前後非対称台車の走行安定性と操舵性能*

須田 義大^{*1}, 和田 昌巳^{*2}Dynamic Stability and Steering Ability of Trucks for Rail Vehicles
with Longitudinally Unsymmetric Structure

Yoshihiro SUDA and Masami WADA

This paper presents the dynamic stability and steering ability around curves of trucks for rail vehicles with longitudinally asymmetric structure. The number of truck parameters increases by asymmetric interwheelset structure. In order to promote efficiency of examination, a method has been proposed using a chart to compare the stability under the same condition of curving performance. By the use of this method, the compatibility of these performance has been examined for the trucks with longitudinally asymmetric structure by simple linear model. The critical speed of hunting increases by unsymmetric interwheelset structure if the attack angles of wheelsets in curving are fixed in both case of conventional wheelsets and independently rotating wheelset with the trailing axle.

Key Words: Railway, Railway Vehicle, Truck, Hunting Stability, Curving Performance, Unsymmetric Structure, Independently Rotating Wheelset

1. 序 論

近年, 鉄道車両の高速化は一段と重要になってきた。一方, 車両や軌道の保守の観点から, 曲線旋回時の操舵性能向上も要求されている。すなわち, 台車の高速走行安定性と操舵性能の高いレベルでの両方が求められている。これに対して, 従来二軸ボギー台車において, 輪軸の支持機構として軸箱支持剛性のほかに, クロスアンカーリンクを設けたいわゆる操舵台車が検討されてきた^{(1)~(3)}。一方, このような運動制御の分野において, アクティブ制御, あるいはセミアクティブ制御が航空機, 自動車などで実用化している。そのため, 著者らは台車のセミアクティブ制御を前提に, 台車の構造を前後非対称化するアイデアを提案してきた^{(4)~(7)}。

軸箱支持剛性, リンク機構など, 台車内の輪軸支持装置を前後非対称化すると, 曲線旋回時の理想とされる, 輪軸が完全に曲線ラジアル方向に操舵するパーフ

ェクトステアリングが実現できる可能性があること, また, 独立回転車輪を後輪軸にのみ配置する非対称化により, 曲線旋回性能および走行安定性の双方が向上する可能性も示してきた。本研究では, これらの結果を踏まえ, 前後非対称構造を持つ台車として, この二つの非対称化を組合せた後輪軸のみに独立回転車輪を配置し, さらに台車内の輪軸支持機構を前後非対称化した台車について, 高速走行安定性と操舵性能の両立が可能かどうかを検討する。すなわち, 後輪軸独立回転車輪台車の性能をさらに向上させるような輪軸支持装置の前後非対称方式の検討である。

台車構造を前後非対称化すると, 台車の設計自由度が増加する。例えば, 軸箱支持剛性の値も前後で別々の値を取り得るため, その選択の余地は倍増する。そのため, 性能向上の可能性はパラメータが増えた分だけ向上するわけである。ところが, 設計という観点では, 最適化はより困難になる。従来の解析のように, 変え得るパラメータを変数に取って, 走行安定性と曲線旋回性能を求める方法では非効率的な作業となる。一般的に安定性と操舵性能の向上は相反する傾向があり, 一方のみを独立に最適化する手法は不適切である。また, 本研究にて初めて検討する, 独立回転車輪輪軸の前後非対称化と輪軸支持装置の前後非対称化を併

* 平成2年7月12日 機械力学講演会において講演, 原稿受付 平成2年11月13日。

^{*1} 正員, 東京大学生産技術研究所(〒106 東京都港区六本木7-22-1)。

^{*2} 准員, (株)日立製作所 日立研究所(〒312 勝田市市毛1070)。

せ持つ複雑な非対称化を持つ台車では、パラメータの多さのために検討が困難であった。そこで本研究では、舵行動安定性と操舵性能の両立に焦点をあて、増大したパラメータを逆に利用して、両性能を同時に評価するチャートを考案した。

2. 記号と諸定数の値

台車の諸定数の値は在来線台車を想定した。

a : 軸距の半分 (1.05 m)

a_s : 非対称パラメータ

b : 車輪とレールの接触点間距離の半分 (0.56 m)

E_c : 操舵性能の指標

E_s : 安定性の指標

J : 輪軸の慣性モーメント (461.3 kgm²)

k_b : 等価曲げ剛性

k_{se} : 等価せん断剛性

k_i : i 番めの台車パラメータ

m : 輪軸の質量 (1 525 kg)

r : 車輪回転半径 (0.43 m)

R : 曲率半径

V : 走行速度

V_{cr} : 臨界速度

y_j : j 輪軸の左右変位 ($j=1$: 前, $j=2$: 後)

ϕ_j : j 輪軸のアタックアングル

Ψ_j : j 輪軸の規格化したアタックアングル

x_{11} : 一車輪当たりの縦クリープ係数 (5.6×10^6 N)

x_{22} : 一車輪当たりの横クリープ係数 (5.0×10^6 N)

λ : 車輪路面こう配 (0.1)

B : クリープ力のダンピングを表すマトリックス

E : クリープ力の剛性を表すマトリックス

K : 剛性マトリックス

M : 質量マトリックス

y : 変位ベクトル

μ_0 : 曲線旋回を表す変位ベクトル

3. 台車のモデル

3.1 はじめに 従来にない全く新しいタイプの台車を取扱うため、本研究で提案する台車の概念と呼称を次のように定義する (図1)。すなわち、通常台車のように前後対称であるものを対称台車、軸箱支持剛性や輪軸間を結合するクロスアンカーリンクのような輪軸支持装置を前後非対称化したものを前後非対称支持台車、輪軸支持装置は対称であるが、後輪軸のみに独立回転車輪 (通常は左右の車輪が剛結合であるが、これを独立に回転できるようにしたものを)

配置したものを、前後非対称輪軸台車と呼ぶことにする。さらに、前後非対称支持台車に後輪軸のみに独立回転車輪を配置した本研究で提案する方式を、前後非対称輪軸・支持台車と呼ぶことにする。

3.2 対称台車のモデル 本研究では、評価法の提案と、新しい概念を伴う前後非対称輪軸・支持台車について、操舵性能と高速安定性の両立の可能性を検討するのが目的であるから、台車のモデルはシンプルにした。すなわち、台車内の輪軸支持装置は、図2のように二つの輪軸の相対曲げ変位と相対せん断変位に作用する等価曲げ剛性 k_b 、等価せん断剛性 k_{se} で表す⁽¹⁾。輪軸間にクロスアンカーリンクを用いない、二つの輪軸の間の力の伝達が台車枠を通じて行われる通常の台車の場合、等価せん断剛 k_{se} の取り得る範囲は次式のように制限がある⁽¹⁾。

$$k_{se} \leq k_b/a^2 \dots\dots\dots (1)$$

二つの輪軸をクロスアンカーリンクで結合することにより、すべての等価せん断剛性が可能となる。クロスアンカーリンクの有無も台車の評価に関わるため、式(1)を満たすリンク機構を必要としない台車を在来方式と呼び、大きな等価せん断剛性を取り得る台車をリンク方式と呼ぶことにする。

3.2 前後非対称支持台車 台車内の輪軸支持装

図1 本研究で取扱う台車の概念

置の非対称性は、等価せん断剛性の取付位置の台車中心からのずれ a_s で表すことができる⁽²⁾。非対称性パラメータ a_s の符号は、進行方向前向きを正とした。実際の輪軸支持剛性やリンク機構との対応については、文献(6)に詳述してある。

図3のような曲線旋回時の座標系において、二つの輪軸の左右変位とヨーイング角を変数にとり、台車枠の質量を無視した4自由度の台車の運動方程式は次式で表される⁽²⁾。

$$M\ddot{y} + (B/V)\dot{y} + (E + K)y = Ky_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$y = (y_1, \phi_1, y_2, \phi_2)^t, y_0 = \left(0, -\frac{a}{R}, 0, \frac{a}{R}\right)^t$$

$$M = \begin{bmatrix} m & & & \\ & J & 0 & \\ & & m & \\ 0 & & & J \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -k_{se}, -(a-a_s)k_{se}, -k_{se}, -(a+a_s)k_{se} \\ k_b + (a-a_s)^2k_{se}, (a+a_s)k_{se}, \\ -k_b + (a^2 - a_s^2) + k_{se} \\ \text{対称行列} & -k_{se}, (a+a_s)k_{se} \\ & & k_b + (a+a_s)^2k_{se} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -2k_{22} & 0 \\ \frac{2k_{11}b\lambda}{r} & 0 & \\ 0 & 0 & -2k_{22} \\ & \frac{2k_{11}b\lambda}{r} & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 2k_{22} & & \\ & 2k_{11}b^2 & 0 \\ & & 2k_{22} \\ 0 & & & 2k_{11}b^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここでは、簡単化のため、車輪・レール間のクリープ力特性と剛性特性を線形化し、遠心力もカントと釣合う状態を考えた。対称台車の場合の運動方程式は、 a_s を零とおくことによって表される。

3.3 前後非対称輪軸・支持台車 独立回転車輪の場合、左右の車輪の回転に拘束はなく進行方向の車輪とレールのすべりは生じないから、縦クリープ力は作用しない。よって、運動方程式は式(3)の B, E において、後輪軸についての縦クリープ係数を零とおくことによって表される。その他は同一である。

4. 提案した性能評価チャート

4.1 安定性と操舵性能の評価法 まず、一般的な走行安定性と操舵性能の解析法を概説する。安定性では、輪軸の左右とヨーイング方向の連成運動によって生じる自励振動である蛇行動の安定性を対象とする。台車の線形運動方程式(2)の左辺について、固有値解析により安定判別を行う。台車の支持剛性などパラータ ($k_1, k_2, \dots$) の値を与えれば、安定性の指標 E_s として、速度を与えたときの安定度、または運動が不安定となる限界の速度 (臨界速度 V_{cr}) が求められる。

$$E_s = f_s(k_1, k_2, \dots) \quad \dots\dots\dots (4)$$

一方、曲線旋回時の挙動は、運動方程式の右辺、軌道の曲率に対する応答特性が重要である。定常状態を仮定すれば、台車の曲線旋回時の挙動は代数方程式で記述される。

$$(K + E)y = Ky_0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

曲線旋回時の操舵性能を表す指標は、横圧やそれとほぼ比例する輪軸のアタックアングル、さらにフランジ接触を避けることを目標にして輪軸の左右変位などが用いられる。このような輪軸の変位は、代数方程式(5)の解を求めることにより、比較的容易に得ることができる。一般的には、曲線旋回時の各部の変位は大きく、クリープ力特性やフランジ接触などの非線形性

図2 台車のモデル

図3 曲線旋回時の座標系

を考慮した方が好ましい。そのときでも、操舵性能の指標 E_c は台車のパラメータの関数である。

$$E_c = f_c(k_1, k_2, \dots) \quad (6)$$

4・2 安定性と操舵性能の総合評価 安定性、操舵性能の評価では、従来、台車の支持剛性などの設計可能なパラメータを変数にとり、それぞれの指標を独立に求めることが一般的に行われてきた。在来の二軸ボギー台車や、リンク機構を有する台車については、最適な支持剛性の値を予測する方法も提案されているが⁽⁹⁾、本研究で検討する前後非対称台車では、パラメータの数が多く適用できない。

また、台車の設計という観点では、台車に要求されるスペックとして、最小曲線半径（最大曲率）や最高速度が与えられ、これらを満足するような適値を求めることになる。この点も考慮して次の手法を提案する。

安定性の指標である固有値を与えて、その値を満足するような支持剛性などの台車パラメータを解くことは困難であるが、操舵性能の解析では代数方程式となるから、この逆問題解析は容易である。すなわち、代数方程式(5)において、パラメータと未知数を入れ換え、操舵性能の指標 E_c を与えて、支持剛性などのパラメータのうちの特定の一つ（例えば k_1 ）を未知数として解くことができる。

$$k_1 = F_c(E_c, k_2, \dots) \quad (7)$$

次に、この解として求めたパラメータ k_1 を使って安定性を評価する。

$$E_s = f_s(F_c(E_c, k_2, \dots), k_2, \dots) \\ = F_s(E_c, k_2, \dots) \quad (8)$$

よって、操舵性能と安定性との関係、すなわち両立性を求められることになる。さらに、同一の操舵性能のもとで安定性を最適とするようなパラメータ $k_2, k_3, \dots$ も容易に得られる。また、着目している特定パラメータ k_1 も、式(7)から計算できる。これらの関係は、チャートで表すことによりいっそう理解しやすくなる。

4・3 対称台車への適用例 対称台車へ上記の提案手法を適用し、チャートについて説明する。対称台車では非対称パラメータ a_s が存在しないから、軸距、車輪形状を固定すれば、設計変数として台車のパラメータは、等価せん断剛性 k_{se} と等価曲げ剛性 k_b の二つである。操舵性能の指標を前輪軸のアタックアングル ϕ_1 を用い、パーフェクトステアリング時の操舵角 a/R を用いて規格化して次のように表す。

$$E_c = \psi_1 = \phi / (a/R) \quad (9)$$

この値は、操舵が全くなされていないとき-1、パーフェクトステアリング状態で零となる。 ψ_1 を変数と考

え、着目する台車パラメータ（式(7)の k_1 ）を k_{se} として解くと次式で表される。

$$k_{se} = -\frac{4x_{11}x_{22}\lambda b\psi_1}{k_b r(\psi_1 + 1)} \quad (10)$$

ψ_1 と k_b を与えて式(10)より k_{se} を求め、走行安定性の指標である臨界速度 V_{cr} を計算した結果を図4に示す。図中の実線は臨界速度の等高値、破線は式(10)による k_{se} の等高値を表す。

このチャートを用いると、従来からいわれているような⁽²⁾⁽³⁾ 次の結果がただちに理解できる。安定性を確保するには、どのような操舵性能を指定しようと、少なくとも $k_b = 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}$ 以上の等価曲げ剛性が必要なこと、操舵性能の低下を許せば ($\psi_1 \rightarrow -1$)、臨界速度は高くできること、このとき、等価支持剛性 k_b および k_{se} には最適な値が存在し、操舵性能の低下とともに適値は増大すること、などである。

5. 提案した手法による前後非対称台車の性能評価

5・1 はじめに 前後非対称支持台車では、等価支持剛性 k_b, k_{se} のほかに、非対称パラメータ a_s を加えた三つのパラメータがある。本手法では、新たに加わったパラメータ a_s に着目し、指定した操舵性能を満たす a_s の値を k_b, k_{se} および操舵性能の指標の関数で求めることになる。

操舵性能を要求される値に固定して考えれば、走行安定性を、 a_s を加えた三次元空間ではなく、 $k_b - k_{se}$ 平面上で評価することができる。1枚のチャート上のすべての点は、同じ曲線旋回性能を持つから、指定した操舵性能を満たして、走行安定性が最も高い条件を

図4 提案する評価法の対称台車への適用

容易に得ることができる。また、非対称パラメータ a_s も、操舵性能の指標、 k_b, k_{se} の関数で与えられ、 a_s の等高線を重ね書きすることができる。そこで、非対称性をどの程度与えれば良いか、あるいは対称台車に対してどの程度性能向上が得られるかもただちにわかる。

5.2 前後非対称支持台車 対称台車の解析と同様、操舵性能および安定性の指標として、規格化した前輪軸のアタックアングル Ψ_1 、蛇行動の臨界速度 V_{cr} を用いる。前後非対称支持台車の定常状態での解を、非対称パラメータを未知数にして解くと、次式のように操舵性能の関数で表される。

$$a_s = -\frac{k_b k_{se} r (\Psi_1 + 1) + 4x_{11} x_{22} b \lambda \Psi_1}{2x_{11} b \lambda k_{se} (\Psi_1 + 1) - 2x_{22} r k_{se} \Psi_1} \quad \dots\dots (11)$$

この台車では、文献(4)で指摘したように、定常曲線旋回時にパーフェクトステアリングが実現できる可能性がある。すなわち、式(11)において、 $\Psi_1 = 0$ の解が存在する。図5にこの条件での臨界速度の等高線を実線で示す。破線は非対称パラメータの等高線である。パーフェクトステアリングの状態では、等価せん断剛性によるばね力が作用しないことが必要であるから、非対称パラメータは等価せん断剛性に依存しない⁽⁴⁾。非対称パラメータ a_s を0.5から2.0の間にとり、等価せん断剛性の値を $k_{se} = 5 \times 10^6$ N/m 以上に保てば、臨界速度はある程度高くなる。図中の二点鎖線は、式(1)によるリンクを必要とする境界線であり、これよりも大きな等価せん断剛性を実現するには、クロスアンカーリンクが必要となる。

パーフェクトステアリングという飛躍的な操舵性能

向上が得られる代わり、安定性の向上はなされない。そこで、操舵性能を多少低下させて $\Psi_1 = -0.2$ に指定した場合の計算結果を図6に示す。操舵が80%得られる条件である。臨界速度の最高値は図5よりも高くなる。よって、前後非対称支持台車においても、対称台車と同様、走行安定性と操舵性能は相反する傾向がある。この条件では、非対称パラメータは等価せん断剛性にも依存し、 $a_s = 0$ の条件、すなわち対称台車の条件も存在する(図の一点鎖線)。前後非対称支持台車のほうが、対称台車より若干安定性が向上し、広範囲の支持剛性で安定性を保つことができる。また、対称台車のときと同様、操舵性能の低下により、安定性を向上させる等価曲げ剛性の適値は高くなる。

5.3 前後非対称輪軸・支持台車 後輪軸に独立回転車輪を用いた前後非対称輪軸・支持台車について、5.2節と同様、非対称パラメータを未知数として、式(5)を後軸の縦クリープ係数を零とおいて解くと次式で表される。

$$a_s = -\frac{k_b (\Psi_1 + 1) + 2x_{22} a \Psi_1}{2x_{22} \Psi_1} \quad \dots\dots (12)$$

この解は等価せん断剛性には依存しない。この理由は次のように説明できる。後輪軸は独立回転車輪であるため、縦クリープ力は作用しない。よって、後輪軸の左右変位は、等価せん断剛性のみで決まってくる。そこで、等価せん断剛性が変化しても、そのばね力を一定に保つように変位することができる。すなわち、前輪軸の左右変位とヨーイング変位は等価せん断剛性に無関係に等価曲げ剛性と非対称パラメータのみによって定まってしまう。式(12)をアタックアングルについて

図5 前後非対称支持台車の走行安定性
(操舵性能：パーフェクトステアリング)

図6 前後非対称支持台車の走行安定性
[操舵性能： $\psi_1/(a/R) = -0.2$]

図7 前後非対称輪軸・支持台車の走行安定性〔後輪のみ独立回転車輪，操舵性能： $\psi_1/(a/R)=-0.2$ 〕

解きなおすと，

$$\psi_1 = -\frac{k_b}{k_b + 2x_{22}(a + a_s)} \dots\dots\dots (13)$$

よって，曲げ剛性が小さいほど，また同じ等価曲げ剛性ならば，非対称性を強めるほど操舵性能は改善される。しかし，パーフェクトステアリング条件($\psi_1=0$)を満たす a_s は存在しない。

そこで，図7には，図6の通常輪軸を用いた場合と同一の条件($\psi_1=-0.2$)で，臨界速度を計算した結果を示す。このとき， $a_s=0$ の線上，すなわち輪軸支持装置は対称であるが後輪のみ独立回転車輪となる台車では，クロスアンカーリンク機構を用いることにより，安定性を保てることになる。輪軸支持装置の前後非対称化を導入すると，クロスアンカーリンクを用いない在来方式の台車でも安定性が向上する。すなわち，同じ操舵性能を満足する前後非対称輪軸台車では，クロスアンカーリンクを付けることと輪軸支持装置の前後非対称化を図ることは類似の効果があることになる。

輪軸支持装置の前後非対称性を導入し，さらに等価せん断剛性を適切に選択すれば，臨界速度が対称台車よりも高くなるだけでなく，図4の通常輪軸を用いた前後非対称支持台車よりも臨界速度の最大値は上昇する。すなわち，後軸に独立回転車輪を用いた前後非対称輪軸・支持台車の安定性が， $\psi_1=-0.2$ という操舵性能のもとでは，最も優れていることになる。

5.4 性能向上のメカニズム 後輪軸を独立回転車輪にすることで，前輪軸の操舵性能の阻害が防げ，曲線旋回性能は向上する。輪軸支持装置の前後非対称化により，この操舵性能はさらに向上する。非対称パ

図8 前後非対称輪軸・支持台車の在来方式台車への適用例

ラメータは正の値が好ましく，この条件は在来方式の台車でいえば，図8のように前輪軸の前後方向軸箱支持剛性を小さくし，後輪軸のそれを大きくすることに相当する⁽⁶⁾。すなわち，前軸の操舵を阻害する前後方向軸箱支持剛性は小さくするのである。

安定性の向上についても同様に考えることができる。独立回転車輪の使用によって，蛇行動の原因となる縦クリープ力の作用をなくすることができる。操舵性能の観点から前述のように後輪軸のみに独立回転車輪を用いる方式が有利である。この独立回転車輪による安定性をより引き出すには，軸箱支持剛性は硬いほうが好ましい⁽⁷⁾。すなわち，後輪軸を剛支持にすることであり，図8のように，この条件は操舵性能向上に対する前後非対称化の方針と一致する。

パーフェクトステアリングは得られないが，操舵性能，走行安定性の向上に関して，後輪軸に独立回転車輪を配置し，さらにそれに応じて輪軸支持装置を前後非対称化する台車が，今回のモデルによる計算では優れていることになる。

6. 結 言

台車のセミアクティブ制御を前提に，台車構造を前後非対称にした台車の走行安定性と曲線旋回時の操舵性能を検討した。前後非対称化により，台車の取り得るパラメータが増大するため，両性能をともに向上させる条件を容易に決定できる判別チャートを提案した。この手法を用いて，線形モデルによる計算を行い，台車内の輪軸支持装置の前後非対称化により，操舵性能向上の可能性があること，同等の操舵性能ならば，前後非対称台車のほうが安定性を向上させ得る可能性があることを示した。

さらに，従来はパラメータが多いため，検討がなかった後輪軸のみに独立回転車輪を配置し，それに適した輪軸支持装置の前後非対称化する台車を提案した。通常輪軸である前軸の前後方向軸箱支持剛性を小さく

して操舵性能を向上させ、安定性向上に貢献する後軸の独立回転車輪の前後方向軸箱支持剛性を硬くするような前後非対称台車は、パーフェクトステアリングこそ実現できないが、操舵性能と安定性をともに向上させるのに適した方式であることがわかった。今後は、より具体的な台車モデルでの検討を行う予定である。

本研究に際し、数値計算などに多大なご協力をいただいた法政大学卒論生、江崎秀一君、新田智君に、ご討論いただいた日本機械学会鉄道車両ダイナミクス研究分科会の諸氏に感謝する。また、本研究の一部に、文部省科学研究費補助金〔奨励研究(A)〕の交付および

財団法人鉄道総合技術研究所よりご援助をいただいた。関係各位に感謝する。

文 献

- (1) Wickens, A. H., *Vehicle Syst. Dyn.*, 5 (1975), 15.
- (2) 須田・藤岡・井口, 機論, 52-474, C (1986), 738.
- (3) 須田・藤岡・井口, 機論, 52-475, C (1986), 1003.
- (4) 須田, 機講論, No. 880-8 (1988-11), 9.
- (5) 須田・和田, 機講論, No. 890-61 (1989-11), 139.
- (6) Suda, Y., *JSME Int. J.*, 33-2 Ser. III (1990), 176.
- (7) 須田・和田, 機論, 57-534, C (1991), 586.