軟質シート材料の走行安定化技術の研究*

遠藤 正規^{*1}, 三田 康志^{*2}

Research for a Handling Technique in Production Machinery

Masanori ENDOH and Kousi MITA

In paper manufacturing, textile and printing industries, especially on processes with high-speed velocity variations, control of the running sheet is very important. In this paper, we describe a mathematical model of a pliable sheet as a function of rate of strain. This model precisely predicts both viscoelasticity properties and properties depending on the deformation rate of materials. Using this model, we analyze variations of tension at large velocity variations on the rewinding process. We propose a technique to control the variations of tension using a motor-driven moving roll.

Key Words: Dynamics of Machinery, Transient Response, Simulation, Stress-Strain Relations, Mathematical Model, Pliable Sheets, Tension Variations, Control of Tension Variations

1. 緒 言

繊維工業や紙工業,あるいは印刷工業などの材料や製品そのものにシートを扱う分野では,シートの走行制御技術が重要な問題となる。シートは通常粘弾性的な力学特性を有するが,これを線形ばねとして近似することにより定常速度での走行制御技術は確立されており,また同様に動的問題も研究されている^{(1)~(4)}。しかしながら,衝撃的荷重変動や速度変化を余儀なくされるプロセスでは,線形近似ではシートの力学的挙動の表現に限界があり,実験にたよるところが大きい。

本研究は,低~中速度範囲の引張試験から衝撃的変形速度範囲での挙動を類推するモデルをたてることにより,速度変化の大きなプロセスでのシートの力学的挙動を解析する。その妥当性を確認するため原料シート供給工程において,新旧シート接合時の挙動を数値計算によりシミュレートし,実験結果との比較検討を行った。また,接合時の張力変動を緩和する方法として,振り子形ダンサローラとモータ駆動による移動ロ

ーラの設置による効果について数値計算および実験により検討を行った。

2. 基礎方程式の誘導

基礎方程式の誘導にあたって,次の仮定をおく。

① 本来,対象とする軟質シートは幅方向,流れ方向ともに密度に関してばらつきをもっているが,本解析では両方向ともに均一な密度分布を持つ理想的なシートとし,変形は流れ方向のみ考える。

② 各ローラ間において張力の伝ば速度はシートの走行速度に比べ十分に大きく,したがって張力はローラ間において均一な値とする。

③ 各ローラ間のシート質量は介在するガイドローラの慣性抵抗に比べ十分に小さいとして無視する。

④ ローラ間距離がローラ系に比べ十分に大きくないときローラ上でのシート挙動を考慮する必要があるが⁽⁵⁾⁽⁶⁾,本研究では,ローラとシートはローラ上の一点で接触し,滑りはなしとする。

2・1 ひずみ式 上記の仮定を基に図1のような二つの駆動ローラ間のシートのひずみの変化を考える。ここで m をシート質量, ρ をシート線密度とし,ひずみ零において長さ l のシートが Δl 伸びた時のひずみを $\epsilon = \Delta l/l$ とすると,線密度 ρ と伸びのない時の

* 平成2年7月12日 1990機械力学講演会において講演,原稿受付 平成2年8月23日。

^{*1} 正員,花王(株) (〒321-34 栃木県芳賀郡市貝町赤羽 2606) [現在:群馬大学大学院]。

^{*2} 花王(株)

線密度 ρ_0 は、

$$\rho = \frac{1}{1+\varepsilon} \rho_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

この関係を用い、図1において時間 t と $t+\Delta$ の間の質量収支を考えると、

$$\Delta m = [\rho_1(t) \cdot v_1(t) - \rho(t) \cdot v_o(t)] \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (2)$$

この間のローラ間シートの線密度および両ローラ間距離の変化は、

$$\begin{aligned} \Delta m = & [\rho(t) + \frac{d\rho}{dt} \Delta t] [l(t) + \frac{dl}{dt} \Delta t] \\ & - \rho(t) \cdot l(t) \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

上の2式から微小項を無視すれば

$$\begin{aligned} \rho(t) \cdot \frac{d\rho}{dt} + l(t) \cdot \frac{dl}{dt} \\ = \rho_i(t) v_i(t) - \rho(t) v_o(t) \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、(1)式から

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho_0 [1+\varepsilon(t)]^{-2} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を用いて、 ρ を消去するとひずみ式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} = & -\frac{1+\varepsilon(t)}{l(t)} \left\{ \frac{1+\varepsilon(t)}{1+\varepsilon_i(t)} v_i(t) \right. \\ & \left. - [v_o(t) + \frac{dl}{dt}] \right\} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

2.2 張力式 本研究で対象とする軟質シートは、紙、不織布、プラスチック等があり、これらの応力-ひずみ曲線は全く異なった特徴を示す。また、ひずみ速度の影響が大きいこともよく知られている。本研究で

は、密度分布が比較的均一でありひずみ速度による影響が顕著なプラスチックフィルムに関して、ひずみ速度をパラメータとしてひずみとの応力との関係式を応力-ひずみ曲線から求める。

本研究で用いるモデルを図2に示す。このモデルの構成方程式は

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{E_1}{\eta} \sigma = (E_1 + E_2) \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_1 E_2}{\eta} \varepsilon \quad \dots\dots\dots (7)$$

であり $d\varepsilon/dt = a$ (一定) とすれば、 $d\varepsilon/dt > 0$ に関して、初期条件 $\varepsilon=0$, $\sigma=0$ として

$$\sigma = a\eta \left[1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta a} \varepsilon\right) \right] + E_2 \varepsilon \quad \dots\dots\dots (8)$$

$d\varepsilon/dt < 0$ に関して、初期条件 $\varepsilon=\varepsilon_0$, $\sigma=\sigma_0$ として

$$\begin{aligned} \sigma = & a\eta \left\{ 1 - \exp\left[\frac{E_1}{\eta a} (\varepsilon_0 - \varepsilon)\right] \right\} + E_2 \varepsilon \\ & + (\sigma_0 - E_2 \varepsilon_0) \exp\left[\frac{E_1}{\eta a} (\varepsilon_0 - \varepsilon)\right] \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

なる解が得られる。対象とするプラスチックフィルムのパラメータを求めるため、表2のように各条件に関して引張試験を行った結果を図3に応力-ひずみ曲線として示す。便宜上、式(8)、(9)において

$$\begin{aligned} P_1 &= a \cdot \eta \\ P_2 &= E_1 / a \cdot \eta \quad \dots\dots\dots (10) \\ P_3 &= E_2 \end{aligned}$$

表1 記号表

m	: mass of sheet	E	: elastic modulus
ε	: strain	η	: viscous modulus
ρ	: linear density	a	: rate of strain
σ	: stress	t	: time
l	: length of span		
T _i	: tension at the entrance		
T _o	: tension at the exit		
v _i	: peripheral velocity of entry Roller		
v _o	: peripheral velocity of exit Roller		
ω	: angular velocity		
I	: moment of inertia		
r	: radius		
ζ	: coefficient of viscosity		
ξ	: frictional resistance		
τ_w	: torque for counter weight		
τ_r	: torque for roller		
τ_t	: torque for tension		
w _r	: equivalent weight for roller-arm		
r _r	: equivalent radius for roller-arm		
w _w	: equivalent weight for weight-arm		
r _w	: equivalent radius for weight-arm		
Subscript "d" is for dancer roller			

表2 引張試験条件

test piece	25mm×75mm
effective length	50mm
rate of tensile (rate of strain)	50mm/min (0.0167) 500mm/min (0.167) 5000mm/min (1.67)
maximum tensile ratio	132% 138% 142%

図1 ひずみ関数定義のための基本的構成

図2 3要素粘弾性モデル

とおき、 $P_1 \sim P_3$ をひずみ速度の関数として応力-ひずみ曲線からシンプレックス法により求める。ひずみ速度に対する P_1, P_2 の推移は図4、図6のようになりこれより各パラメータの推定式として

$d\varepsilon/dt > 0$ に関して

$$P_1 = 6.25 \log_{10}(a) + 42.8$$

$$P_2 = -1.75 \log_{10}(a) - 11.2$$

$$P_3 = 29.0$$

$d\varepsilon/dt < 0$ に関して

$$P_1 = (9.4\varepsilon_0 - 5.1)[\log_{10}(a) + 1.8]$$

$$+ 9.2\varepsilon_0 - 5.7$$

$$P_2 = 1.04 \log_{10}(a) - 7.6$$

$$P_3 = 0.0$$

.....(11)

を得る。式(11)の推定式を用いて得られる応力-ひずみ曲線を図5に示す。

2・3 ガイドローラ運動方程式 シート走行経路内に存在するガイドローラは、シート張力により回転する。その運動方程式は、粘性抵抗および軸受け特性により決まる摩擦抵抗があるため、

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} + \zeta\omega + \xi = r \cdot (T_o - T_i) \quad \text{.....(12)}$$

となる。ここで、 ζ および ξ は初速が与えられたローラの減速の様子から最小乗法によって求める。

2・4 ダンサローラ運動方程式 シート走行経路内には、シート張力の検出および張力変動をある程度緩和する目的で図7のようにシート張力の増減により振り子状に運動するガイドローラが設けられている。このローラをダンサローラと呼び、その運動はシート張力によるトルク τ_r により次式で決定される。

$$I_d \frac{d\omega_d}{dt} + \zeta_d \omega_d + \xi_d = \tau_w + \tau_r + \tau_f \quad \text{.....(13)}$$

ここで、 ζ_d および ξ_d はガイドローラ同様実験により求める。

3. 数値計算と実験による考察

2章で導いた基礎方程式により、実際の張力変動を解析する。対象は、原料シート供給装置の新旧シート交換時に行われる接合過程（以後、“継ぎ”と呼ぶ）におけるシート張力変動である。シート供給装置には、いくつかの方法があり各々特徴を有するが、ここでは図8のようにベルト表面駆動式とする。継ぎ瞬間において、走行速度で回転する圧着ローラにより新旧シー

図3 応力-ひずみ曲線（試験結果）

図5 応力-ひずみ曲線（計算結果）

図4 パラメータ推移 ($d\varepsilon/dt > 0$)

図6 パラメータ推移 ($d\varepsilon/dt < 0$)

表 3 システム設定値

diameter of material roll		1		
system		GUIDE ROLLER	DANCER ROLLER	MOVING ROLLER
number of roller		5	5	5
r	m	2.75×10^{-2}	2.75×10^{-2}	2.75×10^{-2}
I	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	1.25×10^{-4}	1.25×10^{-4}	1.25×10^{-4}
ζ	N·s	6.86×10^{-4}	6.86×10^{-4}	6.86×10^{-4}
ξ	N·m	1.67×10^{-2}	1.67×10^{-2}	1.67×10^{-2}
I_d	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$		0.185	
ζ_d	N·s		0.0	
ξ_d	N·m		0.0	
w_r	N		53.41	
w_r	m		0.55	
w_w	N		57.62	
w_w	m		0.475

図 7 ダンサローラ

図 8 巻戻し装置

図 9 対象モデル

図 10 駆動ベルト速度変化 (接着時)

図 11 移動ローラ速度パターン

図 12 接着時の張力変動計算結果 (全ガイドローラ系)

ト面が接着されると同時に巻きだしベルトが等加速度で増速し、走行速度に達する(図10参照)。この間に圧着ローラ～駆動ベルト接触点間で大きな張力変動を生じる。これを数値計算(4次のRunge-Kutta法)および実験により検討した。

対象モデルは、図9の材料ロールからスプライスローラまでであり、この間に5本のローラが存在し、

- ①すべてガイドローラのみから成る系
- ②No.1ローラをダンサローラとした系
- ③No.1ローラを移動とした系

について考察する。移動ローラは新旧シート接着と同時にあらかじめ与えられた図11の速度パターンでダンサローラと同軌跡円弧状に移動する。移動ローラの駆

動はACモータにより与える。

数値モデル式は、①の系では五つのガイドローラ運動方式、六つのローラ間シートひずみ式、六つの張力式から成る連微分方程式となる。各ガイドローラの特特性値はすべて等しく表3に示す。②の系では、これにダンサローラの運動方程式が加わる。ダンサローラの特特性値を表3に示す。また③の系では、No.1ローラ的位置変化速度を与える。

ガイドローラ系について、計算結果を図12に示し、同条件での実験結果を図13に示す。ダンサローラ系の計算結果を図14に、同条件での実験結果を図15に示す。また、移動ローラ系の数値計算と実験結果を図16、図17に示す。いずれの結果もNo.5ローラに加わる垂

直荷重を示している。計算結果と実験結果は、いずれの機構の場合も張力挙動の特徴をよく表していると言える。特に継ぎ瞬間にじる衝撃的な張力変動は、シートを線形ばねとして近似したモデルではこれほど良い一致は見られない。一方で、各計算結果と実験結果の収束値に大きな差があるが、これは対象モデル下流の巻取り装置にトルク制御がなされているためであり、この制御装置は定常速度での微調整を目的としており継ぎ後の張力変動を抑制する能力はなかい。また、モータ駆動移動ローラの場合において張力上昇後の低張力期間が計算結果より実験結果のほうが短い点は、仮定で無視したローラとシート間の滑りが生じていることが考えられる。

各系の結果から、ダンサローラは最大張力を抑制す

る効果が小さく構造的に周期的な張力変動を引き起こしている。これに対し移動ローラは最大張力を抑制し収束が速く良好な結果を得ていると言える。

4. 結 言

変形速度に大きく依存する力学特性を持つ軟質シートをひずみ速度をパラメータとしてモデル化し、衝撃的な速度変化を生じるシート供給装置の継ぎ動作時の張力挙動を解析し、張力変動を抑制する機構としてダンサローラと移動ローラを設けた場合について検討した。その結果、次の結論を得た。

(1) 比較的簡単な粘弾性モデルを基礎としたモデルで急激な速度変化をうけるシートの張力挙動を表現できる。

(2) 本解析で用いた基礎方程式は、ローラシート間の滑りを無視した結果、張力が小さい領域での結果に若干の誤差が見られるが動的な張力挙動を良く表現している。

(3) 新旧シートの継ぎ動作のような急激な速度変化を生じるプロセスにおいて、ダンサローラは最大張力を抑制する効果が小さく、モータ駆動移動ローラは抑制効果が大きいだけでなく、収束が速い。

本研究を進めるにあたり、貴重な助言をいただいた茨城大学・岡田養二先生、群馬大学・長屋幸助先生、

図 13 接着時の張力変動実験結果 (全ガイドローラ系)

図 14 接着時の張力変動計算結果 (ダンサローラ系)

図 16 接着時の張力変動計算結果 (移動ローラ系)

図 15 接着時の張力変動実験結果 (ダンサローラ系)

図 17 接着時の張力変動実験結果 (移動ローラ系)

並びに花王(株)・大路延憲氏に深く謝意を表する。

文 献

- (1) 中島・栗林, 繊維機械学会論文集, 22, T 106-T 117 (1969).
 - (2) 中島・栗林, 繊維機械学会論文集, 23, T 249-T 263 (1970).
 - (3) 中島・栗林, 繊維機械学会論文集, 33, T 153-T 162 (1980).
 - (4) 中島・栗林, 繊維機械学会論文集, 34, T 25-T 32 (1981).
 - (5) Brandenburg, G., "The dynamics of elastic webs threading a system of rollers", *Newspaper Technique*, (1972-9), 12-25.
 - (6) Whitworti, D. P. D. and Harrison, M. C., "Tension Variations in pliable material in production machinery", *APPL. MATH. MODELLING*, V7 (1983-6), 189-196.
-