音響信号を利用した体積測定の研究* (スピーカ音源と音響周波数による体積の測定)

一宮 亮一^{*1}, 遠藤 岳美^{*2}, 石川 淳^{*2}

Study of Volume Measurement using Sound Signal (Measurement of Volume using a Speaker as Sound Source and Sound Frequency)

Ryoichi ICHIMIYA, Takemi ENDOH and Atushi ISHIKAWA

A new accurate measurement of variation of cavity volume in the container has been investigated. It is difficult to obtain stable measurement with the air jet due to variable factors such as the compressed air pressure and pipe dimensions. This paper deals with a new resonance method using the radiated sound from a speaker. The sound frequency obtained by the experiment is compared with the calculation result of the frequency found by the theoretical analysis in which the cavity system is connected with two acoustic pipes. This method of measuring the volume is available to measure the volume of a solid, animal, etc.

Key Words: Measurement, Sound, Accuracy, Resonance, Volume, Speaker

1. はじめに

空洞容器のくび部にあたる両端開口パイプの一端面に圧縮空気を吹き付けることにより空洞共鳴を起こさせ、その共鳴音の周波数を利用して空洞容器中の液体の体積変化の測定が可能であることが確認され、すでに報告⁽¹⁾した。この音響の周波数を利用する測定方法を用いると、音響の周波数の精密な測定が可能なたため体積の測定精度を高めることができ、また測定装置も簡単である。パイプマウスの上を流れる空気流による空洞容器内の空気の励振により得られる空洞共鳴周波数は空気流の流速による依存度があり、またくび部のパイプ寸法の影響を受けるため安定した測定条件を確保しなければならない難点がある。そこで、本報ではこのような影響を共鳴周波数に与えないようにするために、空洞共鳴を外部からの音響により強制的に発生させる方法を新たに考案した。その新しい測定方法は空洞容器のくび部パイプの前面にスピーカを置き、スピーカからホワイトノイズをくび部のパイプの開口端に向けて放射させ、その音響により空洞共鳴を起こさ

せ空洞内で発生する共鳴音の周波数の測定を行う方法である。このように新たに考案された共鳴方法は空洞共鳴を発生させるためにスピーカによる音響を用いたため、容器のくび部のパイプ寸法が小さいと空洞容器内に入射する音響エネルギーも小さくなり、容器内の液体の水位が大きくなると空洞共鳴が発生しにくくなる現象が起きた。そのため、本測定方法ではくび部にあたるパイプ寸法の内径を大きくする必要がある。しかし、くび部のパイプ寸法が波長に比べて無視できなくなると実験装置自体が従来の Helmholtz 共鳴の理論よりむしろ音響管の終端に円筒空洞容器がある空洞系の共鳴であると考えられる。よって、新たに実験装置を作製し実験を行いその実験結果とその計算値を比較した結果、よい結果が得られたのでここに報告する。また、この測定方法を利用して個体の体積測定にも有効であることを示すとともに、その実験結果についても報告する。

2. 理論解析

本実験で使用した実験装置の空洞容器のモデルを図1に示す。図1は管の長さ l 、内径 $2r_1$ 、外径 $2r_2$ の両端開口の音響管1が、管の長さ h 、内径 $2r_3$ 、外径 110 mm の一端閉口の音響管2に同軸線上で接合された

* 原稿受付 平成3年3月19日。

^{*1} 正員、新潟大学工学部 (〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

^{*2} 学生員、新潟大学大学院。

形状をしている。空洞容器のくび部のパイプ寸法が波長に比べて十分小さいときは、従来の Helmholtz の共鳴理論の理論式から求められる共鳴周波数と実験値はよい一致を示すが、本実験装置ではくび部のパイプ寸法が波長に比べて無視できなくなるので、モデル図から明かなように実験装置を両端開口パイプと一端閉口パイプの接続されたものとする。共鳴器のエネルギー損失はくび部パイプからの輻射エネルギー損失、管摩擦によるエネルギー損失などがあるが、これらすべてのエネルギー損失の値を正確に求めるのは困難である。しかし、輻射エネルギー損失が低周波数領域で共鳴周波数に及ぼす影響は小さく、実験で使った音響管も短かく、音響管を伝搬する音速の減少も極めて小さいことから、この空洞系のエネルギー損失を無視した音響インピーダンスは次式で表される。

$$Z = i \frac{\rho c}{S_1} \tan kl_1 - i \frac{\rho c}{S_2} \frac{1}{\tan kh} \quad (\text{Pa} \cdot \text{s/m}^3) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 i は複素定数、 ρ は空気密度、 c は音速、 S_1 、 S_2 は各音響管の断面積、 k は波長定数、 l_1 は音響管 1 の外界側と空洞容器側の端補正を加えた長さで次式で表される。

$$l_1 = l + (E_1 + e_c) r_1 \quad (\text{m}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

E_1 は外界側の端補正で Benade の実験式⁽²⁾より求められ、 e_c は空洞容器内への放射インピーダンスより求められる端補正⁽³⁾⁽⁴⁾でそれぞれ次式で表される。

$$E_1 = 0.821 - 0.13(W/r_1 + 0.42)^{-0.54} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$e_c = 4\xi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{J_1(\delta_n \xi) / (\delta_n \xi J_0(\delta_n))\}^2}{\{\tanh((\delta_n^2 - (kr_3)^2)^{0.5} h / r_3) \cdot (\delta_n^2 - (kr_3)^2)^{0.5}\}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $W = r_2 - r_1$ は音響管 1 の外半径と内半径の差である。 $\xi = r_1 / r_3$ は音響管 1 と音響管 2 の内径比である。 J_0 、 J_1 はそれぞれ零次と 1 次の Besse 関数、 δ_n は $J_1(\delta_n) = 0$ ($0 = \delta_0 < \delta_1 < \delta_2 \dots$) を満足する軸対称モー

図 1 空洞容器のモデル

ドの固有値を示す。式(1)に $k = \omega/c$ 、 $\omega = 2\pi f$ を代入して、 $|Z|$ (絶対値 Z) が最小となるときの周波数 f が、この空洞系の共鳴周波数として求められる。

3. 実験方法

図 2 は本実験に使用した実験装置の概略図である。ランダムノイズジェネレータにより、パイプ端の上方に設置されたスピーカを通してホワイトノイズが空洞容器のくび部のパイプの開口端に向けて放射されることにより空洞容器中の空気が励振されて空洞共鳴が発生する。この発生した共鳴音は空洞容器の上ぶたに埋め込まれたマイクロホンを通してスペクトラムアナライザに送られ共鳴周波数の測定が行われる。測定された共鳴周波数とそのとき同時にカセットメーターにより測定される水位がパーソナルコンピュータへ送られプリンターにより両者の関係が作図される。なお、空洞容器のくび部のパイプ端面からスピーカまでの高さ H は任意に調節できるように設置されていて空洞容器の中心とスピーカの中心は同軸線上になるように設定されている。本実験で使った空洞容器のくび部にあたるパイプ寸法は内径 $2r_1 = 30 \sim 50$ mm、長さ $l = 30 \sim 160$ mm まで変化させた。空洞容器側の内径は $2r_3 = 100$ mm である。なお、スピーカには低周波数領域の音響の発生が十分に得られ、かつ振動板には平面振

図 2 実験装置

動板を用いた。スピーカの振動板の径は実験で用いたくび部にあたるパイプの外径よりも十分に大きい。実験は24°Cの恒温室で行った。

4. 実験結果

4.1 スピーカ高さ H の共鳴周波数に及ぼす影響

スピーカ高さ H が共鳴周波数に及ぼす影響を調べるために、図2に示す実験装置を用いてくび部にあたるパイプの内径を各種取り替え、スピーカ高さ H を徐々に小さくさせて実験を行った。図3はパイプ寸法を長さ $l=100$ mm, 内径 $2r_1=38$ mm, 外径 $2r_2=66$ mm とし水位を $h=74$ mm にしたときの共鳴周波数とスピーカ高さの関係を表した図である。スピーカ高さが約30 mm 以上ではスピーカ高さによる影響はなく共鳴周波数は一定である。しかし、スピーカ高さが約30 mm から徐々に減少するにしたがって急激に共鳴周波数が減少する。そして、スピーカの振動板とパイプ端面が接触する $H=0$ のところでは空洞共鳴による音響の発生を得ることはできなかった。このように振動板がパイプ端面に接近するに従い共鳴周波数が減

図3 スピーカ高さ共鳴周波数の関係
($l=100$ mm, $2r_1=38$ mm, $2r_2=66$ mm, $h=74$ mm)

図4 空洞共鳴音の周波数分析
($l=80$ mm, $2r_1=50$ mm, $2r_2=56$ mm, $H=82$ mm,
Water level: 1, 41.10 mm 2, 81.21 mm
3, 120.81 mm 4, 161.95 mm 5, 200.91 mm)

少していくのはスピーカの振動板の影響によりパイプの開端口の輻射インピーダンスが増加するためと考えられる。本実験で使用する他の数種類の異なる内径を持つパイプで同様の実験をしてみた結果、内径の違いによる差はあるもののスピーカ高さが50 mm 以上になるとスピーカの高さによる共鳴周波数の影響はないことがわかった。

4.2 空洞共鳴音の発音状態

音源にスピーカを用いてホワイトノイズを放射させ空洞容器中の空気を励振させたときの共鳴音の発音状態を図4に示す。図4はパイプ長さ $l=80$ mm, 内径 $2r_1=50$ mm, 外径 $2r_2=56$ mm のパイプを用いてスピーカ高さは $H=82$ mm としたときの周波数、音圧ピーク、空洞部長さの関係を表した図である。各水位全般にわたって共鳴音は1倍音から3倍音まできれいに現れるが、2, 3倍音とも基準共鳴周波数に比べて音圧レベルが小さい。水位が約200 mm 以上になると約900 Hz 付近に別の音圧ピークが現れる。これは空洞容器のくび部を含まない空洞部を両端閉口パイプと見なしたときの共鳴周波数の音圧ピークであると考えられる。しかし、空洞共鳴の音圧ピークに比べて両端閉口パイプの共鳴音の音圧ピークが小さいため空洞共鳴の周波数測定には何らの支障もない。もし空洞共鳴より両端閉口パイプの音圧レベルが大きいときは、スピーカから発生させる音響にフィルターをかけて両端閉口パイプの共鳴周波数以上の音響を発生させないようにして、空洞容器内へ入射する両端閉口パイプの共鳴音の周波数の音圧レベ

図5 共鳴周波数と水位(体積)との関係
($l=50$ mm, $2r_1=30$ mm, $2r_2=35$ mm, $H=82$ mm)

ルを小さくすればよい。

4.3 実験値と計算値との比較 実験はパイプ寸法を種々変化させて共鳴周波数と円筒空洞容器内の水位(体積)の測定を行い、その結果を示したのが図5および図6である。ここで、図5はパイプ寸法が長さ $l=50$ mm, 内径 $2r_1=30$ mm, 外径 $2r_2=35$ mm のパイプを用いて、スピーカ高さを $H=82$ mm にしたときの共鳴周波数と容器内の液体の水位(体積)との関係を表した図である。実線で表されている Calculations 1 は次式で表される従来の Helmholtz の共鳴理論の理論式から求められる計算値である。

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi r_1^2}{V(1+(E_1+E_2)r_1)}} \quad (\text{Hz}) \cdots \cdots (5)$$

ここで、 $V (= \pi r_2^2 h)$ は空洞容器の体積、 E_2 は空洞側の端補正で Benade の実験式による。なお、音速は $c=345.9$ m/s を用いた。また、+印で表される Calculations 2 は式(1)で求められる計算値を表しており、・印は実験値である。図5から明らかなように、このパイプ寸法条件を用いたときは式(1)、式(5)から求められる計算値と実験値はよい一致を示すが、図6に示すパイプ寸法が長さ $l=100$ mm, 内径 $2r_1=50$ mm, 外径 $2r_2=56$ mm のパイプを用いて、スピーカ高さを $H=82$ mm にしたときの共鳴周波数と容器内の液体の水位(体積)との関係を表した図では、式(1)の計算値は実験値とよく一致しているが、式(5)の計算値と実験値との間には全水位にわたりあまりよい一致はみられない。各種寸法のパイプで同様の実験をした結果、

式(5)により計算される共鳴周波数から液体の体積変化を求めることは可能であるがくび部のパイプ寸法や空洞部の寸法に制約を受けることがわかる。これは波長がこの空洞系の音響管1、音響管2の各寸法に比べて十分大きい場合の式(1)の近似式として式(5)が与えられているので、この影響が現れたためである。なお、図6に示される測定条件で実験値と式(1)の計算値との誤差は各測定水位において2%以内の精度であった。

5. 測定物の体積測定

本測定法による空洞容器内の液体の体積測定法を用いて、形状にこだわらないある体積を持った個体の体積を測定することができる。本測定法は空洞容器内にある体積を持った物体を容器内部に納めたとき発生した共鳴周波数と物体が空洞容器内に納められていないとき、つまり容器内が空のときの共鳴周波数との差により容器内に納められた物体の体積を測定するものである。この体積測定の理論式には式(1)を用いているが、この理論式は音響管より求められるため音響管中に障害物がある場合、障害物は音波の反射、散乱などをおこすため空洞容器に納められた物体の体積を測定するのにこの理論式を用いるとこれらの影響が現れることが懸念される。そこで、空洞容器内に納められた物体の位置や体積が同じでも複数個に分割したときに測定される共鳴周波数から求められる物体の体積のこれらの測定条件による影響を調べた。

容器内の物体の体積を次のようにして求める。

(1) 式の虚数部を零とおいて空洞部の長さ h を求めると次式になる。

$$h = \frac{c}{2\pi f} \tan^{-1} \left\{ \frac{S_1/S_2}{\tan(2\pi f l/c)} \right\} \quad (\text{m}) \cdots (6)$$

図6 共鳴周波数と水位(体積)との関係
($l=100$ mm, $2r_1=50$ mm, $2r_2=56$ mm, $H=82$ mm)

図7 e_c と空洞部長さとの関係
($l=100$ mm, $2r_1=50$ mm, $2r_2=56$ mm)

容器内に測定物のあるときの共鳴周波数を f_a 、容器内が空のときの共鳴周波数を f_b として式(6)より得られるそれぞれの空洞部長さを h_a, h_b とすると測定物の体積 V_h は次式で表される。

$$V_h = (h_b - h_a) S_z \quad (\text{m}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

なお、実験は $h=139 \text{ mm}$ 、スピーカ高さ $H=82 \text{ mm}$ 、使用したくび部にあたるパイプ寸法は長さ $l=100 \text{ mm}$ 、内径 $2r_1=50 \text{ mm}$ 、外径 $2r_2=56 \text{ mm}$ のパイプである。図7は式(1)から求められる理論共鳴周波数に対応する端補正と空洞部長さの関係を表した図で、空洞側の端補正は $h=139 \text{ mm}$ のときの値を用いた。

5・1 空洞容器中の物体の位置による影響 実験では共鳴周波数により求められる測定物の体積と比較するために容器内へ入れる測定物の形状の寸法をマイクロメータなどの精度の高い測定機器で容易に計測が

図8 測定物の形状

(A) 測定物の配置

(B) 誤差と測定物の配置との関係

図9 測定物の配置における誤差の影響 ($V_0=160\,000 \text{ mm}^3$)

でき、かつ精密な体積を求めるために測定物の形状に直方体を選択した。図8は実験で用いた測定物の形状と各寸法を示す。図中の1~3の番号は各面を表している。測定物の各寸法は $a=40 \text{ mm}$ 、 $c=80 \text{ mm}$ にして $b=30\sim60 \text{ mm}$ に変化させて実験を行った。その実験結果の一部を図9に示す。図9(A)は容器の中を実験装置の真上から見たときの測定物の位置と面を表している。図9(B)は測定物が置かれた条件とマイクロメータにより計測、計算された体積 V_0 と共鳴周波数により求められる体積 V_h との誤差の関係を表した図である。この図から明らかなようにその誤差は測定物の置かれた条件によって多少のばらつきはあるものの(e)、(f)を除くと $\pm 2\%$ 以内である。しかし、上を向いている面が同一で、かつ測定物の高さが変化しない場合は測定物の位置が変化しても誤差はあまり大きな変化はない。面3の状態で測定物が置かれた場合[(e)、(f)]の誤差は他の面に比べて少し大きい値を示しており、測定された共鳴周波数により求められる体積が少し小さくなることを表している。これは実験を行ったすべての測定物において共通して現れた現象で、この理由としては上面3の場合、空洞容器の上ぶたの内面から面3までの距離は測定物の形状から面1、2の場合に比べて短いために、くび部パイプの空洞側の端補正に与える影響が大きくなるためである。正確

(A) 測定物の配置

(B) 誤差と測定物の配置との関係

図10 測定物の配置における誤差の影響
(a~d: $V_0=128\,000 \text{ mm}^3$ e~h: $V_0=160\,000 \text{ mm}^3$)

図 11 共鳴周波数と測定物の体積との関係
($l=100$ mm, $2r_1=50$ mm, $2r_2=56$ mm, $H=82$ mm)

な体積測定を行うには空洞側の端補正の値がほぼ一定となる空洞部長さの範囲に測定物が容器内に納まるようにしなければならない。測定物をくび部のパイプの空洞側の開口端からある程度の距離を離すことが必要である。

5.2 空洞容器中の物体の個数による影響 図 10 は容器内に入れる測定物をランダムに置いたときの測定物の配置図とその実験結果を表している。容器内に入れる測定物の寸法を $a=40$ mm, $c=80$ mm にして b の寸法を種々変化させた測定物を製作しそれらの体積の合計が $V_0=128\,000$ mm³, $V_0=160\,000$ mm³ になるようにした。図 10(A)には参考のためいくつかの測定物の配置条件を示す。図 10(B)は各測定物の配置に対応する条件と誤差の関係を表している。(a)～(d)は $V_0=128\,000$ mm³, (e)～(h)は $V_0=160\,000$ mm³ である。この場合も同様に条件によるばらつきはあるものの図 10(B)から明らかなようにそれらの誤差は $\pm 2\%$ 以内であり比較的高い測定精度である。

図 11 は空洞部の長さを $h=179$ mm に設定して体積が $32\,000$ mm³ の測定物を徐々に加えたときの共鳴周波数と計算値の関係を表した図である。この図から明らかなように測定物の体積が小さいときは計算値と実験値はよい一致を示すが体積が大きくなるに従って計算値と実験値は離れていく。これは測定物が容器内で積み上げられていくことにより測定物とパイプの空洞側の開口端の接近により空洞側の端補正に影響を与えるためである。また、共鳴周波数と液体の体積変化との関係と同様に、容器内に個体の測定物を入れた場合にも測定物の体積による共鳴周波数の変化が得られ

た。したがって、これらの実験結果より形状にこだわらない物体の体積測定にも有効であると考えられる。しかし、この体積測定方法により表面が音響のエネルギーを吸収しやすいもの(毛繊維など)に覆われている場合や表面形状に鋭利な切込みがある場合の極端な体積測定には多少の問題があるものと考えられる。また、この測定方法を利用することにより体積が時間とともに変化する場合や動物などのように常に移動している場合でもそれらの体積の測定は可能である。

6. おわりに

外部音源にスピーカを用いスピーカから放射する音響により空洞容器内の空気を励振させ、発生する共鳴音の周波数を用いて、空洞容器内の液体の体積変化の測定や個体物体の体積測定を行う実験をした結果、次のことが明らかになった。

(1) 圧縮空気により空洞容器内の空気を励振させ空洞容器の共鳴周波数を測定する場合と同様に音源にスピーカを用いた場合も体積測定が可能であり、測定装置も簡単である。

(2) くび部パイプ寸法が波長に比べて無視できなくなる場合、音響管の終端に空洞部を有する空洞系とした理論式により求められる計算値と実験値は各種寸法のパイプに対してよい一致を示した。

(3) スピーカを音源にした場合でも共鳴音の音圧レベルは高いピークが得られ、外部からの音響の影響を受けずに共鳴周波数の測定を行うことができる。

(4) 本測定方法を利用して空洞容器内に納められた測定物の体積を測定した結果、体積の誤差は $\pm 2\%$ 以内であった。この測定方法を用いればある程度の測定物の形状にこだわらない体積測定が可能であり、比較的高い測定精度も有している。しかし、くび部パイプの空洞側の端補正に影響を与えないように測定物とパイプ開口端の間はある程度の距離が必要である。

(5) 測定環境の温度変化は空洞共鳴の周波数を変化させるが、空洞容器のくび部パイプの共鳴周波数も同時に得られるので、この共鳴周波数と空洞共鳴周波数との比を取ることで温度の影響を受ける音速の項が相殺されるため、温度変化の伴う場所においても本測定法の使用は可能である。

文 献

- (1) 一宮・遠藤, 機論, 57-533, C (1991), 332.
- (2) Benade, A. H., *J. Acoust. Soc. Am.*, 41 (1967), 1609.
- (3) 池谷・久野・鹿野, 音響学会誌, 25 (1969), 248.
- (4) 泉・成清, 音響学会誌, 46 (1990), 559.