微小滑りに対する内部スティフネスの安定効果について*

三 村 宣 治^{*1}, 舟 橋 康 行^{*2}The Stabilizing Effects of Internal Stiffness for Small Sliding
in Contact Points

Nobuharu MIMURA and Yasuyuki FUNAHASHI

Small sliding in contact points of fingertips is investigated in this paper. The grasp-stabilizing method with internal stiffness is proposed and its stabilizing effect is shown for a planar three-fingered hand. The grasp-stabilizing conditions by the internal stiffness are shown, and an optimal grasp which is different from a conventional point of view is discussed. Finally the stabilizing effects by the internal stiffness are illustrated by numerical examples.

Key Words: Robot Hand, Three-fingered Hand, Planar Grasp, Small Sliding, Internal Stiffness

1. 結 言

近年, 多指多自由度のハンド機構によってより複雑な作業を行おうとする研究が増えつつある^{(1)~(5)}. 多指多自由度ハンドでは, 幾何学的に許される範囲内で指先位置を自由に変えることができ, このことが多指多自由度ハンドに高い対象物操作性をもたらしている. しかし, このことはある特定の対象物に対しては把握に関し冗長な自由度を有することになり, 指先位置や力などを適切に計画・制御し, 把握が常に安定になるようにしなければならないことを意味している.

対象物はハンドとの接触によって拘束されるが, 通常このときの拘束力は接触点の摩擦により発生する. 対象物に接触するハンドの指先が理想的な点でかつ滑りがない場合には, 各接触点における指先力を摩擦制約の範囲内に保つように制御すれば良い. しかし実際のハンドは指先が点ではなく, 接触点位置および指先力の決定が困難となる. このため指先において摩擦制約が破られ滑りが発生する場合があります, この滑りを考慮した解析はさまざまな実作業で重要となる.

従来, 中村ら⁽⁶⁾は接触点における摩擦制約条件を考慮し, 指先力および協調的操り可能性について論じている. しかし, 指先を点と仮定し, また接触点の滑りを考慮していない.

Kerr ら⁽⁷⁾, Cole ら⁽⁸⁾は, 指先が物体に対し滑りのない転がりを行うとして接触点の移動を考慮した解析を行っている. しかし, 接触点が摩擦制約条件を破ることにより滑りが発生する場合は考察していない.

Salisbury ら⁽⁹⁾は対象物のコンプライアンスセンタに関する釣合いを論じ, 内部スティフネスの概念を導入している. しかし, この内部スティフネスの概念は対象物のスティフネスとハンドの指のスティフネスとの関係を表すため数学的に導入したものであり, その物理的な性質に関してはほとんど言及していない.

Kao ら⁽¹⁰⁾は指先を積極的に滑らすことにより, 対象物を操る方法について報告している. しかし, 指先の滑りと内部スティフネスの関係については言及していない.

本論文では, 外力に抗して3本の指で2次元対象物を把握している際に滑りが発生した場合, 内部スティフネスが把握に与える影響について解析する. ある条件下では内部スティフネスが滑りを抑制し, 把握を再び安定化する効果のあることを示す. また, 内部ステ

* 原稿受付 平成3年5月17日.

^{*1} 正員, (株)豊田中央研究所 (〒480-11 愛知県愛知郡長久手町長湫横道 41-1).^{*2} 正員, 名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町).

ィフネスにより把握の安定化が達成される条件を明らかにし、従来とは異なる観点による把握の最適性を論じる。

2. 基礎方程式

本章では、対象物と指との接触点において微小な滑りが発生した場合の力の釣合い問題を考える。問題の見通しを良くするため次の仮定を設ける。

[仮定 1]

- 1) 指と対象物とは点接触し、摩擦がある。ただし、対象物は剛体であり、接触点の滑りによる移動を許す。
- 2) 三つの接触点は 1 直線上に並ばない。
- 3) 滑りは微小である。
- 4) 指触点における対象物表面の曲率は十分に小さい。

仮定 4) は接触点における滑りが微小であるとき、接触点における対象物表面の内法線方向が変化しないことを意味する。

2.1 最大静止摩擦力による拘束 第 i 接触点における対象物表面の形状は、その点における内向き単位法線ベクトル $\mathbf{n}_i$ で代表させることができる。摩擦コーンに沿う方向の摩擦境界ベクトル $\mathbf{c}_{ir}$, $\mathbf{c}_{il}$ はその点における内法線ベクトル $\mathbf{n}_i$ および最大静止摩擦係数 μ_i を用いて表すことができる (図 1)。

$$\mathbf{c}_{ir} = \mathbf{n}_i + \mu_i \mathbf{n}_{ti} \quad (1)$$

$$\mathbf{c}_{il} = \mathbf{n}_i - \mu_i \mathbf{n}_{ti} \quad (2)$$

ただし、

$$\mathbf{n}_{ti} = \mathbf{A}_{(90)} \mathbf{n}_i$$

$\mathbf{A}_{(90)}$: ベクトルを反時計回りに 90° 回転させる回転行列。

第 i 接触点における指先力ベクトル $\mathbf{f}_i$ が摩擦コーン内部 (二つの摩擦境界ベクトル $\mathbf{c}_{ir}$, $\mathbf{c}_{il}$ に挟まれた領域)

図 1 接触点

域) に存在するとき、滑りは発生しない。

2.2 外力と内力 3 本指ハンドと対象物を図 2 に示す。図において、 Σ_0 は対象物の適当な位置に固定した対象物座標系、 $\mathbf{r}_i = [r_{ix} \ r_{iy}]^T$ は Σ_0 の原点から第 i 接触点までの位置ベクトル、 $\mathbf{f}_i$ は第 i 指の指先から対象物に加えられる指先力を表す。各接触点において摩擦制約条件が満足され、 Σ_0 の原点に作用する外力 $\mathbf{F}_0 = [F_{0x} \ F_{0y} \ F_{0z}]^T$ と指力 $\mathbf{f} = [f_1^T \ f_2^T \ f_3^T]^T$ とが静的釣合い状態にある場合には次の関係が成立する。

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{W} \mathbf{f} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{W}$ は把握行列であり、次式により定義される。

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1 \ \mathbf{W}_2 \ \mathbf{W}_3] \quad (4)$$

ただし、

$$\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -r_{iy} & r_{ix} \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, 3$$

式 (3) を指力 $\mathbf{f}$ について解くと次式となる。

$$\mathbf{f} = \mathbf{W}^+ \mathbf{F}_0 + \mathbf{N} \boldsymbol{\lambda} \quad (5)$$

ここで、

$$\mathbf{W}^+ = \mathbf{W}^T (\mathbf{W} \mathbf{W}^T)^{-1}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]^T$$

$\mathbf{N}$ は $\mathbf{W}$ の零空間を表す行列であり次式で与えられる。

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & 0 & -\mathbf{e}_3 \\ -\mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ただし、

$$\mathbf{e}_i = (\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i) / \|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i\|, \quad i=1, 2, 3 \quad (7)$$

である。ここで、添字 i が $i > 3$ のとき i を $i-3$ と解釈する。式 (5) において、右辺第 1 項が指力 $\mathbf{f}$ の外力成分を、第 2 項が内力成分を表す。また、 λ_i は接触点 i と $i+1$ の間の指力を表す。指力 $\mathbf{f}$ の外力成分を $\mathbf{f}_m$,

図 2 3 本指ハンドと対象物

内力成分を f_o とおく。

$$f_m = W^T F_o \dots\dots\dots (8)$$

$$f_o = N\lambda \dots\dots\dots (9)$$

2.3 外部スティフネスと内部スティフネス 式

(3)のように外力 F_o と指力 f との静的釣合い状態にある系が、外力の微小変化により新しい静的釣合い状態に移る場合を考える。すなわち、

$$F_o \rightarrow F_o + \Delta F_o$$

となった場合である。このとき指力 f が変化しなければ釣合い状態が破れ、系は安定でない。そこで外力変化に対して系を安定化するために、次に示すような仮想的なスティフネスを発生するようにハンドが制御されている場合を考える。

$$\Delta F_o = K \Delta X \dots\dots\dots (10)$$

$$\Delta \lambda = x \Delta \eta \dots\dots\dots (11)$$

ΔX は外力変化によって生じる対象物の変位 (外部変位)、 $\Delta \eta$ は接触点において滑りが発生した場合に生じる指間の相対変位 (内部変位)、 K は外部スティフネス、 x は内部スティフネスである。外力変化 ΔF_o に対する指力変化 Δf との間には式(3)より次の関係が成立する。

$$\Delta F_o = W \Delta f_m + \Delta W f \dots\dots\dots (12)$$

ここで、

$$\Delta f = \Delta f_m + \Delta f_o$$

$$\Delta f_m : \Delta f \text{ の外力成分, } \Delta f_m = W^T \Delta F_o$$

$$\Delta f_o : \Delta F \text{ の内力成分, } \Delta f_o = N \Delta \lambda$$

である。式(4)、(12)より明らかなように ΔW は外部変位 ΔX および内部変位 $\Delta \eta$ の結果生じる。

一般に、式(12)の右辺第2項は第1項に比べて小さいとは限らないが、ここでは問題の見通しを良くするため次の仮定が成立する場合に限定する。

[仮定2]

ハンドに設定されている外部スティフネス K および内部スティフネス x が十分大きく、外力変化によって生じる外部および内部変位 ΔX 、 $\Delta \eta$ が微小であり、その結果式(12)において右辺第2項が第1項に比べて十分小さい。すなわち、

$$\Delta F_o = W \Delta f_m \dots\dots\dots (13)$$

とおける。

3. 外力変化に対する内部スティフネスの効果

3.1 すべての指が滑らない条件 ある静的釣合い状態 (初期把握条件) にある系において、外力 F_o が変化しても各接触点において指力が摩擦制約条件を満足すれば滑りは発生しない。本節では、外力 F_o の変化に対し、滑りが発生しない条件について考察する。

外力変化 ΔF_o を次のように書く。

$$\Delta F_o = a e_F \dots\dots\dots (14)$$

単位一般化力ベクトル e_F に対する指力変化 Δf_e は、

$$\Delta f_e = W^T e_F \dots\dots\dots (15)$$

なので結局、

$$\Delta f_m = W^T F_o = a \Delta f_e \dots\dots\dots (16)$$

となる。初期把握条件において、各指力 f_i は摩擦コーン内にあり、 e_F 方向の外力変化に対し指力は Δf_e 方向に変化する。各接触点における摩擦制約条件の境界は二つのベクトル c_{ir} 、 c_{it} で表される。 e_F 方向の外力変化に対し、指力 $f_i + a \Delta f_{ei}$ がいずれかの摩擦境界ベクトルを越えたとき滑りが発生する。

そこで、指力変化 Δf_{ei} に対し破られる可能性のある摩擦境界ベクトル c_i を考える。指力変化ベクトル Δf_{ei} は初期指力ベクトル f_i を起点としたベクトルである。領域をベクトル f_i を境界として左右に分けたとき、摩擦境界ベクトル c_{ir} 、 c_{it} は分割したそれぞれの領域に含まれる。したがって、ベクトル Δf_{ei} が含まれる領域に存在する摩擦境界ベクトルが破られる可能性のある摩擦境界ベクトル c_i となる。すなわち

$$c_i = n_i + \text{sgn} \{ \Delta f_{ei}^T (A_{(90)} f_i) \} \mu_i n_{ti} \dots\dots\dots (17)$$

ただし、

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \geq 0 \\ -1 & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

摩擦境界ベクトル c_i と初期指力ベクトル f_i とに挟まれる領域を S_c 、ベクトル c_i を f_i の先端に平行移動したベクトル c'_i とベクトル f_i とで挟まれる領域を S_n で表す。第 i 接触点において滑りが発生しないための必要十分条件は、指力変化 $a \Delta f_{ei}$ が摩擦境界ベクトル c_i と交差しないことである。すなわち

$$f_i + a \Delta f_{ei} \in S_c \dots\dots\dots (18)$$

である。これを、摩擦境界ベクトル c_i を用いて表すと、

図3 外力変化にともなう指力変化

$$\text{sgn}\{\Delta f_{ei}^T(A_{(90)}f_i)\}(f_i + a\Delta f_{ei})^T(A_{(90)}c_i) \leq 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

である (図3)。条件(19)を満足し、かつ、

$$\Delta f_{ei} \in S_n$$

の場合、すなわち

$$\text{sgn}\{\Delta f_{ei}^T(A_{(90)}f_i)\}\Delta f_{ei}^T(A_{(90)}c_i) > 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

にのみ、指力変化の大きさ a に上限が存在する。式(19)より a の上限値 a_{mi} は、

$$\begin{aligned} a &\leq a_{mi} \\ &= -\frac{\text{sgn}\{\Delta f_{ei}^T(A_{(90)}f_i)\}f_i^T(A_{(90)}c_i)}{\text{sgn}\{\Delta f_{ei}^T(A_{(90)}f_i)\}\Delta f_{ei}^T(A_{(90)}c_i)} \\ &= -\frac{f_i^T(A_{(90)}c_i)}{\Delta f_{ei}^T(A_{(90)}c_i)}, \quad i=1, 2, 3 \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

である。すべての接触点において滑りが発生しないための外力変化の大きさの限界値 a_m は、

$$a_m = \min(a_{m1}, a_{m2}, a_{m3}) \quad \dots\dots\dots (22)$$

である。結局、

外力変化 $a\mathbf{e}_F$ に対しすべての接触点において滑りが発生しない条件は、

$$a \leq a_m \quad \dots\dots\dots (23)$$

である。

上記の a_m は初期把握において $\mathbf{e}_F$ 方向の外力変化に対して滑らない余裕を表す。以後、‘外力余裕’と呼ぶ。

3・2 滑りが発生する場合

3・2・1 一つの接触点において滑りが発生する場合

$\mathbf{e}_F$ 方向の外力の増大により、三つの接触点のうち1点のみが滑り始める場合を考える。すなわち、式(22)を満足する接触点の一つだけの場合である。記述の簡略化のため、その接触点を1番めの接触点とする。すなわち、

$$a_m = a_{m1} < a_{m2}, a_{m3} \quad \dots\dots\dots (24)$$

であるとする。第1接触点において滑りが発生すると、第1と第2指間および第1と第3指間距離が変化する。

図4 内部スティフネスによる指力の変化
(一つの接触点において滑りが発生する場合)

る。このとき式(11)に示したような仮想的な内部スティフネスが設定されておれば、滑りによる指間の相対変位により内力変化が発生し、指力に変化する (図4)。したがって、滑りが発生した場合の指力変化 $\Delta \mathbf{f}$ は次式で表される。

$$\Delta \mathbf{f} = a\Delta \mathbf{f}_e + \Delta \mathbf{f}_g \quad \dots\dots\dots (25)$$

滑りが発生してからの指力変化を $\Delta \mathbf{f}_g$ とする。 $\Delta \mathbf{f}_g$ は摩擦境界ベクトル $\mathbf{c}_1$ と同一方向となり、

$$\Delta \mathbf{f}_g = (a - a_m)\Delta \mathbf{f}_e + \Delta \mathbf{f}_g \quad \dots\dots\dots (26)$$

で与えられる。

第1接触点において指先が対象物表面から離れないための条件は、 $\Delta \mathbf{f}_{g1}$ が図4の斜線部にあることである。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{sgn}\{\Delta f_{e1}^T(A_{(90)}f_1)\}\Delta f_{g1}^T(A_{(90)}c_1) &< 0, \\ (f_1 + \Delta f_1)n_1 &\geq 0 \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

このとき、仮定1)~4)により、指先が対象物表面上を滑りその滑り量が微小な場合には、滑り方向は変化しない。滑り方向の単位ベクトル $\mathbf{n}_{s1}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{n}_{s1} = \text{sgn}\{\Delta f_{e1}^T(A_{(90)}f_1)\}\mathbf{n}_{t1} \quad \dots\dots\dots (28)$$

また滑り量 Δs_1 は

$$\Delta s_1 = s_1 \mathbf{n}_{s1}, \quad s_1 \geq 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

である。指の滑り方向が変化しなければ、式(11)より指力変化 $\Delta \mathbf{f}_1$ の内力成分 $\Delta \mathbf{f}_{g1}$ の方向も変化せず、次式が成立する。

$$\Delta \mathbf{f}_{g1} = s_1\{x_1(\mathbf{e}_1^T \cdot \mathbf{n}_{s1})\mathbf{e}_1 - x_3(\mathbf{e}_3^T \cdot \mathbf{n}_{s1})\mathbf{e}_3\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

他の2本の指力がそれぞれ摩擦制約条件を満足している範囲においては、滑りが発生したときの指力変化ベクトル $\Delta \mathbf{f}_{s1}$ の方向は摩擦境界ベクトルの方向に一致する (図4参照)。指力変化ベクトル $(a - a_m)\Delta \mathbf{f}_{e1}$ に対しベクトル $\Delta \mathbf{f}_{s1}$ および $\Delta \mathbf{f}_{g1}$ の方向は一定なので、 $\Delta \mathbf{f}_{s1}$ と $\Delta \mathbf{f}_{e1}$ および $\Delta \mathbf{f}_{g1}$ とのなす角をそれぞれ θ_{se1} および θ_{sg1} とすると、これらの角度は一定で次式が成立する。

$$\|(a - a_m)\Delta \mathbf{f}_{e1}\|/\sin \theta_{sg1} = \|\Delta \mathbf{f}_{g1}\|/\sin \theta_{se1} \quad \dots\dots\dots (31)$$

式(20)~(31)より、

$$\begin{aligned} s_1 &= (a - a_m)s'_1, \\ s'_1 &= \frac{\|\Delta \mathbf{f}_{e1}\| \sin \theta_{se1}}{\|x_1(\mathbf{e}_1^T \cdot \mathbf{n}_{s1})\mathbf{e}_1 - x_3(\mathbf{e}_3^T \cdot \mathbf{n}_{s1})\mathbf{e}_3\| \sin \theta_{sg1}} \quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

結局、

他の2本の指力がそれぞれ摩擦制約条件を満足している範囲においては、滑りが発生した指の滑り量および内力変化量は指力の外力成分変化量 $a - a_m$ に比例する。すなわち、内部スティフネスの効果により指

の滑り量が有限範囲内に限定され、系が安定化する。

指1の滑りは、外力変化の増加に対し他の指が滑り始めるまで持続する。指2, 3が滑り始めるのは、指2, 3の指力が摩擦境界を越えたときである。指2, 3の指力 f_{s2} , f_{s3} は次式で表される。

$$f_{s2} = f_2 + a\Delta f_{e2} + \Delta f_{\theta 2} \quad (33)$$

$$f_{s3} = f_3 + a\Delta f_{e3} + \Delta f_{\theta 3} \quad (34)$$

ここで、

$$\Delta f_{\theta 2} = -(a - a_m) s_1 x_1 (e_1^T n_{s1}) e_1$$

$$\Delta f_{\theta 3} = (a - a_m) s_1 x_3 (e_3^T n_{s1}) e_3$$

である。指2, 3の摩擦境界にする条件は、3・1節の場合と同様に決定できる。すなわち、次の場合にのみ指力変化の大きさ a に上限が存在する。

$$s_{gi}(\Delta f_{ei}^T A_{(90)} c_{si}) > 0, \quad i=2, 3 \quad (35)$$

ただし、

$$c_{si} = n_i + s_{gi} \mu_i n_{ti},$$

$$s_{gi} = \text{sgn} \{ \Delta f_{ei}^T (A_{(90)} f_i') \}$$

$$f_i' = f_i + a_m \Delta f_{ei}$$

$$\Delta f_{ei} = \Delta f_{ei} + \Delta f_{\theta i} / (a - a_m)$$

である。このとき、指力変化の大きさ a に対する条件は、

$$\text{sgn} \{ \Delta f_{ei}^T (A_{(90)} f_i') \} \{ f_i' + (a - a_m) \Delta f_{ei} \}^T A_{(90)} c_{si} \leq 0 \quad (36)$$

である。式(36)より a の上限値 $a_{si} (i=2, 3)$ は、

$$a \leq a_{s2} = a_m - \frac{f_2^T (A_{(90)} c_{s2})}{\Delta f_{e2}^T (A_{(90)} c_{s2})} \quad (37)$$

$$a \leq a_{s3} = a_m - \frac{f_3^T (A_{(90)} c_{s3})}{\Delta f_{e3}^T (A_{(90)} c_{s3})} \quad (38)$$

である。よって指2, 3がどちらも滑らない条件は次式で表される。

$$a_m < a \leq a_s = \min(a_{s2}, a_{s3}) \quad (39)$$

なお、指1が接触点より離れない条件は式(25), (27)より明かなように、 $\Delta f_{\theta 1}$ の方向により決定され

る。3つの指が一直線上に並ばない場合には、 $\Delta f_{\theta 1}$ の方向は内部スティフネス値 x_1, x_3 により決定される。特に、 x_1, x_3 が正值だけでなく負値をとることを許せば、 $\Delta f_{\theta 1}$ は任意の方向に設定可能である。 x_1, x_3 が負値をとることを許せば、外力変化の方向 e_F があらかじめ予想される場合、式(39)を満足するように内部スティフネス値 x_1, x_3 を設定することが常に可能となる。

3・3・2 二つの接触点において滑りが発生する場合

e_F 方向外力がさらに増大し、 $a > a_s$ となる場合を考える。このとき、三つの接触点のうち2点において摩擦制約条件に達し、二つの接触点で同時に滑る(図5)。記述の簡略化のため、その接触点を第1および第2番めの接触点とする。第1および第2接触点において滑りが発生すると、すべての指間距離が変化する。このとき式(11)に示したような仮想的な内部スティフネスが設定されておれば、滑りによる指間の相対変位により内力変化が発生し、指力が変化する。

第1および第2接触点において指先が対象物表面から離れないための条件は次式で表される。

$$\text{sgn} \{ \Delta f_{ei}^T (A_{(90)} f_i) \} \Delta f_{\theta i}^T (A_{(90)} c_i) < 0, \\ (f_i + \Delta f_i) n_i \geq 0, \quad i=1, 2 \quad (40)$$

滑りが発生した場合の指力変化 Δf_e および滑りが発生してからの指力変化 Δf_s は一つの指が滑る場合と同様に式(26)で表される。滑り方向の単位ベクトル $n_{si} (i=1, 2)$ は、次式で与えられる。

$$n_{si} = \text{sgn} \{ \Delta f_{ei}^T (A_{(90)} f_i) \} n_{ti}, \quad i=1, 2 \quad (41)$$

また滑り量 $\Delta s_i, (i=1, 2)$ は

$$\Delta s_1 = (s_0 + s_{s1}) n_{s1} \quad (42)$$

$$\Delta s_2 = s_{s2} n_{s2} \quad (43)$$

ただし、

s_0 : 第2接触点が滑り始めたときの第1接触点の滑り量

s_{s1} : 二つの接触点において滑りが生じたときからの滑り量

$$s_0, s_{si} > 0$$

である。二つの接触点において滑りが生じてからの指力変化を Δf_{si} , 内力変化を $\Delta f_{\theta i}$ とすると、

$$\Delta f_{si} = (a - a_s) \Delta f_{ei} + \Delta f_{\theta i} \quad (44)$$

である。指の滑り方向が変化しないので、 $\Delta f_{\theta i}$ の方向も変化せず、次式が成立する。

$$c_s = s_{s2} / s_{s1} = \text{const} \quad (45)$$

$$\Delta f_{\theta 1} = x_1 \{ s_{s1} (e_1^T n_{s1}) - s_{s2} (e_1^T n_{s2}) \} e_1 \\ - x_3 s_{s1} (e_3^T n_{s1}) e_3 \quad (46)$$

$$\Delta f_{\theta 2} = -x_1 \{ s_{s1} (e_2^T n_{s1}) - s_{s2} (e_2^T n_{s2}) \} e_1 \\ + x_2 s_{s2} \text{sgn} (e_2^T n_{s2}) e_2 \quad (47)$$

残りの指力が摩擦制約条件を満足している範囲におい

図5 内部スティフネスによる指力の変化

では、滑りが発生したとき、二つの指力変化ベクトル $\Delta \mathbf{f}_{si}$, ($i=1, 2$) の方向はそれぞれの接点における摩擦境界ベクトル方向に一致する。指力変化ベクトル $(a-a_s)\Delta \mathbf{f}_{ei}$, ($i=1, 2$) に対し、ベクトル $\Delta \mathbf{f}_{si}$ および $\Delta \mathbf{f}_{\theta i}$ の方向は一定なので、 $\Delta \mathbf{f}_{si}$ と $\Delta \mathbf{f}_{ei}$ および $\Delta \mathbf{f}_{\theta i}$ とのなす角をそれぞれ θ_{se1} および θ_{se2} とすると次式が成立する。

$$s_{s1} = (a - a_s) s'_{s1} \dots\dots\dots (48)$$

$$s_{s2} = (a - a_s) s'_{s2} \dots\dots\dots (49)$$

ただし、

$$\begin{aligned} s'_{s1} &= \|\Delta \mathbf{f}_{e1}\| \sin \theta_{se1} / \\ &\quad \|x_1 \mathbf{e}_1 \{(\mathbf{e}_1^T \mathbf{n}_{s1}) - c_s(\mathbf{e}_1^T \mathbf{n}_{s2})\} \\ &\quad - x_3 \mathbf{e}_3(\mathbf{e}_3^T \mathbf{n}_{s1})\| \sin \theta_{se1} \\ s'_{s2} &= (\|\Delta \mathbf{f}_{e2}\| \sin \theta_{se2}) / \\ &\quad \|-x_1 \mathbf{e}_1 \{(\mathbf{e}_1^T \mathbf{n}_{s1}) - c_s(\mathbf{e}_2^T \mathbf{n}_{s2})\} \\ &\quad + x_2 \mathbf{e}_2 c_s(\mathbf{e}_1^T \mathbf{n}_{s2})\| \sin \theta_{se2} \end{aligned}$$

結局、

残りの 1 本の指力が摩擦制約条件を満足している範囲においては、滑りが発生した 2 本の指の滑り量および内力変化量は指力の外力成分変化量 $a - a_s$ に比例する。すなわち、内部スティフネスの効果により指の滑り量が有限範囲内に限定され系が再び安定化する。

上記の指 1, 2 の滑りは、外力変化の増加に対し指 3 が滑り始めるまで持続する。指 3 が滑り始めるのは、その指力が摩擦境界に達したときである。指 3 の指力 $\mathbf{f}_{s3}$ は次式で表される。

$$\mathbf{f}_{s3} = \mathbf{f}_3 + a \Delta \mathbf{f}_{e3} + \Delta \mathbf{f}_{\theta 3} \dots\dots\dots (50)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{f}_{\theta 3} &= \{(a - a_s) s'_{s1} + s_o\} x_3 (\mathbf{e}_3^T \mathbf{n}_{s1}) \mathbf{e}_3 \\ &\quad - \{(a - a_s) s'_{s2} + s_o\} x_2 (\mathbf{e}_2^T \mathbf{n}_{s2}) \mathbf{e}_2 \dots\dots\dots (51) \end{aligned}$$

である。この場合にも指 3 の摩擦境界に対する条件は、3・1 節の場合と同様に決定できる。すなわち、次の場合にのみ指力変化の大きさ a に上限が存在する。

$$s_{\theta 3}(\Delta \mathbf{f}_{e3}^T \mathbf{A}_{(90)} \mathbf{c}_{s3}) > 0, \dots\dots\dots (52)$$

ただし、

$$\begin{aligned} c_{s3} &= \mathbf{n}_1 + s_{\theta 3} \mu_3 \mathbf{n}_{t3} \\ s_{\theta 3} &= \text{sgn}(\Delta \mathbf{f}_{e3}^T \mathbf{A}_{(90)} \mathbf{f}_3) \\ \mathbf{f}_3' &= \mathbf{f}_3 + a_s \Delta \mathbf{f}_{e3} \\ \Delta \mathbf{f}_{e3}' &= (a - a_s) \Delta \mathbf{f}_{e3} + \Delta \mathbf{f}_{\theta 3} \end{aligned}$$

である。 a の上限は

$$a \leq a_s - \frac{\mathbf{f}_3'^T (\mathbf{A}_{(90)} \mathbf{c}_{s3})}{\Delta \mathbf{f}_{e3}'^T (\mathbf{A}_{(90)} \mathbf{c}_{s3})} \dots\dots\dots (53)$$

である。式(53)の右辺を a'_s とおく。指 1, 2 が同時に滑り、指 3 が滑らない条件は次式で表される。

$$a_s < a \leq a'_s \dots\dots\dots (54)$$

外力がさらに増大すると指 3 も滑り始め、把握は安定でなくなる。したがって、 a'_s が内部スティフネスにより安定化可能な $\mathbf{e}_F$ 方向の外力変化の最大値である。式(53)を満足するように、 x_1, x_2, x_3 を決めることができる場合には常に安定化可能である。

内部スティフネスが設定されていない場合には、外力変化に対し一つの接点において指力が摩擦境界を越えたとき、系が安定でなくなる。内部スティフネスが設定されている場合には、すべての接点において指力が摩擦境界を越えるまで系は安定である。

以下に、内部スティフネスにより安定化可能の条件を明確にする。式(46), (47)を書き換える。

$$\Delta \mathbf{f}_{\theta 1} = x'_1 \mathbf{e}_1 - x'_3 \mathbf{e}_3 \dots\dots\dots (55)$$

$$\Delta \mathbf{f}_{\theta 2} = x'_2 \mathbf{e}_2 - x'_1 \mathbf{e}_1 \dots\dots\dots (56)$$

ただし、

$$x'_1 = x_1 \{s_{s1}(\mathbf{e}_1^T \mathbf{n}_{s1}) - s_{s2}(\mathbf{e}_1^T \mathbf{n}_{s2})\}$$

$$x'_2 = x_2 s_{s2}(\mathbf{e}_2^T \mathbf{n}_{s2})$$

$$x'_3 = x_3 s_{s1}(\mathbf{e}_3^T \mathbf{n}_{s1})$$

である。常に安定化できるのは、適当な x_1, x_2, x_3 を選ぶことにより $\Delta \mathbf{f}_{\theta 1}$ および $\Delta \mathbf{f}_{\theta 2}$ を任意に選択できることである。結局、

内部スティフネスにより常に安定化できるための必要十分条件は、

$$\textcircled{1} \quad \mathbf{e}_2^T \mathbf{n}_{s2} \neq 0 \dots\dots\dots (57)$$

$$\textcircled{2} \quad \mathbf{e}_3^T \mathbf{n}_{s1} \neq 0 \dots\dots\dots (58)$$

$$\textcircled{3} \quad \mathbf{e}_1^T \mathbf{n}_{s1} \neq 0 \text{ and/or } \mathbf{e}_2^T \mathbf{n}_{s2} \neq 0 \dots\dots\dots (59)$$

の 3 条件が同時に成立することである。

4. 数 値 計 算 例

外力変化に対する内部スティフネスの安定化効果を数値例により具体的に示す。図 6 に示す円形物体（半径 1）を 3 本指で把握する場合を考える。指は等間隔に配置され、各接点における摩擦係数を $\mu_i = \tan 30^\circ$, ($i=1, 2, 3$) とする。また座標系は図 6 に示すようにとる。簡単のため初期外力 $\mathbf{F}_0$ は円の中心に作用し、

図 6 円形対象物の把握

並進成分のみとする。すなわち、

$$\mathbf{F}_0 = [F_x \ F_y \ 0]^T \quad \dots\dots\dots (60)$$

このとき、

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (61)$$

$$\mathbf{W}^+ = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{6} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{6} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (62)$$

である。指力の外力成分 f_{mi} は式(8)を用いて決定できるが、内力成分 $f_{\theta i}$ は3自由度の任意性があるため、一意には決まらない。ここでは、摩擦制約条件のもとで指力を最小化するような内力を決定する最小指力⁽⁶⁾を用いる。

まず、初期外力 $\mathbf{F}_0$ が次の2種の場合を考える。

$$(a) \quad \mathbf{F}_0 = (1, 0, 0) \quad \dots\dots\dots (63)$$

$$(b) \quad \mathbf{F}_0 = (-1, 0, 0) \quad \dots\dots\dots (64)$$

各場合に対する指先力は、(a)の場合、

$$\mathbf{f}_m = \left[-\frac{1}{3} \ 0 \ 0 \ -\frac{1}{3} \ 0 \ 0 \ -\frac{1}{3} \ 0 \ 0 \right]^T \quad \dots\dots\dots (65)$$

$$\mathbf{f}_{\theta} = \left[-\frac{1}{6} \ -\frac{\sqrt{3}}{6} \ 0 \ \frac{1}{3} \ 0 \ 0 \ -\frac{1}{6} \ \frac{\sqrt{3}}{6} \ 0 \right]^T \quad \dots\dots\dots (66)$$

である。また、(b)の場合、

$$\mathbf{f}_m = \left[\frac{1}{3} \ 0 \ 0 \ \frac{1}{3} \ 0 \ 0 \ \frac{1}{3} \ 0 \ 0 \right]^T \quad \dots\dots\dots (67)$$

$$\mathbf{f}_{\theta} = \left[-\frac{1}{3} \ 0 \ 0 \ \frac{2}{3} \ 0 \ 0 \ -\frac{1}{3} \ 0 \ 0 \right]^T$$

図7 外力余裕の計算結果 [$e_F = (e_{Fx}, e_{Fy}, 0)$]

..... (68)

である。内部スティフネスが設定されていない場合の外力余裕の範囲を図7に示す。滑りの発生しない外力変化 $a_m e_F$ (外力余裕) の範囲が斜線の領域であり、初期外力の大きさ $\|\mathbf{F}_0\|$ で無次元化してある。図7(a)に示すように、最小指先力は、外力変化の方向によっては、余裕が零となる。それに対し、(b)の場合には、どの方向の外力変化に対しても余裕のない把握となる。ここで、(b)の場合のように内部スティフネスが設定されていない場合の余裕が零となる初期外力の領域を求めると、図8(a)の斜線の領域となる。このように、接触点の摩擦制約条件により最小指先力は、広範囲な初期外力に対して、余裕の全くない解が得られる。このような最小指力を求めても種々の誤差のため、安定な把握を実現することは困難である。中村らは、実際の摩擦係数 μ_i に安全率 $a_\mu (a_\mu \geq 1)$ を見込んだ摩擦係数、

$$\mu_{ei} = (1/a_\mu) \mu_i \quad \dots\dots\dots (69)$$

を用い最小指力を決定する方法を提案している。そこで、 $a_\mu = 2$ とした場合について、余裕が零となる初期外力の領域を求めると、図8(b)の斜線の領域となる。摩擦係数に安全率を見込んでも、余裕が零となる初期外力範囲が狭まるが零とはならない(零とするには安全率を ∞ にしなければならない)。このように、最小指力という設計基準による解は安定性に乏しい解の得られる場合が多い。

次に内部スティフネスを設定する方法を(a)および(b)の場合に適用した結果を図9に示す。本例では式(57)~(59)の条件を満足するため、適当な内部スティフネス $\mathbf{x}$ を選択することにより滑りが発生してもその滑り量のある有限値にとどめることが可能となる。図9において斜線 $\blacksquare$ で示した部分が $\mathbf{x}$ の成分 x_i , $i = 1, 2, 3$ をすべて正という条件下で滑り量を有限化可能な範囲であり、斜線 $\square$ の部分がそのような制限を取り去った場合である。このように、 $x_i > 0$, $i = 1, 2, 3$ の場合でも内部スティフネスを設定しない場合に比べ

図8 外力余裕が零となる初期外力範囲

図 9 内部スティフネスにより安定化可能な範囲

外力変化に対する余裕が増加する。また内部スティフネスが負値を取ることも許せば、この例の場合にはすべての並進方向の外力変化に対し安定化可能な範囲が無制限となり(実際には指関節を駆動するアクチュエータの発生可能最大トルクにより制限を受ける)、提案する方法の有効性が確認された。

以上に示したように、従来提案されているような摩擦制約を考慮した最適指力決定法では、最適指力が摩擦境界上で求まるため、外力の変化・誤差等により把握が不安定化しやすい。それに対し、本論文で検討したように、内部スティフネスを設定すれば各指の接触点において微小滑りが発生しても、その滑りが発散することなくある有限値にとどまるため把握が安定化する。

以上では、並進方向の外力変化のみを考えたが、本論文の方法はトルク変化のある場合にも有効である。1例として、図7(a)の場合でトルク変化を考慮した場合の外力余裕の計算結果を図10に示す。このようにトルク変化のある場合には、外力余裕は外力変化の各成分を座標軸にとったとき6面体の内部の領域となる。

5. 結 言

外力に抗して3本の指で2次元対象物を把握している際に滑りが発生した場合、内部スティフネスが把握に与える影響について解析し、内部スティフネスにより

図 10 外力余裕の計算結果 ($e_F = (e_{Fx}, e_{Fy}, e_{Fz})$)

把握の安定化が達成される条件を明らかにした。本論文の主な結果を以下に示す。

- (1) 把握対象物に作用する外力変化・誤差に対し、ハンドに内部スティフネスを設定すれば滑り量が有限となり把握を安定化できる場合がある。特に、内部スティフネスに負値をも許せば安定化できる範囲をさらに拡大できる。
- (2) 内部スティフネスを設定したとき安定化できるための条件を導出した。
- (3) 従来の接触点の摩擦係数に安全率を見込んで最適指先力を決定する方法では、外力変化の方向によっては全く余裕のない把握となることがあり、実用上問題のあることを示した。それに対し、本論文で提案した方法ではすべての外力変化方向に対し、余裕を与えることができることを示した。

文 献

- (1) Jacobsen, S. C., *IEEE Int. Conf. Rob. Aut.*, (1986), 1520.
- (2) Okada, T., *IEEE Trans., Syst., Man., Cybern.*, SMC-12-3, (1982), 289.
- (3) 浅田・花房, 計測自動制御学会論文集, 15-5(1979), 666.
- (4) Nguyen, V., *Proc. 1987 IEEE Int. Conf. Rob. Aut.*, (1987), 240.
- (5) 金子・ほか3名, 日本ロボット学会誌, 7-3(1988), 49.
- (6) 中村・ほか2名, 日本ロボット学会誌, 4-5(1986), 23.
- (7) Kerr, J. and Roth, B., *J. Rob. Res.*, 4-4(1986), 3.
- (8) Cole, A., Hauser, J. and Sastry, S., *IEEE Int. Conf. Rob. Aut.*, (1988), 228.
- (9) Salisbury, J. K. and Craig, J. J., *Int. J. Rob. Res.*, 1-1(1982), 4.
- (10) Kao, I. and Cutkosky, M. R., *1990 IEEE Int. Conf. Rob. Aut.*, (1990), 359.