フレキシブルロボットアームの制御*
(第4報, 3自由度系に関する制御実験)荒川 淳*¹, 福田 敏男*²Control of Flexible Robotic Arm
(4th Report, Control Experiments on a Flexible Robotic Arm with
Three Degrees of Freedom)

Toshio FUKUDA and Atsushi ARAKAWA

The objective of this paper is to verify the effectiveness of the control method and sensitivity analysis by experiments which were described in the previous paper. Here, a two-link flexible robotic arm with three degrees of freedom is employed in experimental equipment, and force sensors and encoders are employed as sensors. In particular the force sensor is used to suppress the vibrations of the flexible arm. First, it is shown that the residual vibrations in positioning control can be suppressed by the state feedback control method with optimal gains. Second, it is shown that the closed-loop system by using the optimal control theory becomes unstable when parameter's uncertainties such as the second arm's length or payload weight are included. Thus the allowance of parameter variations given by this paper is verified by both simulated and experimental studies.

Key Words: Flexible Robotic Arm, Optimal Control, Sensitivity Analysis, Parameter Uncertainty, Force Sensor

1. 緒 言

これまで使用されている産業用ロボットアームはその本体の質量に比べて搬送できるペイロードの質量があまりにも小さく、エネルギー・コストの面から大きな問題となっている。しかし、アームの軽量化はアームの剛性の低下を招き、制御時にたわみや振動が発生するというジレンマに陥ってしまう。これに対する一つの解決方法として、ハード的にではなくソフト的に、つまりこれまでの制御方法とは異なる、アームに振動が発生してもこれをすぐに抑えることができるような制御方法を用いることによってアームの軽量化を行うという方向で、これまで多くの研究が行われてきている^{(1)~(9)}。著者らもこれまで1自由度から3自由度までのフレキシブルロボットアームについてのモデル化、および振動抑制制御方法を示してきた^{(5)~(9)}。また第3報では、誤差を含まずに正確にフレキシブルアームをモデル化することは困難であるということから、モデル化誤差としてのアームの長さ、およびペイロードにパラメータ誤差が含まれているときに、制御則として

最適ゲインを用いた状態フィードバックを行う場合について感度解析を行った⁽⁸⁾。

そこで本論文では、第3報の結果をもとにして、実際にアームを試作し、制御実験を行ったので、その結果について報告する。また、従来の研究では振動計測センサとして主に、ひずみゲージ、加速度計、およびCCDカメラ、LEDなどの光学式センサが用いられてきたが^{(1)(5)~(7)(11)~(13)}、ひずみゲージは実用上直接アームに貼り付けて使用するのは困難であり、加速度計は三次元的な振動の場合には装置をコンパクトにするのは難しく、またねじり振動が加わった場合計測が困難であるため、実用上フレキシブルアームの振動計測には向かない。光学式センサでは分解能などに問題がある。これらのことから、今回の実験において振動計測用センサとして、6分力測定可能な力センサを試作した。これまで振動計測用センサとして力センサを用いて実験を行ったものはほとんど報告されていない。よって本報で、感度解析に関する実験例とともに、この力センサを用いた振動抑制制御の有効性を実験により示す。

* 原稿受付 平成2年1月9日。

*² 正員、東京理科大学大学院(〒162 東京都新宿区神楽坂1-3)。*³ 正員、名古屋大学工学部(〒464-01 名古屋千種区不老町1)。

2. ロボットアームの 制御方法および感度解析

2.1 制御方法 2リンクを有する3自由度フレキシブルロボットアームを図1のようにモデル化する。第1アーム、第2アームともフレキシブルなリンクとし、関節1、関節2により各アームを垂直面内に動かし、根元の関節0によりアーム全体を水平面内に動かすとする。

このアームの動特性方程式を次のように表す^{(8)~(10)}。

$$M\ddot{q}(t) + K\dot{q}(t) = Fu(t) \quad \cdots (1)$$

ここで、 M, K, F はそれぞれ、質量マトリックス、剛性マトリックス、および入力成分に関するマトリックスである。また q はモード仮定法により展開したときの時間関数を成分とするベクトルであり、 u は入力ベクトルである。これより、この系の状態方程式は次のように書くことができる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{bmatrix} \quad \cdots (2)$$

また、センサ出力として、各関節に取付けられたエンコーダ出力、および各アームの根元に取付けられた力センサによる各方向の力とトルクを測定するものとし、この系の観測方程式を次のように表す。

$$y(t) = Cx(t) \quad \cdots (3)$$

しかし、この観測方程式からすべての状態を推定することはできないため、次のようなオブザーバを構成する。

$$\dot{z}(t) = Dz(t) + Gu(t) + Ey(t)$$

$$z(t) = M_1 x(t)$$

$$\hat{x}(t) = L_1 z(t) + L_2 y(t) \quad \cdots (4)$$

このフレキシブルアームを制御する制御方法として最適ゲインを用いた状態フィードバックを行うものとする、制御入力は次のように書くことができる。

図1 3自由度フレキシブルアームのモデル

$$u(t) = -K\hat{x} + u_0 \quad \cdots (5)$$

ここで、右辺第2項は重力補償項であり、 K は次のような評価関数を最小にするような最適ゲインである。

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad \cdots (6)$$

この閉ループ系のブロック線図を図2に示す。

2.2 感度解析 フレキシブルアームの動特性方程式を導く際に、誤差を含まずにモデル化を行うことは困難である。しかし、モデル化の際に誤差が含まれると、モデルに対して設計された制御則が実際のフレキシブルアームに対して有効に働くとは限らない。そこで、ここでは第2アームの長さ、およびペイロードにパラメータ誤差が含まれている場合について感度解析を行う。

これらのパラメータ誤差により動特性方程式における質量マトリックス、剛性マトリックス、および入力成分に関するマトリックスに、 $\Delta M, \Delta K, \Delta F$ なる誤差が生じたとなると、状態方程式の A, B マトリックスは次のようになる⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M^{-1}\Delta K - M_1\Delta M M^{-1}K & 0 \end{bmatrix} \quad \cdots (7)$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}\Delta F + M^{-1}\Delta M M^{-1}F \end{bmatrix} \quad \cdots (8)$$

ところで、制御則として最適ゲインを用いた状態フィードバック則を用いた場合に、 A, B マトリックスに、 $\Delta A, \Delta B$ なる誤差が含まれていたとき、次の条件式を満足していれば、閉ループ系は安定であるということがわかっている⁽¹⁴⁾。

$$P\Delta A - P\Delta B R^{-1}B^T P + \frac{1}{2}(Q + PBR^{-1}B^T P) > 0 \quad \cdots (9)$$

ここで、 P はリカッチ方程式の正定対称解、 G は最適ゲイン、 Q, R は評価関数の重み行列である。

この条件式に、 $\Delta A, \Delta B$ を代入すれば、このフレキ

図2 ブロック線図

シブルアームの場合についてのパラメータ誤差の許容範囲を求めることができる。その式は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} P_{12}\Delta A_1 + P_{12}\left(\frac{1}{2}M^{-1}F - \Delta B_1\right)F^T M^{-T} P_{12}^T \\ P_{22}\Delta A_1 + P_{22}\left(\frac{1}{2}M^{-1}F - \Delta B_1\right)F^T M^{-T} P_{22}^T \\ P_{12}\left(\frac{1}{2}M^{-1}F - \Delta B_1\right)F^T M^{-T} P_{22} \\ P_{22}\left(\frac{1}{2}M^{-1}F - \Delta B_1\right)F^T M^{-T} P_{22} \end{bmatrix} > 0 \\ & P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix}, \quad \Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Delta A_1 & 0 \end{bmatrix}, \\ & \Delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta B_1 \end{bmatrix}, \quad R = 1 \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

3. 実験装置

3.1 フレキシブルアームの概要 今回使用する実験装置を図3に示す。図3(a)は3自由度フレキシブルアームの全体図であり、(b)は第1アームの関節部である。土台部分に三つのDCモータが取付けられており、これらのモータにより各アームを動かす。第1アームの場合は、モータの減速機出力軸に直接接続されており、これによりアームを垂直面内で動かすことができる。第2アームの場合は、モータの駆動軸お

よび第2アームの関節をプーリとワイヤで接続し、モータのトルクを第2アームに伝達し、第2アームを垂直面内で動かす。また土台が水平面内で回転するようにDCモータが土台に取付けられている。

各アームのパラメータを表1に示す。第1アーム、第2アームの基本固有振動数はそれぞれ3.7 Hz、3.0 Hzである。

センサとしては、各モータにエンコーダが取付けられており、各関節の角度および角速度が測定できるようになっている。また、振動モード成分を測定するセンサとして、各アームの根元に取付けられた、図4に示すような力センサを用いる。

3.2 使用した力センサ 従来の研究において振動計測用センサとして、ひずみゲージ、加速度計、CCDカメラやLEDなどの光学式センサなどが使用されてきた。我々もこれまでの研究においてひずみゲージを用いて実験を行ってきた。しかし、これらのセンサは緒言で述べたようにそれぞれ実用上問題がある。ところが、コンパクトにできて、比較の実用性の高い力センサを用いた制御実験については、これまでほとんど報告されていない。よって今回の実験において図4に示す6分力を測定することができる力センサを用いて振動モードを測定することにする。

図4の力センサはアルミニウムでできており、図4

(a) 全体図

(b) 土台関節部

図3 実験装置

表1 各アームのパラメータ

Length	1st Arm	0.52 m
	2nd Arm	0.70 m
Mass per unit length	1st Arm	$0.23 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$
	2nd Arm	$0.29 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$
Flexural rigidity	1st Arm	$3.43 \text{ kgm}^3/\text{s}^2$
	2nd Arm	$0.47 \text{ kgm}^3/\text{s}^2$
Damping coefficient	1st Arm	0.85
	2nd Arm	2.33×10^{-4}
Mass of the payload		$0.3 \times 10^{-2} \text{ kg}$

(a) 外観図

(b) センサの形状

図4 力センサ

(b)中において直径 $H=45\text{ mm}$ で、十字形をした部分の各はりの断面は正方形をしており、一辺の長さ $h=3\text{ mm}$ である。各はりにはそれぞれ一面に1枚ずつ、計4枚のひずみゲージが貼られており、全体では16枚のひずみゲージが貼り付けられていて、8組の出力が得られるようになっている。

アームの根元での各軸方向の力, F_x, F_y, F_z , およびトルク, T_x, T_y, T_z , は次のように書くことができる。

$$\begin{cases} F_x = f_\theta \\ F_y = EI \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^3} \\ F_z = EI \frac{\partial^3 z(x, t)}{\partial x^3} \end{cases} \begin{cases} T_x = G_P J_P \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \\ T_y = -EI \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial x^2} \\ T_z = EI \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで, f_θ はアームにかかる軸力, EI はアームの曲げ剛性, $G_P J_P$ はねじり剛性, $y(x, t), z(x, t), \theta(x, t)$ はアームの変位, ねじり角を表している。また, この $y(x, t), z(x, t), \theta(x, t)$ はそれぞれ次のように表される。

$$\begin{aligned} y(x, t) &= \sum_i \Phi_{yi}(x) q_{yi}(t) \\ z(x, t) &= \sum_i \Phi_{zi}(x) q_{zi}(t) \quad \dots\dots\dots (12) \\ \theta(x, t) &= \sum_i \Theta_i(x) q_{\theta i}(t) \end{aligned}$$

ここで, $\Theta_i(x), \Phi_{yi}(x), \Phi_{zi}(x)$ はそれぞれ $\theta(x, t), y(x, t), z(x, t)$ をモード仮定法によって展開したときの許容関数であり, $q_{\theta i}(t), q_{yi}(t), q_{zi}(t)$ はそれぞれに対応した時間関数である。これは, i 番めのアームの

図5 システム図

図6 モード推定

y 方向変化は

$$y_i(x_i, t) = \sum \Phi_{iyj}(x_i) q_{iyj}(t)$$

$\Phi_{iyj}(x_i)$: i 番めアームの j 次モードの許容関数

$q_{iyj}(t)$: i 番めアームの j 次モードの時間関数

と表せるが, ここでは簡単化のため, アーム番号を指定せず, その添字を省略したものである。

今回は, T_y, T_z の値のみを用いて実験を行った。これらとエンコーダの出力を用いて状態ベクトルを推定することにする。これらの出力が式(3)の y ベクトルを構成している。

この力センサは, 線形性を考慮して, 約 $2.5\text{ N}\cdot\text{m}$ のトルクまで測定可能で, 精度は約 4.0% である。

4. 実験結果

今回の実験では, 各アームとも一次モードまでを考慮し, 制御則として式(5)に示した最適ゲインを用いた状態フィードバック則を施すことにする。図5にシステム図を示す。

4.1 力センサを用いたモード推定 図4に示す力センサから各方向の力, およびモーメントを測定し, これから状態ベクトルのすべての成分を推定するためには, 式(4)によりオブザーバを構成しなければならない。

力センサのひずみゲージからの出力 e を

$$e^T = [e_1^T, e_2^T] \quad \dots\dots\dots (13)$$

とする。ここで e_i は各アームの力センサのひずみゲージ出力である。アーム根元での力, トルクを表すベクトル y' を次のように表す。

$$y' = [T_{1y}, T_{1z}, T_{2y}, T_{2z}]^T \quad \dots\dots\dots (13)$$

これらより,

図7 モード推定結果

$$\mathbf{y}' = T\mathbf{e} \dots\dots\dots(14)$$

なる関係式を満たす T マトリックスを実験により求める。 $\mathbf{e}$ ベクトルから状態推定ベクトルまでの関係を図6に示す。

図7に力センサの出力よりオブザーバを用いて状態推定を行った結果を示す。

4.2 パラメータ誤差がない場合 パラメータに誤差が含まれていない場合についての制御結果を図8, 図9, 図10に示す。今回行った制御実験では初期外乱からのレギュレータ問題として取扱っており, 定常状態として各関節の角度をそれぞれ $\theta_0=0^\circ$, $\theta_1=40^\circ$, $\theta_2=-20^\circ$ とし, 初期外乱として各関節の角度が -10° ずれているものとして, これをもとの定常状態に戻す制御実験を行った。図8は剛体モードのみを考慮し, アームのフレキシビリティを考慮しないで制御を行った場合の実験結果である。ここで図中の記号について説明すると, $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ はそれぞれ関節0, 関節1, 関節2の回転角を表し, q_{1y}, q_{2y} は第1アームの一次モードに対する時間関数を示し, q_{2y}, q_{2z} は第2アームの y 方向, z 方向の一次モードに対する時間関数を示している。図9はフィードバックゲインを実験的に求め, 状態フィードバック制御を行った実験結果である。図10は最適ゲインを用いて状態フィードバック制御を行った実験結果である。また, 表2にそれぞれの場合について, 各アームのひずみの二乗和平均を

正規化したものを示す。St 1, St 2, St 3はそれぞれ図8, 図9, 図10に対応したひずみの二乗和平均を示している。

これらの図や表を比較することにより, モデルにパラメータ誤差がなければ, 最適ゲインを用いて制御を行うことによって各アームに発生する振動を抑制できることは明らかである。

4.3 第2アームの長さに誤差がある場合 まず, 第2アームの長さにパラメータ誤差が含まれている場合に, 最適ゲインを用いて状態フィードバック制御を行ったときの実験結果を図11~図14に示す。図11, 図12はアームの長さ l_2 がノミナルな値よりも小さい場合で, 図11は $l_2=0.62\text{ m}$ の場合で, 図12は $l_2=0.6\text{ m}$ の場合である。これらよりアームの長さが約11%減少したときには, この系は安定であるが, 14%ほどの減少に対しては, もはやこの系は不安定になってしまうことがわかる。図13, 図14はアームの長さ l_2 がノミナルの値よりも大きい場合であり, 図13は $l_2=1.0\text{ m}$ の場合であり, 図14は $l_2=1.2\text{ m}$ の場合である。ア

表 2 各制御方法の比較

	St1/St1	St2/St1	St3/St1
First Arm	1.0	0.39	0.15
Second Arm	1.0	0.08	0.02

図 8 剛体モードのみを考慮した場合

図 10 最適ゲインを用いた場合

図 9 状態フィードバック制御を行った場合

図 11 $l_2=0.62\text{ m}$ の場合

ームの長さの誤差がノミナルな値よりも大きい場合には、約43%のときにはこの系はまだ安定であるが、誤差が71%を越えると不安定になってしまうことがわかる。表3に、これらのそれぞれの場合について評価関数の値を正規化したものを示す。これにより誤差が大きくなるに従って制御性能が劣化していることがわかる。

4.4 ペイロードに誤差がある場合 4.3節では、アームの長さに誤差が含まれている場合について実験を行ったが、ここではペイロードに誤差が存在する場合についての制御実験を行った結果を示す。ただし、この実験で使用したアームは4.3節の実験で使用したアームよりも剛性の高いもので、これはペイロードを重くしていく際に、アームの剛性が低く大きくなった

でしまうためである。ここで使用した第2アームの各パラメータを表4に示す。

図15～図19にペイロードに誤差が含まれている場合に最適制御を行った実験結果を示す。図15はペイロードに誤差がない場合で、このときは振動がよくおさまっていることがよくわかる。このときのペイロード

表3 第2アームの長さに誤差が存在する場合の評価関数の比較

Δl_2	Normalized Value of J
-14%	divergence
-11%	1.14
0	1.0
+43%	1.11
+71%	divergence

表4 第2アームのパラメータ

Length	0.51m
Mass per unit length	0.60×10^{-2} kg/m
Flexural rigidity	0.18 kgm ³ /s ²
Mass of payload	0.005 kg

図12 $l_2=0.60$ m の場合

図13 $l_2=1.0$ m の場合

図14 $l_2=1.2$ m の場合

図15 最適ゲインを用いた場合 ($m_p=5.0$ g)

図16 $m_p=3.0$ g の場合

図 17 $m_p=0.6$ g の場合 図 18 $m_p=13.0$ g の場合

の質量 m_p は 5.0 g である。図 16, 図 17 はペイロードの質量を軽くしていった場合で、図 16 は $m_p=3.0$ g の場合で、図 17 は $m_p=0.6$ g の場合である。これらより、 $m_p=3.0$ g のときはこの系は安定ではあるが制御性能は劣化しており、 $m_p=0.6$ g になるともはやこの系は不安定になってしまうことがわかる。図 18, 図 19 はペイロードの質量を重くしていった場合で、図 18 はペイロードの質量 $m_p=13.0$ g の時の実験結果で、この図を見るとこの閉ループ系は安定ではあるが、各アームとも振動の治まり方が悪くなっており、制御性能が劣化していることがわかる。図 19 は $m_p=33.0$ g の時の実験結果で、この場合はもはやこの閉ループ系は不安定となってしまう、振動を抑制することはできなくなってしまう。表 5 に上の各場合について、評価関数を正規化したものを示す。2・2 節における、系が安定であるための感度解析による理論的条件式は十分条件であって、必要条件ではないために、系が安定であるためのパラメータ変動の範囲は理論解析では小さく出てしまいがちである。本論文では実験により、少なくともこのパラメータ変動が条件式内であれば、安定であることを確認した。

5. 結 言

本論文では、2 リンクを有する 3 自由度フレキシブルロボットアームを用いて実験を行い、以下の点を示

表 5 ペイロードに誤差が存在する場合の評価関数の比較

m_p	Normalized Value of J
0.12 times	1.36
0.60 times	1.03
nominal	1.00
2.6 times	1.14
5.5 times	1.57

図 19 $m_p=33.0$ g の場合

した。

(1) 最適ゲインを用いた状態フィードバック制御はアームの振動抑制に有効であること。

(2) 振動計測用センサとして力センサを用いて制御実験を行い、力センサが振動モード推定に有効であること。

(3) モデルにパラメータ誤差が含まれている場合について、特に今回は第 2 アームの長さ、およびペイロードに関しての実験を行ったが、これらの誤差に対して閉ループ系の安定性が保証されないこと。

(4) しかし、これらの誤差の許容範囲は、安定性だけを問題とするならば、今回行った実験ではかなり広いこと。

ただし、(4) について、アームの動かし方、あるいは、Q, R の重み行列の選び方によって誤差の許容範囲は影響を受けると考えられるが、これらについては今後の課題と考える。

文 献

- (1) Cannon, R. H. and Schmitz, Jr, E., *Int. J. Robotics Res.*, 3-3 (1989), 62.
- (2) Book, W. J., *Recursive Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulator Arms*, 文献(1)の 87 ページ.
- (3) 嘉納, 計測と制御, 26-11 (1987), 968.
- (4) 坂和, 日本ロボット学会誌, 7-2 (1989), 1349.
- (5) 福田, 機論, 51-468, C (1985), 2140.
- (6) Fukuda, T., *Material Flow*, (1986), 17, Elsevier Science Publishers B. V.

- (7) 福田・荒川, 機論, 53-488, C (1987), 954.
 - (8) Fukuda, T. and Arakawa, A., Control of a Flexible Space Manipulator with Three Degrees of Freedom, *Proc. 16th ISTS*, (1988), 1349.
 - (9) 福田・荒川, 機論, 56-529, C(1990), 2446.
 - (10) Fukuda, T. and Arakawa, A., Optimal Control and Sensitivity Analysis of Two Links Flexible Arms with Three Degrees of Freedom, *Proc. of 28th IEEE Conference on Decision and Control*, (1989), 2101.
 - (11) 小松・植之原・ほか2名, 第4回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1986-12), 403.
 - (12) 松野・坂和・ほか1名, 第6回日本ロボット学会学術講演会予稿集, (1988-10), 243.
 - (13) 内山・近野, 文献(12)の519ページ.
 - (14) Safonov, M. G., *Stability and Robustness of Multivariable Feedback System*, (1980), 80, The MIT Press.
-