2 自由度デジタル油圧サーボコントローラ的设计*
(アナログコントローラを離散化する場合の数値的検討)望月 宣宏*¹, 松井 隆*²A Design of Two-Degree-of-Freedom Digital
Controller for Hydraulic Servo Systems
(Numerical Investigation for Discretization
of Analogue Controller)

Yoshihiro MOCHIZUKI and Takashi MATSUI

In this paper, a design scheme for a two-degree-of-freedom (2-D-O-F) analogue controller for hydraulic servo systems is presented, and some problems accompanying the discretization of the controller are discussed. First, a forward dynamic characteristic of the system is designed so as to match a reference model, using pressure and velocity feedback. Then, the feedback characteristic is designed to eliminate a steady-state error for a step/ramp torque disturbance. The analogue controller mentioned above is discretized to be implemented digitally using a few discretizing formulae. Stability analyses are made for the systems with the respective discretized 2-D-O-F controllers to ensure stable characteristics of the systems. Responses of the system to desired step input and to torque disturbances are obtained numerically. Moreover, the effects of the dynamics of the servo valve on the stability of the system are discussed, and it is shown that compensation of the valve dynamics improves the stability and the feedback characteristics of the system.

Key Words : Two-Degree-of-Freedom Controller, Hydraulic Servo System, Digital Controller, Discretization, Stability, Numerical Analysis

1. 緒 言

2 自由度サーボコントローラの特徴は、目標値応答特性と、外乱抑制、パラメータ変動に対するロバスト性を規定するフィードバック特性をそれぞれ独立に設定し得ることにある^(1, 2)。この特徴を利用することにより、例えば直接駆動(DD)関節形ロボットのような機構的に低減衰、低固有振動数で、かつ各自由度間の干渉あるいは大きな負荷変動を有する系に対し、制御性能の改善が有効に成される可能性がある。実際、堀らは1リンク電動ロボットの駆動系に対し2自由度制御系を構成し、負荷変動に対するロバスト性の効果を報告している⁽³⁾。

本研究は、DD形油圧ロボットへの応用を目的として、1リンク油圧関節駆動系に対し、2自由度制御系のパラメトリゼーションに基づいて目標値応答特性をBessel参照モデルに一致させ、かつステップ状あるいはランブ状トルク外乱に対してロバストなフィードバック特性を有する油圧サーボ系の設計法を示したものである。ただし目標値応答特性の設計にはコントローラの簡単化のため、圧力、速度フィードバックを応用する。上記の設計は連続系を前提として設計したアナログコントローラをデジタル的に実現するために離散化する方法を用いる。このため、フィードバック特性を規定する自由パラメータの取り得る範囲に制約が生ずるので、

系の安定性を保証するために、自由パラメータの安定限界に及ばず離散化手法、及びサンプリング時間の影響についても検討する。なお上述の2自由度コントローラの設計は実際の系に含まれるサーボ弁動特性および非線形性を無視した制御対象モデルに基づいて行なわれたが、弁動特性および非線形性が閉ループ系の特性に及ぼす影響を解析し、弁動特性をデジタル的に補償した場合の効果についても検討を行う。

なお本研究は実験にはいる前段階として数値的解析による検討を行ったものである。

2. 2 自由度コントローラ的设计

2.1 制御対象モデル 制御対象として油圧ベーンモータに直結された慣性負荷を電気油圧サーボ弁で駆動する油圧サーボ系を考える。弁流量特性を線形化し、サーボ増幅器の飽和特性を無視した近似線形化系の方程式は次のように与えられる。

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + \mu \frac{dy}{dt} = \tau = D_v P_L \quad (1)$$

$$\frac{V_T}{4\kappa} \frac{dP_L}{dt} = Q_L - D_v \frac{dy}{dt} - k_l P_L \quad (2)$$

$$Q_L = k_z x_s - k_p P_L \quad (3)$$

$$\frac{d^2 x_s}{dt^2} + 2\zeta_v \omega_v \frac{dx_s}{dt} + \omega_v^2 x_s = \omega_v^2 K_A u \quad (4)$$

ここに M , μ はそれぞれリンクの慣性モーメントおよび粘性摩擦係数, τ はモータ出力トルク, V_T , D_v はモータ

* 原稿受付 平成3年5月20日。

¹ 正員, 静岡大学大学院 (〒432 浜松市城北 3-5-1)。² 正員, 静岡大学工学部。

図1 2自由度制御系

内全容積(ベーンで仕切られた両側容積を $V_T/2$ と仮定)と吐き出し量, κ は作動油の体積弾性係数, P_L , Q_L は負荷圧力および負荷流量, k_l はモータ内部漏れ係数, y はモータ軸回転角, k_x はサーボ弁変位に対する流量ゲイン, k_p は圧力に対する流量ゲイン, x_s はサーボ弁スプール変位, ζ_v , ω_v はサーボ弁の減衰係数および固有周波数, K_A はサーボ増幅器ゲイン, u は制御入力である。

式(1)~式(4)をまとめて u から y への開ループ伝達関数 $P(s)$ を求めると

$$P(s) = G_v(s)P_0(s) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } P_0(s) &= \frac{K_0}{s(s^2 + a_0s + b_0)} \\ K_0 &= \frac{4\kappa K_A k_x D_v}{V_T M} \\ a_0 &= \frac{4\kappa k_{pl}}{V_T} + \frac{\mu}{M} \\ b_0 &= \frac{4\kappa(k_{pl}\mu + D_v^2)}{V_T M} \\ G_v(s) &= \frac{\omega_v^2}{s^2 + 2\zeta_v\omega_v s + \omega_v^2} \end{aligned}$$

となる。ここに $k_{pl} = k_p + k_l$, $G_v(s)$ はサーボ弁動特性を表す。

2.2 コントローラの設計 この節では, サervo弁のカットオフ周波数が十分高く, $G_v(s) \approx 1$ で近似できる[$P(s) \approx P_0(s)$]と仮定し, 目標値応答特性がBessel参照モデルに一致し, フィードバック特性がステップ状またはランプ状トルク外乱に対し, ロバスト性を有するFB型2自由度コントローラを設計する。

制御対象 $P(s)$ に対する2自由度線形コントローラの制御則は, 図1に示す $u(s)$, $r(s)$, $y(s)$ をそれぞれ制御入力, 指令入力および制御出力として

$$u(s) = C(s) \begin{bmatrix} r(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = [C_1(s), -C_2(s)] \begin{bmatrix} r(s) \\ y(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

と表現できる。 $P(s)$ の有理関数環上での既約分解表現を

$$\begin{aligned} P(s) &= N(s)/D(s) \\ N(s) &= \frac{K_0}{(s^2 + a_0s + b_0)(s+c)} \in \mathcal{R}(s) \\ D(s) &= \frac{s}{s+c} \in \mathcal{R}(s) \end{aligned} \quad (7)$$

とする。ここに c は正の定数であり, $\mathcal{R}(s)$ は安定でproperな有理関数の集合を意味する。

図2 FB型2自由度制御系の構成図

$P(s)$ に対する2自由度安定化コントローラ $C(s)$ はYoula-Bezoutパラメトリゼーションにより

$$C(s) = \frac{[K(s), -\{X(s) + R(s)D(s)\}]}{Y(s) - R(s)N(s)} \quad (8)$$

と表せる⁽¹⁾。ここに $X(s), Y(s) \in \mathcal{R}(s)$ はBezout方程式

$$X(s)N(s) + Y(s)D(s) = 1 \quad (9)$$

$$\text{の特解 } X(s) = \frac{b_0 c}{K_0} \in \mathcal{R}(s)$$

$$Y(s) = \frac{s^2 + (a_0 + c)s + b_0 + a_0 c}{s^2 + a_0 s + b_0} \in \mathcal{R}(s)$$

であり, $K(s), R(s) \in \mathcal{R}(s)$ は自由パラメータである。

コントローラを式(8)と置くことにより, 目標値応答特性 $G_{ry}(s)$, フィードバック特性 $G_{dy}(s)$ は

$$G_{ry}(s) = N(s)K(s) \quad (10)$$

$$G_{dy}(s) = \{Y(s) - N(s)R(s)\}N(s) \quad (11)$$

となる。

式(8)を実現する2自由度制御系の構成としては, 種々のものが考えられるが, ここでは図2に示すようなFB型コントローラを用いるものとする, 図1と図2との関係から

$$C_A(s) = \frac{X(s) + R(s)D(s) - K(s)}{Y(s) - R(s)N(s)} \quad (12)$$

$$C_B(s) = \frac{K(s)}{Y(s) - R(s)N(s)} \quad (13)$$

のごとく表される。

ここで目標値応答特性を一般に次式で表される n 次の閉ループ参照モデル $G_m(s)$ に一致させるものとする⁽²⁾。

$$\begin{aligned} G_m(s) &= \frac{1}{1 + \sigma s + \alpha_2(\sigma s)^2 + \cdots + \alpha_n(\sigma s)^n} \\ &\triangleq \frac{1}{\phi_n(s)} \end{aligned} \quad (14)$$

上式において σ は応答速度を, α_i は応答波形を規定するパラメータである。いま, 参照モデルとして, ステップ応答に対してオーバーシュートがほとんど零で安定時間の短いBesselモデルを採用するならば, α_i は ϕ_n の次数 $n=3, 4$ に対し,

$$n=3: \quad \alpha_2 = 0.4, \quad \alpha_3 = 0.0667$$

$$n=4: \quad \alpha_2 = 0.4268, \quad \alpha_3 = 0.09524, \quad \alpha_4 = 0.009524$$

のごとく与えられる⁽²⁾.

上記の参照モデルと目標値応答特性式(10)とを等置し、 $K(s)$ について解けば

$$K(s) = \frac{G_{ry}(s)}{N(s)} = \frac{G_m(s)}{N(s)} \quad (15)$$

を得る.

次に外乱応答特性の設計にあたりトルク外乱 τ_d と等価な図2に示す外乱 d を考えると

$$\begin{aligned} d(s) &= F(s)\tau_d(s) \\ F(s) &= \frac{V_T s + 4\kappa k_p}{4\kappa K_0} \end{aligned} \quad (16)$$

と表すことができる. いまトルク外乱 $\tau_d(s)$ が τ_0 を定数として

$$\tau_d(s) = \frac{\tau_0}{s^{i+1}} \quad (i=0,1) \quad (17)$$

と表されると仮定する. 以下においては、 $i=0,1$ に対応するステップ状、ランプ状外乱に対し、定常偏差を零とする系を設計する. トルク外乱 $\tau_d(s)$ に起因する制御出力の変動 $y_d(s)$ は

$$\begin{aligned} y_d(s) &= G_{dy}(s)F(s)\tau_d(s) \triangleq \tau_0 W(s) \\ W(s) &= \frac{\{Y(s) - N(s)R(s)\}N(s)F(s)}{s^{i+1}} \end{aligned} \quad (18)$$

となる. $y_d(s) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ となるためには、 $y_d(s) \in \Re(s)$ が必要であり、これは $W(s) \in \Re(s)$ と等価である. 従って $R(s) \in \Re(s)$ かつ $W(s) \in \Re(s)$ を満足する自由パラメータ $R(s)$ の表現を導く必要がある. このために $R(s)$ を新たな自由パラメータ $R'(s) \in \Re(s)$ を用いて次式のように表す.

$$R(s) = \{D(s)R'(s) + \xi_i(s)K(s) - X(s)\}D(s)^{-1} \quad (19)$$

ただし $\xi_i(s)$ は $\phi_n(s)$ の第 i 次の項までをとった s の多項式であり、 $R'(s)$ が自由パラメータであるためには $\xi_i(s)K(s) \in \Re(s)$ を満たす i の範囲をとる必要がある. 上式を式(18)に代入し、式(7),(9),(14),(15)を用いて $R'(s)$ について解けば

$$R'(s) = \frac{\phi_n(s) - \xi_i(s)}{N(s)D(s)\phi_n(s)} \left\{ 1 - \frac{\phi_n(s)}{\phi_n(s) - \xi_i(s)} \cdot \frac{s^{i+1}W(s)}{P(s)F(s)} \right\} \quad (20)$$

をえる. 上式は一般性を失うことなく自由パラメータ $Q(s)$ を用いて次式のように表すことができる.

$$R'(s) \triangleq \frac{\phi_n(s) - \xi_i(s)}{N(s)D(s)\phi_n(s)} Q(s) \quad (21)$$

ただし $Q(s)$ は $R'(s) \in \Re(s)$ の制約から”分母の次数-分子の次数 ≥ 3 ”を満たし、かつ $W(s) \in \Re(s)$ を満たすために $1 - Q(s)$ が $s=0$ に零点を有する自由パラメータである. $R'(s)$ を式(19)に代入すれば $R(s)$ が求められる. $R(s)$, $K(s)$ が定まることにより、式(12), (13)は

$$C_A(s) = \frac{1}{1 - Q(s)} \left[\frac{Q(s)}{P(s)} + \frac{\xi_i(s) - 1}{\{\phi_n(s) - \xi_i(s)\}P(s)} \right] \quad (22)$$

$$C_B(s) = \frac{1}{\{1 - Q(s)\}\{\phi_n(s) - \xi_i(s)\}P(s)} \quad (23)$$

のごとく表される.

本研究においては以下の方法によりコントローラの簡単化を計る. 制御対象のパラメータ a_0, b_0 は圧力フィードバック、速度フィードバックにより調節可能である⁽⁴⁾.

いま調節後の制御対象モデルを $P_m(s)$ とすれば

$$P_m(s) = \frac{K_0}{s(s^2 + as + b)} \quad (24)$$

$$a = a_0 + K_0 M \frac{f_p}{D_v} \quad b = b_0 + K_0 \left(\mu \frac{f_p}{D_v} + f_v \right)$$

ここに f_p, f_v は圧力、速度のフィードバックゲインであり、それらの値は $P(s)=P_m(s)$ とした式(22),(23)中の因子 $1/\{\{\phi_n(s) - \xi_i(s)\}P_m(s)\}$ が次式を満たすように決定する.

$$\frac{1}{\{\phi_n(s) - \xi_i(s)\}P_m(s)} \triangleq \frac{K_C}{s^i}$$

ただし上式より a, b, K_C が決定できるためには参照モデルとして $n=i+3$ なる次数を選択する必要がある. $i=0,1$ の各場合に対する係数 a, b, K_C はパラメータ σ に対し、

$$i=0: \quad a = \frac{\alpha_2}{\sigma \alpha_3} \quad b = \frac{1}{\sigma^2 \alpha_3} \quad K_C = \frac{1}{K_0 \sigma^3 \alpha_3}$$

$$i=1: \quad a = \frac{\alpha_3}{\sigma \alpha_4} \quad b = \frac{\alpha_2}{\sigma^2 \alpha_4} \quad K_C = \frac{1}{K_0 \sigma^4 \alpha_4}$$

のごとく決定される. このとき式(22),(23)は

$$C_A(s) = \frac{1}{1 - Q(s)} \left[\frac{Q(s)}{P_m(s)} + \frac{K_C \{\xi_i(s) - 1\}}{s^i} \right] \quad (25)$$

$$C_B(s) = \frac{K_C}{s^i \{1 - Q(s)\}} \quad (26)$$

と簡略化することができ、目標値応答特性及びフィードバック特性は

$$G_{ry}(s) = \frac{1}{\phi_{i+3}(s)} \quad (27)$$

$$G_{dy}(s) = \{1 - Q(s)\} \left\{ 1 - \frac{\xi_i(s)}{\phi_{i+3}(s)} \right\} P_m(s) \quad (28)$$

となる. ただし $i=0$ または 1 をとり、それぞれステップ状、ランプ状トルク外乱に対し定常偏差は零となる.

2.3 離散化と系の安定性 前節で設計されたアナログ2自由度コントローラを用いた系は、パラメトリゼーションにより安定性を保証されているが、コントローラをディジタル的に実現しようとする場合には、安定性の検討が必要となる. 以下においては、種々の離散化公式と、離散化に伴う閉ループ系の安定性の解析法を要約する. 本研究で用いた離散化公式は、 z 変換、差分近似、Tustin近似⁽⁵⁾および多段解法⁽⁶⁾である. いま連続時間系のコントローラが伝達関数 $G_C(s)$ で与えられた場合、各離散化公式はサンプリング時間を T としてそれぞれ

$$z \text{ 変換} \quad HG_C(z^{-1}) = Z[H(s)G_C(s)] \quad (29)$$

$$\text{差分近似} \quad HG_C(z^{-1}) = G_C(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{1-z^{-1}}{T}} \quad (30)$$

$$\text{Tustin 近似} \quad HG_C(z^{-1}) = G_C(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} \quad (31)$$

例えば固有周波数 $\omega_v \approx 100\text{Hz}$ のサーボ弁を用いる場合には、弁動特性を無視した場合に比べ T_q の安定限界値が大きくなりフィードバック特性の劣化が予測される。また図6は図5の $\omega_v = 100\text{Hz}$ の場合について σ をパラメータとして T_q の安定限界を示したもので、図より σ が小さくなるほど T_q の安定限界値が大きくなっており、2自由度特性を規定するパラメータ σ 、 T_q の間の独立性が損なわれ、目標値応答特性と外乱応答特性の間でのトレードオフが必要となることも予測される。

ところで上述のごとくサーボ弁動特性が制御性能の低下を招くことが示されたので、次にその補償について検討した。いま弁動特性を表す伝達関数 $G_v(s)$ の逆関数を含む次式のプロパーな伝達関数

$$G_{VC}(s) = \left(\frac{\omega_c}{\omega_v} \right)^2 \frac{s^2 + 2\zeta_v \omega_v s + \omega_v^2}{s^2 + 2\zeta_c \omega_c s + \omega_c^2} \quad (36)$$

を持つ要素を制御対象の前に直列に挿入し⁽⁷⁾、これをTustin近似により離散化してディジタル的に実現するものとする。

図7は $\omega_v = 100\text{Hz}$ 、 $\zeta_v = \zeta_c = 0.74$ とし、 ω_c/ω_v をパラメータとして弁動特性の補償を行った系の安定限界を示したもので比較のために図中には無補償系[制御対象に $G_v(s)$ を含む]と弁動特性を含まない $[G_v(s)=1]$ と仮定した場合の結果もそれぞれ破線、一点鎖線で示してある。図に見るとく上述の弁動特性補償により、 T_q の安定限界は低下し、 $\omega_c/\omega_v = 10$ では弁遅れのない系にか

なり近づいていることがわかる。

3.2 応答特性 前項の安定解析結果に基づいてパラメータ T_q を設定した2自由度制御系の応答を次の5つの場合について数値シミュレーションにより求めた。即ち制御対象を、モデルと同一の線形3次系とした場合(L3系と記す)、弁動特性を考慮した線形5次系とした場合(L5系と記す)、および弁動特性に加えて次式で表されるサーボ増幅器の飽和特性

$$i_a = \begin{cases} K_A u & |u| \leq u_s \\ i_s & |u| > u_s \end{cases} \quad (37)$$

と対称零ラップを持つサーボ弁の流量特性

$$Q_L = \text{sgn}(P_s \pm P_L) C_d x_s \sqrt{|P_s \pm P_L|} \quad (x_s \leq 0) \quad (38)$$

の非線形性を考慮に入れた非線形5次系とした場合(N5系と記す)、さらにL5、N5系のそれぞれに弁動特性の補償を加えた場合(LC5系、NC5系と記す)である。なお式(37)、(38)において i_a 、 i_s はサーボ増幅器の出力電流とその飽和値($i_s = 30\text{mA}$)、 u_s は飽和入力($=10\text{V}$)、 P_s は供給圧力($=7\text{MPa}$)、 C_d は流出係数($=1.89$)である。

図8はサンプリング時間 $T=0.5\text{ms}$ 、 $\sigma=0.02\text{s}$ 、 $r=1.5$ 度とし、(a)には弁動特性を補償しないL3、L5、N5系の $T_q=3\text{ms}$ に対するステップ応答を、また(b)には弁動特性の補償を行ったLC5、NC5系で $T_q=0.3\text{ms}$ 、 $\omega_c/\omega_v=10$ ($\omega_v=100\text{Hz}$)とした場合のステップ応答を示す。図(a)においてはL3系が参照モデルの応答と一致する良好な応

図5 サーボ弁固有周波数の安定性に及ぼす影響

図7 サーボ弁動特性を補償した系の安定性

図6 時定数σが安定性に及ぼす影響

図8 目標値応答(ステップ入力)

図9 目標値応答(台形目標速度入力)

図10 外乱応答

答を示しているのに対し、L5系は弁動特性の影響により微小な振動が現れている。弁動特性の補償を行った図(b)のLC5系においては、図(a)のL5系に比べて T_q が1/10程度であるにもかかわらずL3系と一致する良好な応答を示している。しかし非線形を含むN5、NC5系の応答には大きなオーバーシュートが見られ、特にNC5系の場合には不安定となっている。ところでこれらの非線形系のステップ応答においてはサーボ電流 i_a の飽和が生じていることが確認された。そこで非線形性による系の応答の悪化がサーボ増幅器の飽和に起因するものか否かを明らかにするため、適当な台形速度波形に対応する位置信号を入力として飽和を避けた場合の種々の系の応答を求め、その結果をまとめて図9に示す。図より飽和を生じないような入力条件下においては線形、非線形系にかかわらず応答はほとんど完全に一致しており、図8の非線形系の応答の悪化の原因が飽和特性にあることが確認された。

次に図10(a)のステップ状トルク外乱即ち $t=0$ で0Nmから50Nmに変化し、さらに $t=0.1s$ で-50Nmに変化する外乱トルクに対する応答を図10(b)~(d)に示す。2自由度系(L3)と同じ目標値応答を持つ図(b)の1自由度系[L3系において $HC_A(z^{-1})=0, HC_B(z^{-1})=K_c$ とした系]の応答は大きな定常偏差を生じているのに対し、(c)、(d)の2自由度コントローラを用いた系では定常偏差は

無い。また(c)と(d)を比較すると弁動特性を補償していない(c)においては、 T_q の安定限界値が大きいために $T_q=3ms$ においても極めて減衰の小さな系となっているのに対し、弁動特性を補償した(b)においては外乱特性にかなりの改善が見られる。ただし外乱トルクの振幅をさらに増大してゆくと外乱応答においても図8の目標値応答の場合と同様に飽和特性による応答の劣化が生じるため、今後これに対する対策が必要とされる。

4. 結 言

油圧サーボ系において弁動特性を無視した線形3次制御対象モデルを用い、パラメトリゼーションにより導かれた2自由度コントローラを種々の離散化公式によりディジタル化した。このディジタルコントローラを実際の系に適用する場合の性能を数値解析により検討し、次のような結果を得た。

- (1) 離散化により自由パラメータに不安定領域が生じ、このため2自由度系の独立性および系の性能は制約を受ける。目標値応答を固定した場合、Tustin近似、差分近似を用いた場合、 z 変換、多段解法を用いた場合よりも外乱応答を規定するパラメータ T_q の安定限界値が小さく、外乱応答に有利である。
- (2) 弁動特性のバンド幅が狭くなるにつれパラメータ T_q の安定限界値は大きくなる。なおこの値は弁動特性のディジタル補償によりかなり改善され得る。
- (3) 同じ目標値応答を持つ1自由度系に比べ外乱特性のより良好な系が設計できる。
- (4) 制御対象に飽和要素が含まれる場合、入力条件によってはオーバーシュートの著しい増大あるいは不安定化など制御性能の低下が生じる。これは一般に積分器のワインドアップとして知られる現象と同様であり、ワインドアップ防止策の応用により改善し得るものと考えられる。

文 献

- (1) 原・杉江, システムと制御, 30-8 (1986), 457.
- (2) 重政・飯野, 神田, 計測と制御, 27-4, (1988), 305.
- (3) 梅野・堀, 電学論D, 109-11, (1989), 825.
- (4) 花房, 油圧と空気圧, 13-7, (1982), 429.
- (5) ʒ. Isermann, *Digital Control Systems - Volume I*, (1989), 87-89, Springer-Verlag
- (6) 石動・島, システムと制御, 29-4, (1985), 259.
- (7) 池辺, 他3名, 計測自動制御学会論文集, 16-3, (1980), 391.