ 平面に存在することである。以下にナイキストの方法による安定判別の概略を述べる。

まず、 $G(\lambda)$ は右半 λ 平面に一つの極 $1/\sqrt{3}$ をもつから、安定条件はベクトル軌跡 $G(j\omega)$ ($\omega = -\infty \sim \infty$) が -1 点を反時計方向に1回まわることである。ここに j は虚数単位である。判別に必要なベクトル軌跡 $G(j\omega)$ ($\omega = 0 \sim \infty$) の諸性質を調べた結果は以下のようである。

ベクトル軌跡の始点は $G(j0) = -2\mu/(1+z_0)^3$ であり、終点は $G(j\infty) = 0$ である。次に $G(j\omega)$ の実軸との交点および実部、虚部の符号は次のように z_0 および ω によって場合分けされる。

[1] $|z_0| < \sqrt{3}/4$ のとき、

- (i) 実軸との交点: $G(j0), G(j\infty)$
- (ii) $G(j\omega)$ の虚部は μz_0 と異符号をもつ。

[2] $|z_0| > \sqrt{3}/4$ のとき、

- (i) 実軸との交点: $G(j0), G(j\infty), G(j\sqrt{K}), G(j\sqrt{L})$

ただし、

$$K = (5z_0^2 - 3 - 2|z_0|\sqrt{4z_0^2 - 3})/3(1 - z_0)^2$$

$$L = (5z_0^2 - 3 + 2|z_0|\sqrt{4z_0^2 - 3})/3(1 - z_0)^2$$

- (ii) $G(j\sqrt{K})$ と $G(j\sqrt{L})$ の実部はともに μ と同符号をもつ。

- (iii) $0 < \omega < \sqrt{K}$ あるいは $\omega < \sqrt{L}$ のとき、 $G(j\omega)$ の虚部は μz_0 と異符号をもつ。

- (iv) $\sqrt{K} < \omega < \sqrt{L}$ のとき、 $G(j\omega)$ の虚部は μz_0 と

同符号をもつ。

上記[1]の場合には、系が安定であるためには $G(j\omega)$ は -1 点の左側に存在しなければならない。また $G(j\omega)(\omega=0\sim\infty)$ の虚部は負でなければならない。これらの条件と [1] の (ii) を勘案すると安定条件は次のように与えられることが知れる。

$$\mu > \frac{1}{2}(1+z_0)^3 \quad (65)$$

$$0 < z_0 < \sqrt{\frac{3}{4}} \quad (66)$$

次に [2] の場合には、安定性に関連する可能な $G(j\omega)$ の軌跡のすべてについて検討した結果、安定条件は $\sqrt{3/4} < z_0 < 1$ かつ式 (65) であることが知れた。

以上をまとめると制御系が漸近安定であるための必要十分条件は

$$\mu > \frac{1}{2}(1+z_0)^3 \quad (67)$$

$$0 < z_0 < 1 \quad (68)$$

である。

4. 実験結果と考察

実験に用いた空気圧サーボ系の諸定数を表 1 に示す。このシステムに対して式 (9) の原点以外の極は

-40 s^{-1} , -43 s^{-1} , -122 s^{-1} である。 s 平面の最も左側に存在する極 -122 s^{-1} に対応する一次系の立上り時間は約 18 ms であるので、サンプリング周波数を 20 ms に選ぶとこの極に対応する動的な遅れは 1 刻み遅れによって近似できる⁽¹⁰⁾。したがってこの場合には離散時間モデルのむだ時間は $d=3$ となる。ここでは制御対象に関する先験的な知識によってサンプリング周期およびむだ時間を決定したが、はじめにサンプリング周期を決定し、次にむだ時間を試行錯誤的に決定することも可能である。実験は規範出力として正弦波を与えた場合の追値制御および位置決め制御を行った。後者については外乱が存在する場合の制御系のロバスト性の観点から PID 制御との比較も行った。なお、適応制御の実験およびシミュレーションにおいて外乱項 v の推定はピストンの動く方向により別々に行った⁽¹⁰⁾。これは摩擦力がピストンの動く方向によって異なるからである。また適応ゲイン行列の初期値は次のように推定した。

$$J_0 = 10^6 I \quad (69)$$

ただし、 I は 4×4 の単位行列である。さらに制御性能を考察する際に必要となる制御対象と規範モデルの出力誤差を次のように定義する。

$$e_o(k) = y(k) - y_m(k) \quad (70)$$

表 1 実験に用いた空気圧サーボ系の諸定数

Cylinder	Cross sectional area	$A_p = 6.91 \text{ cm}^2$
	Volume of chamber	$V_o = 69.1 \text{ cm}^3$
	Air temperature	$T_o = 300 \text{ K}$
	Setting pressure	$P_o = 0.3 \text{ MPa}$
	Mass	$m = 3.83 \text{ kg}$
	Friction coefficient	$c = 103 \text{ kg/s}$
	Coulomb friction	$F_c = 10 \text{ N}$
	Maximum static friction	$F_{sm} = 15 \text{ N}$
	Gas constant	$R_o = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$
EPC	$w = 12.6 \text{ MPa} \cdot \text{s/kg}$	
	$k_e = 24.5 \text{ MPa/A}$	
	$T_s = 0.025 \text{ s}$

図 3 制御系の安定領域 ($\omega = 0.2\pi \text{ [rad/s]}$)

図 4 測定波形の一例 ($\omega = 0.5\pi \text{ [rad/s]}$)

以下これを単に出力誤差と呼ぶことにする。

4・1 規範出力を正弦波とした場合 本節では規範出力として振幅5 cm, 周波数 ω [rad/s]の正弦波を与えた場合の結果について述べる。3.4節で論じたように制御系の漸近安定領域は式(67), (68)で与えられる。図3にそれを示す。実線の上側が安定領域である。図中には制御対象として式(1)~(8)を用いたシミュレーションおよび実験から得た安定限界がそれぞれ破線および鎖線で示されている。シミュレーションおよび実験の安定限界線は、 z_0 が0.5以上のときは理論線とよく一致しているが z_0 がそれよりも小さくなるほど理論線よりも安定領域側にずれている。これは以下のように推察される。 z_0 を与える多項式 $D(q^{-1})$ は制御対象の出力の急激な変化を抑制する働きをもっている⁽¹³⁾, z_0 が小さくなるほどその働きが小さくなるため出力に急激な変化が生ずる。この急激な変化すなわち制御入力の変化は制御系を設計する際に用いた離散時間モデルのモデル誤差項を増大させることになり、その結果、制御系が不安定になりやすくなると考えられる。なお、制御対象として式(13)を用いた

シミュレーション結果と理論線はよく一致したことを付記する。

図4は測定波形の一例である。規範出力の半周期ほどでパラメータ推定値はほぼ収束し、その後は出力誤差が小さくなっており、制御目的が達成されていることが知れる。次に図5は三つの z_0 に対して μ を変化させた場合の適応動作収束後の出力誤差の絶対値と制御入力の変化量 $\Delta u(k)=[u(k)-u(k-1)]$ の絶対値の時間平均値の実験値を図示したものである。 z_0 の定値に対して μ を安定限界値から増加させるとき出力誤差は安定限界値近傍で一度減少しその後徐々に増加する傾向がある。一方、制御入力変化量はほぼ指数関数的に減少している。また z_0 が小さいほど出力誤差は小さいが制御入力変化量は大きい。制御入力変化量が大きいとき、外乱によって制御系が不安定に陥る可能性が増加するし、また制御弁などの機器の保守に問題が生ずる。したがって z_0 と μ を決定するには出力誤差と制御入力変化量の大きさの妥協点を見出す必要がある。

図5 μ および z_0 の変化に対する平均誤差および平均制御入力変化量 ($\omega=0.2\pi$ [rad/s])

図6 規範出力の固有角周波数に対する平均誤差

図7 規範モデルの固有角周波数に対する位置決め誤差 ($z_0=0.5, \mu=2.7$)

図8 外乱が位置決め誤差に及ぼす影響 ($\omega=5$ rad/s, Iは無外乱, IIは3 kgの質量と29.4 Nの外力を印加した場合)

図6は四つの z_0 に対して出力誤差の絶対値の時間平均値を横軸に規範出力の角周波数 ω とサンプリング周期 T の積をとって示したものである。ただし、 T は20msである。図中、丸印は実験点であり、シミュレーションによる計算線をも示した。角周波数 ω の増加に従って出力誤差が増加すること、および実験とシミュレーションは定性的によく一致していることが知れる。

4.2 位置決め制御 ピストンの移動距離はすべて5cmとし、規範出力は次式で表される減衰係数を1とする二次系の出力のサンプリング値とした。

$$G_m(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2} \dots\dots\dots (71)$$

規範モデルの角周波数 ω_n を変化することによって位置決め制御の立上り速度を変えることができる。

図7に本適応制御およびPID制御の ω_n に対する位置決め誤差 e_s の測定結果を示す。PID制御の制御パラメータは $\omega_n=5$ rad/sに対して試行錯誤的に決定した。PID制御のパラメータ調整を行った $\omega_n=5$ rad/sにおいては両者の位置決め誤差はほぼ同じであるが、他の ω_n においては本適応制御の誤差は変化なく約0.2mmであるのに対してPID制御では誤差が増加している。この増加は系に存在している摩擦などの非線形性によると考えられる。したがってPID制御を用いる場合には立上り時間のみを変更するときにもパラメータの調整を行い直す必要があると言える。

次に外乱が両制御系に及ぼす影響を調べた実験結果を図8に示す。PID制御の制御パラメータは図7の場合と同じである。図は40回の実験に対する位置決め誤差に関するヒストグラムである。外乱がないIの場合には両者の誤差に差は見られない。しかし3kgの質量を付加し、かつ29.4Nの外力を印加したIIの場合には適応制御の誤差がIと比較して若干大きくなる程度であるのに対してPID制御では約2倍になっている。

以上より、空気圧サーボ系の位置決め制御においてPID制御は動作条件の変化や外乱の存在によって制御性能が劣化するが、本適応制御では実験を行った範

囲では良好な制御性能が得られることが知れた。

5. む す び

本研究では空気圧サーボ系を対象として、未知パラメータ数を可能な限り少なくする立場から一つの離散時間適応制御系を構成する方法を提案し、その漸近安定条件を明らかにした。また実験による考察により、提案する制御系の有効性を確認することができた。とくに、本適応制御法は動作条件が変化したり外力が存在してもPID制御と比較して高い制御性能を維持することが知れた。一般に、位置を出力とするサーボ系の線形部分の連続時間伝達関数は本報の制御対象と同じように原点に一つの極をもち、また多くの場合零点をもたない。このような制御対象に本制御手法を拡張することは容易である。

文 献

- (1) 花房・高木, 油圧と空気圧, 7-3(1976), 148.
- (2) 山藤, 油圧と空気圧, 10-2(1979), 7.
- (3) 田中, 油圧と空気圧, 12-4(1981), 57.
- (4) 則次, 油圧と空気圧, 16-4(1985), 7.
- (5) 山藤・ほか2名, 機論, 53-487, C(1987), 757.
- (6) 則次・ほか2名, 計測自動制御学会論文集, 24-5(1988), 490.
- (7) 高木・江崎, 機論, 50-459, B(1984), 2823.
- (8) 原田・ほか2名, 昭和62年秋季油圧講演会講演論文集, (1987-11), 121.
- (9) 山本・ほか2名, 文献(8)の125ページ.
- (10) 則次・ほか2名, 計測自動制御学会論文集, 24-11(1988), 1187.
- (11) Astrom, K. J., ほか2名, *Automatica*, 20-1(1984), 31.
- (12) Goodwin, G. C., ほか2名, *IEEE Trans. Auto. Cont.*, AC-25-3(1980), 449.
- (13) Landau, I. D. and Lozano, R., *Automatica*, 17-4(1981), 593.
- (14) 水野・藤井, 第9回適応シンポジウム資料, (1989), 83.
- (15) 高木・ほか3名, 計測自動制御学会論文集, 26-9(1990), 1043.
- (16) ランダウ・富塚, 適応制御システムの理論と実際, (1981), 58, オーム社.
- (17) 鈴木・新中・田中, 計測自動制御学会論文集, 18-11(1982), 1074.
- (18) 鈴木・新中・田中, 計測自動制御学会論文集, 19-1(1983), 28.