多関節ロボットの振動解析*

(第2報, 動力伝達機構のがたの影響)

中川 栄一^{*1}, 佐藤 準一^{*1}
植竹 洋一^{*2}, 蔡 正偉^{*3}

Vibration Analysis of Robot Manipulators

(2nd Report, The Effect of Backlash in Transmission Mechanisms)

Eiichi NAKAGAWA, Jun'iti SATO,
Youichi UETAKE and Zhengwei CAI

In order to investigate the dynamic behavior of robot manipulators, a vibration analysis of the 6-degrees of freedom of manipulators with joint flexibilities and backlashes of transmission mechanisms subjected to Coriolis and centrifugal forces has been developed. The simulation results showed not only the influences of backlash on the dynamic behavior of robot manipulators controlled by the acceleration, velocity, position feedback and nonlinear compensation, but also the occurrence of vibrations of the arms due to the presence of a relatively small amount of backlash. Furthermore, it is verified that the backlash should be controlled about 1'~2' to keep the position error of arms within the range of the backlash error.

Key Words: Robot, Manipulator, Vibration, Backlash, Joint Flexibility, Coriolis Force, Centrifugal Force, Control, Position Error

1. 結 言

近年, 産業ロボットの普及とともに, ますます作業の高速化, 高精度化および高度化の要求が高まってきた。しかし, ロボットの高速化とともにコリオリ力, 遠心力などの非線形力の影響が現れるようになり, またリンクの弾性, 減速機および動力伝達機構の弾性, バックラッシュなどのがた, 摩擦の影響も無視できなくなってきた。ロボットを高速化し, 高精度で運動制御をするためには, このような要因を考慮した動的挙動解析によってロボットの動特性を把握した上で, これを基に制御を行う必要がある。

一方, これまでの研究ではコリオリ力, 遠心力などの非線形力, 機構の弾性およびクーロン摩擦を考慮に入れたシミュレーション解析法と制御法^{(1)~(3)}, コリオリ力, 遠心力, 粘性摩擦を取り入れた適応制御法の研究⁽⁴⁾, 慣性項の同定法の研究⁽⁵⁾, コリオリ力などの非線形力のほかに, 非線形の関節弾性を考えた適応制御

の研究⁽⁶⁾など, 制御に関する研究は多い。

しかし, これまでの研究では上述の非線形要素による振動の影響については明らかにされておらず, また減速機のバックラッシュなどのがたを考えに入れたロボットの制御に関する研究は少ない。

そこで, 著者らは上述の問題に対処すべく, 前報⁽⁷⁾では関節弾性をもつ多関節ロボットについてコリオリ力および遠心力を考慮して運動解析を行い, これら非線形力の影響を明らかにした。本研究では, 前報に引き続き3自由度形多関節ロボットを対象にして関節弾性のほかに減速機のバックラッシュならびにコリオリ力, 遠心力を考慮に入れた運動解析を行い, これら非線形力の影響を明らかにした。本研究では, 前報に引き続き3自由度形多関節ロボットを対象にして関節弾性のほかに減速機のバックラッシュならびにコリオリ力, 遠心力を考慮に入れた運動解析を行い, その動的挙動に及ぼすバックラッシュの影響について検討する。

2. 解 析

図1の多関節ロボットモデルを対象に解析を行う。

支柱およびリンク-1, 2を駆動するモータの回転系の運動方程式は次式で与えられる。

* 平成3年4月1日 第68期通常総会講演会において講演, 原稿受付 平成3年5月27日。

^{*1} 正員, 東京商船大学商船学部 (〒135 東京都江東区越中島2-1-6)。

^{*2} 東京商船大学商船学部。

^{*3} 東京商船大学大学院。

$$J_m \ddot{\theta}_m + k R f(R \theta_m - \theta_i) D_m \dot{\theta}_m + E_m(\dot{\theta}_m) = T \quad \dots\dots\dots (1)$$

また、モータで駆動される支柱およびリンク-1, 2の系に対しては、

$$J_i(\theta_i) \ddot{\theta}_i - k f(R \theta_m - \theta_i) + C_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) + D_i \dot{\theta}_i + P_i(\theta_i) + E_i(\dot{\theta}_i) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。ここで、

$$\theta_m = [\theta_{m0}, \theta_{m1}, \theta_{m2}]^T, \theta_i = [\theta_{i0}, \theta_{i1}, \theta_{i2}]^T$$

θ_i : 回転角

m_i : リンク質量

m : 搬送物の質量

J_i : リンクの慣性モーメント

J_m : 駆動モータの慣性モーメント

k : 関節のばね定数

d_i : 粘性減衰係数

$i=0, 1, 2$ はそれぞれ支柱, リンク-1 および 2 の場合を示す。

また

$J_m, J_i(\theta_i)$: 慣性行列

k : 弾性行列

D_m, D_i : 粘性減衰行列

R : 減速比行列

$C_i(\theta_i, \dot{\theta}_i)$: コリオリ力, 遠心力によるトルクベクトル

$P_i(\theta_i)$: 重力によるトルクベクトル

$E_m(\dot{\theta}_m), E_i(\dot{\theta}_i)$: 摩擦トルクベクトル

であり、添字の m, i はそれぞれモータおよび支柱, リンクの場合である (付録参照)。

3. がたをもつ動力伝達系の復元力特性

動力伝達系の復元トルク T_{ri} は、がた (半径すきま) を $\Delta\theta$, 弾性部分の回転ばね定数を k_i とすれば、

$$T_{ri} = k_i f_i(\theta_{mi}/N_i - \theta_i) \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。ここで、 $f_i(\dots)$ は図2に示すような相

対角変位の関数である。

4. 制 御 則

ここでは制御則として、加速度, 速度, 位置フィードバックおよび非線形補償を採用することになると、制御トルクは次式で与えられる。

$$T = J_m [\ddot{\theta}_m^* + K_{vm}(\dot{\theta}_m^* - \dot{\theta}_m) + K_{pm}(\theta_m^* - \theta_m)] + D_m \dot{\theta}_m + E_m(\dot{\theta}_m) + R[J_{ik}(\theta_i) \ddot{\theta}_i + J_{il}(\theta_i) [\ddot{\theta}_i^* + K_v(\dot{\theta}_i^* - \dot{\theta}_i) + K_p(\theta_i^* - \theta_i)] + C(\theta_i, \dot{\theta}_i) + D_i \dot{\theta}_i + P(\theta_i) + E_i(\dot{\theta}_i)] \quad \dots\dots (4)$$

ここで、

$$\theta_m^* = [\theta_{m0}^*, \theta_{m1}^*, \theta_{m2}^*]^T$$

$$\theta_i^* = [\theta_{i0}^*, \theta_{i1}^*, \theta_{i2}^*]^T$$

$$K_{vm} = \text{diag}(K_{vm0}, K_{vm1}, K_{vm2})$$

$$K_{pm} = \text{diag}(K_{pm0}, K_{pm1}, K_{pm2})$$

$$K_v = \text{diag}(K_{v0}, K_{v1}, K_{v2})$$

$$K_p = \text{diag}(K_{p0}, K_{p1}, K_{p2})$$

である。

また、誤差システムは

$$R^{-1} J_m [\ddot{e}_m + K_{vm} \dot{e}_m + K_{pm} e_m] + J_{il}(\theta_i) [\ddot{e}_i + K_v \dot{e}_i + K_{pe} e_i] = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。ここで、

$$e_m = \theta_m^* - \theta_m$$

$$e_i = \theta_m^* \times R^{-1} - \theta_i \text{ である。}$$

5. シミュレーション

がたの影響を調べるために、がた $\Delta\theta$ を変えて目標値 $\theta_i^*, \theta_{mi}^*$; $i=0, 1, 2$ を入力したときの支柱およびリンク-1, 2の応答 θ_i, θ_{mi} をルンゲ-クッタ法により解析した。ここでは、位置および速度フィードバックを加え、またロボットのパラメータには誤差はないとして非線形補償を行った。計算に用いるパラメータを次

図1 多関節ロボット

図2 復元トルク関数

のように設定する。

$$m_1=30 \text{ kg}, m_2=8 \text{ kg}, m=10 \text{ kg}$$

$$J_r=0.05 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_1=1.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2,$$

$$J_2=0.1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$L_1=0.4 \text{ m}, L_2=0.25 \text{ m}$$

$$l_1=0.15 \text{ m}, l_2=0.14 \text{ m}$$

$$J_{m0}=0.04 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_{m1}=0.001 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$J_{m2}=0.0006 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$N_0=325, N_1=100, N_2=100$$

$$k_0=20\,000 \text{ N}\cdot\text{m/rad}, k_1=20\,000 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$$

$$k_2=20\,000 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$$

$$c_0=0.04 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s/rad}, c_1=0.02 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s/rad}$$

$$c_2=0.02 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s/rad}$$

図3はそれぞれ $\Delta\theta=0'$ の場合の支柱およびリンク-1, 2系の目標値入力と応答であり, また図4はそれらの位置誤差である。

この結果, 支柱系では応答は目標値に収束していき, 位置誤差は約0.6s経過後に零に収束する。一方, リンク-1, 2系のほうでは固有振動を伴いながら位置誤差は約1s後に零に収束する。

次に, 図5に $\Delta\theta=1'$ の場合の支柱系およびリンク-1, 2系の目標値と応答を, また図6にそれぞれの位置誤差を示す。

このようにがたがわずかに生じると, 支柱系では約1s後に位置誤差は零近くに収束するが, リンク系では1s経過後でもまだ振動が持続していることが認め

(a) 支柱系の目標値および応答 ($\Delta\theta=0'$)

(b) リンク-1, 2系の目標値および応答 ($\Delta\theta=0'$)

図3 支柱およびリンク-1, 2系の目標値および応答 ($\Delta\theta=0'$)

(a) 支柱系の位置誤差 ($\Delta\theta=0'$)

(b) リンク-1, 2系の位置誤差 ($\Delta\theta=0'$)

図4 支柱およびリンク-1, 2系の位置誤差 ($\Delta\theta=0'$)

(a) 支柱系の目標値および応答 ($\Delta\theta=1'$)

(b) リンク-1, 2系の目標値および応答 ($\Delta\theta=1'$)

図5 支柱およびリンク-1, 2系の目標値および応答 ($\Delta\theta=1'$)

(a) 支柱系の位置誤差 ($\Delta\theta=1'$) (b) リンク-1, 2系の位置誤差 ($\Delta\theta=1'$)図6 支柱およびリンク-1, 2系の位置誤差 ($\Delta\theta=1'$) (a) 支柱系の目標値および応答 ($\Delta\theta=5'$) (b) リンク-1, 2系の目標値および応答 ($\Delta\theta=5'$)図7 支柱およびリンク-1, 2系の目標値および応答 ($\Delta\theta=5'$)

られる。

さらにがたが増加して $\Delta\theta=5'$ になった場合の支柱系およびリンク-1, 2系の応答が図7に, また位置誤差が図8に示してある。

がたが大きくなると, 支柱系では位置誤差は零に収束せず偏差が生じるようになり, リンク-1, 2系でも固有振動が持続して位置誤差は零には収束しないことがわかる。

がた $\Delta\theta$ を変化させて $1' \sim 20' (0.017 \sim 0.333^\circ)$ について支柱およびリンク系の位置誤差 e_0, e_1, e_2 を求めると図9のようになる。この結果, 支柱系では図のよう

(a) 支柱系の位置誤差 ($\Delta\theta=5'$) (b) リンク-1, 2系の位置誤差 ($\Delta\theta=5'$)図8 支柱およびリンク-1, 2系の位置誤差 ($\Delta\theta=5'$)

図9 がたと位置誤差の関係

がたに対応した振幅をもつ固有振動が発生する。一方、リンク2系ではがたの約3倍の振幅の固有振動が発生していることがわかる。

このようにリンク2系に至り位置誤差は関節弾性の影響のために、がたの値に比べ数倍の値に増幅されていくことが示されている。したがって、位置誤差をがた程度の値に抑えていくためにはがた $\Delta\theta=1'\sim 2'(0.017\sim 0.033^\circ)$ ぐらいに保持する必要がある。

6. 結 言

本研究では、関節弾性をもつ3自由度形多関節ロボットを対象に、動力伝達機構のがたを考えに入れてコリオリ力および遠心力が作用する場合のロボットの運動解析を行い、次の結論を得た。

- (1) 動力伝達系に存在する比較的小さながたによっても関節弾性のためにリンク系には振動が発生する。
- (2) リンク1系ではほぼがたの値に近い振幅の振動が発生する。一方、リンク2系ではがたの約3倍の振幅をもつ振動が発生する。位置誤差をがたと同等の値に抑えるためには、がたの値を $1'\sim 2'$ にしておく必要がある。
- (3) 支柱系には振動は発生しないが、がたの値に相当する偏差が発生する。
- (4) がたによって生じる支柱系の偏差およびリンク系の振動は加速度、速度、位置フィードバックおよび非線形補償によって抑制することはできない。
- (5) がたに起因する振動を小さくするためには関節部分の剛性をできるだけ高めておく必要がある。

付 録

$$J_m = \text{diag}(J_{m0}, J_{m1}, J_{m2}), \quad J_i(\theta_i) = J_{ui}(\theta_i) + J_{ik}(\theta_i)$$

$$J_{ui} = \text{diag}(J_0, J_1, J_2), \quad J_{ik}(\theta_i) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{12} \\ 0 & J_{21} & 0 \end{vmatrix}$$

$$J_0 = J_r + (J_1 + m_1 l_1^2) \sin^2 \theta_1 + J_2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2) + m_2 \{L_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\}^2 \\ + m \{L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\}^2$$

$$J_{11} = J_1 + m_1 l_1^2 + J_2 + m_2 (L_1^2 + l_2^2) + 2L_1(m_2 l_2 + m l_2) \cos^2 \theta$$

$$J_{22} = J_2 + m_2 l_2^2 + m L_2^2, \quad J_{12} = J_{21} = J_{22} + L_1(m_2 l_2 + m l_2) \cos \theta_1$$

$$k = \text{diag}(k_0, k_1, k_2), \quad D_m = \text{diag}(d_{m0}, d_{m1}, d_{m2})$$

$$D_l = \text{diag}(d_0, d_1, d_2), \quad R = \text{diag}(1/n_0, 1/n_1, 1/n_2), \quad T = \text{diag}(T_0, T_1, T_2)$$

$$E_m(\dot{\theta}_m) = \begin{vmatrix} T_{f m 0} \text{sgn}(\dot{\theta}_{m0}) \\ T_{f m 1} \text{sgn}(\dot{\theta}_{m1}) \\ T_{f m 2} \text{sgn}(\dot{\theta}_{m2}) \end{vmatrix}, \quad E_l(\dot{\theta}_l) = \begin{vmatrix} T_{f 0} \text{sgn}(\dot{\theta}_0) \\ T_{f 1} \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ T_{f 2} \text{sgn}(\dot{\theta}_2) \end{vmatrix}$$

$$C(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \begin{vmatrix} \dot{J}_0 \dot{\theta}_0 \\ -2L_1(m_2 l_2 + m L_2) \sin^2 \theta \cdot \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \frac{1}{2} \frac{\partial J_0}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_0^2 \\ L_1(m_2 l_2 + m L_2)(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial J_0}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_0^2 \end{vmatrix}$$

$$P(\theta_i) = \begin{vmatrix} 0 \\ -(m_1 l_1 + m_2 L_1 + m L_1) g \sin \theta_1 - (m_2 l_2 + m L_2) g \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -(m_2 l_2 + m L_2) g \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{vmatrix}$$

文 献

- (1) 増田・二川・古賀・井上, 日本ロボット学会誌, 3-3 (1985), 197.
- (2) 坂和・松野・大澤・清原・阿部, 日本ロボット学会誌, 6-1 (1988), 42.
- (3) 館・楠・荒井・西澤・ボロ, 日本ロボット学会誌, 7-3 (1989), 172.
- (4) 岡田・松本・松田, 機論, 53-490, C (1987), 1227.
- (5) 涌井・美多, 日本ロボット学会誌, 7-3 (1989), 195.
- (6) 岡本・大須賀・小野, 日本ロボット学会誌, 7-2 (1989), 167.
- (7) 中川・佐藤, 機論, 56-532, C (1990), 3161.