ロバスト構造に関する研究*

(第1報,ロバスト構造の概念とその設計方法)

山川 宏^{*1}宮下 真^{*2}

A Study on Robust Structures

(1st Report: Concept of Robust Structure and Its Design Method)

Hiroshi YAMAKAWA

and

Makoto MIYASHITA

Recent advances in intelligent adaptive structures which can adaptively resist external disturbances by changing their forms or configurations have generated interest among designers of space structures. When animals and plants are subjected to many external disturbances, it can be observed that they maintain themselves in two alternative ways: an adaptive way and a robust way. In the latter, they may have strong structures, say, robust structures against any kind of external forces. In this study, primary interest is placed on presenting a basic concept of robust structures and a design method. Detail discussions on robust structures will be presented in following reports, but simple examinations are shown in this report.

Key Words : Design Engineering, Robust Structures, Adaptive Structures, Design Method, Sensitivity

1 緒 言

機械構造物はその使用期間の間,さまざまな形態の荷重を受ける.通常の機械構造の設計では,これらの荷重の特徴を抽出して設計荷重を設定して,それに対する強度等の設計を行っている.しかしながら荷重の大きさや方向あるいは作用点などの変動が大きい場合や機械構造の製作・生産の段階で大きな誤差が生ずるような場合,それらの変動に対してもあまり影響を受けないような頑強な構造の設計も望まれるところである.しかし一口に頑強な構造と言っても過剰な重量や強度を有する構造も経済性などの観点からは好ましくない.一方,自然界に目を転じてみれば,生物は種々の環境の変化に対して生存あるいは種の保存の目的のために適応している.この状況を考えると表1に示すような適応的な方法(adaptive way)とロバスト的な方法(robust way)の2通りの方法が観察されよう.最近,宇宙構造の分野で"適応構造物(adaptive structure)"と称する構造が注目されている.適応構造物は,各種の外乱に対する挙動制御の方法として,外乱に適応するために形状や配位

を変化させるような構造である.これは生物における適応的な方法と対応するものと考えられる.それではロバスト的な方法に対応する構造の概念はと考えると従来必ずしも明確な形では研究には現われていない.そこで本研究では,各種の外乱にたいしても強い"ロバスト構造(robust structure)"なる概念とその設計方法の提示を主目的としている.ロバスト構造に関連の深い研究としては,自然界の生物の形状を最適化の概念から捉え,重量と弾性ひずみエネルギーの両方の最小化を考えた,Stadlerの"自然形状(natural shape)"の研究⁽¹⁾がある.また田中らは,製品の製作などのバラツキに対して鈍感な設計,"鈍感設計"を考えている.⁽²⁾また瀬口らは

表1 環境の変化に対する対応の仕方

Adaptive Way	Way to make the shape, configuration and dynamical properties adaptive to the change of its circumstance
Robust Way	Way to have the shape, configuration and dynamical properties least influenced by the change of its circumstance by its nature

* 平成3年7月9日 ダイナミクスとデザインにおけるコンピュータと計算力学シンポジウムにおいて講演, 原稿受付 平成3年7月23日.

^{*1} 正員, 早稲田大学理工学部 (〒169 東京都新宿区大久保 3-4-1).

^{*2} ソニー(株) (〒141 東京都品川区大崎 2-10-14).

表2 構造物の挙動に対する制御

Control of Behavior	Time Variable concern	Structure	
		Main Structure	Subsidual Structure
Adaptive Control Way	Static	Intelligent Adaptive Structure	
	Dynamic	Optimum Design	Control Structure (Active, Passive)
		Simultaneous Optimization	
Robust Control Way	Static	Robust Structure	Fail-safe Structure
	Dynamic		Robust Control

送水管の形状において不安定な状態が生じにくいような形状を研究している。⁽³⁾また半谷らのホモログス構造も近い概念である。⁽⁴⁾さらに設計一般では、田口が品質管理分野において「SN 比」の改善として提唱してきた考え方を基本としてアメリカにおいて「ロバスト設計 (robust design)」と命名された概念がある。⁽⁵⁾⁽⁶⁾すなわち材料特性や工作精度のバラツキ、使用環境条件の変化などの不確定な要因に対する感度を最小化するような設計の研究が最近2～3年行われている。本研究のロバスト構造の考え方は、このロバスト設計を構造設計にあてはめたものとも見なせるが、その考え方や設計方法そのものは筆者自身が従来から考えていたもので、静的、動的な荷重のもとで、特に構造の形態に着目しながら、不確定な要因に対するロバスト性を考える点で異なるものと考えられる。表2に参考までに筆者が構造物の挙動の制御としてまとめたものを示す。⁽⁷⁾この表でロバスト構造の位置づけが多少なりとも明確になったものとする。

2 ロバスト構造の概念

はじめに本研究で考えているロバスト構造を明確にしておこう。

ロバスト構造をここでは以下のように定義する。

構造内の各種パラメータの変動、あるいは入力や境界条件の変動に対して、構造系の評価関数の変動を最小化するような構造

その例をいくつか以下に示す。

- 1 系に作用する入力の大きさや方向が変動しても強度的にその影響が少ない構造形態
- 2 構造系を支える境界条件が変動しても強度的にその影響が少ない支持形態
- 3 構造系を構成する部材等にバラツキがあっても、その影響が少ない構造形態

4 制御系が変化してもその影響が少ない支持形態

3 ロバスト構造の設計法

3.1 ロバスト構造問題の定式化 構造物の設計ではその概念が既に決定しており、つまり概念設計や基本設計が終了し、いくつかの設計のパラメータを決めるような、ある意味では詳細設計の段階をここでは考え、定式化をはかる。

(a) 設計変数 いま設計で決定すべきパラメータが n 個あるとしてそれらを $x_1, x_2, \dots, x_n$ を「設計変数 (design variables)」とここでは呼ぶ。設計変数は $x_1, x_2, \dots, x_n$ を成分とする下記のような1つのベクトルで表すことができる。

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \quad (1)$$

(b) 制約条件 構造物の設計においては、その機能の、保持、有用性、安全性あるいは材料の断面制約などの種々の要因から、いろいろな形の条件が存在する。それらは設計変数の陽な、あるいは陰の関数で表される条件式となり、ここでは「制約条件 (constraints)」と呼び、下記のような不等式群で表す。

$$g_j(X) \leq 0 \quad ; (j=1, 2, \dots, M) \quad (2)$$

(c) 基準関数 構造がロバスト性を有しているかどうかを判定する際に基準とする物理量をここでは、「基準関数 (reference function)」と呼ぶことにする。例えば応力に対するロバスト性を考えるときは応力が基準関数となる。基準関数が設計変数の陽または陰の関数で表されるものとして次の形で記述する。

$$f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

基準関数は式(3)のように単一のものもあれば、次式(4)に示すような複数のものも考えられよう。

$$f_i(X) = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad ; (i=1, 2, \dots, L) \quad (4)$$

(d) 基準関数の感度 設計のパラメータ (設計変数) が変化したときに基準関数が変化する場合、つまり感度はロバスト構造を設計する上で重要な量である。式(4)の感度は一般に

$$f_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad ; (i=1, 2, \dots, L), (j=1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

と記すことができる。

(e) 評価関数 構造がロバスト性を有しているかどうかは、基準関数の感度の大小が1つの目安と考えら

れる。すなわち基準関数の感度が小さければ、それだけロバスト性は大きいものと考えられる。したがって基準関数の感度から構成される評価関数が設定できれば、その評価関数の大小により、ロバスト性が検討できる。評価関数は基準関数のスカラー、またはベクトル関数として次式(6)(7)のように表現できる。

[スカラー評価関数]

$$\Phi = \Phi \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_N} \right) \quad (6)$$

[ベクトル評価関数]

$$\Phi = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_N} \right)^T \quad (7)$$

なお上式(6),(7)では単一の基準関数として記述しているが、複数の基準関数の場合も同様である。

(f) ロバスト構造設計問題の定式化 ロバスト構造の設計問題は、次のように定式化される：

制約条件

$$g_j(X) \leq 0 ; (j=1,2,\dots,M)$$

を満足し、かつスカラー評価関数

$$\Phi = \Phi \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_N} \right)$$

もしくはベクトル評価関数

$$\Phi = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_N} \right)^T$$

を最小とするような設計変数

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}^T$$

を決定する問題

ここでスカラー関数 Φ について少し考えてみよう。スカラー関数 Φ は、複数の感度 $\partial f/\partial x_1, \partial f/\partial x_2, \dots, \partial f/\partial x_N$ を統合する目的のため考えられるスカラー関数で、一般には次のようなMinkowskiの l_p -ノルムの形が考えられよう：

$$\Phi = \left(\sum_{j=1}^N \left(w_j \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^p \right)^{1/p} \quad (8)$$

ここに p の値によって次のようなよく知られたノルムになる。

($p=1$) : (通常の重み付)

$$\Phi = \sum_{j=1}^N \left(w_j \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) = w_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + w_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \dots + w_N \frac{\partial f}{\partial x_N} \quad (9)$$

($p=2$) : (r, m, s 値, 二乗平均値)

$$\begin{aligned} \Phi &= \sqrt{\sum_{j=1}^N \left(w_j \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(w_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 + \left(w_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 + \dots + \left(w_N \frac{\partial f}{\partial x_N} \right)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

($P=\infty$) : (Tchebyshevノルム)

$$\Phi = \max_{1 \leq j \leq N} w_j \frac{\partial f}{\partial x_j} \quad (11)$$

また評価関数がベクトルの場合は、いずれの感度をも最小とする解は一般には見つからず、いわゆる多目的最適設計問題のパレート解を見つけることになる。

3.2 ロバスト構造の設計手法 上記のように定式化された問題は、その形式から考えて、いわゆる最適化問題の形式をしている。工学の最適化問題としては典型的な最適設計問題がある。ロバスト構造の設計問題は通常の最適設計問題の目的関数のところに基準関数の感度で構成される評価関数を該当させたものと見なせる。したがってロバスト構造の設計は、コンピュータを活用すれば数値計画法によって数値的な解を得ることができる。特に最近では、汎用性のある構造解析用のコンピュータプログラムに感度解析や最適設計を行うことができるような機能が付加したものが市販されるようになっているので、実用的にはそれらのプログラムを活用することもできる。図1に典型的なロバスト構造の設計の流れ図を示しておく。

図1 ロバスト設計の流れ図

4 ロバスト構造問題の検討

前記のロバスト構造の設計方法でも明らかなようにロバスト構造問題は、基準関数の選び方と評価関数の構成方法が重要な点となる。すなわちいかに適切に基準関数を選択し、その感度を小さくするような評価関数をいかに構成するかが重要な点となる。この点に関する少し詳しい議論は今後の研究の課題でもあり、その成果は続報にて発表する予定であるので、ここでは簡単ないくつかの基礎的な例題を示しながら、問題点を少し検討することにしよう。

[例1] ロボットアームのロバスト設計

図2は部品を穴に挿入するロボットアームである。関節Aでブレーキをかけて挿入をする作業を行う。このときに所定の角度 θ が少しバラツキを生じた状態を想定し、このバラツキに鈍感なようにAP間のアームの強度設計を考えてみよう。このロボットアームのAP間の極めて単純なモデルとして図4のような先端の荷重の作用方向が変化する片持ち梁の静的問題を考えることにする。

ここでは図3のはりを図4のように離散化して次表3に示めすようなロバスト構造設計問題を設定する。この問題では全体的な変形及び強度をはかる概略の尺度として片持ち梁のポテンシャルエネルギーを基準関数とし

図2 ロボットアーム

図3 片持ち梁

図4 片持ち梁の離散モデル

て着目した。基準関数を便宜的に設定した値に拘束したうえで、荷重の角度変化に対するポテンシャルエネルギーに与える影響度の少ない形状を求める目的で評価関数としては角度に対するポテンシャルエネルギーの感度の2乗平均値を取る問題を設定している。基準関数として本研究ではポテンシャルエネルギーを選んだが、これについては議論のあるところと思われる。

ここで表4に示す諸値を使ってロバスト構造を求めてみる。図5に $F=500[\text{N}]$, $\theta=30^\circ$ のときの結果を示す。ただし同図にはこの問題に関連の深い、質量を一定にして弾性ひずみエネルギーを最小化した最適形状はりとStadlerによる弾性ひずみエネルギーと重量の和を最小とした自然形状はりも参考のため記入してある。 $\theta=30^\circ$ であると同図に示すようにここで考えたロバスト構造の問題では、かなり一様なのはりの形状に近くなっていることがわかる。 θ が小さくなるにつれて両者の形状の相違は顕著になることが計算で確かめられている。

表3 ロバスト設計問題

Design Variables	Cross sectional Area $\mathbf{X}=[A_1, A_2, \dots, A_n]^T$
Constraints	Constant Potential Energy $\hat{U}-\bar{U}=0$ $U=U_a+U_b$ U_a : Potential Energy by Applied Force and Weight of Beam U_b : Potential Energy by Axial Force
Reference Function	Potential Energy by Applied Force and Weight of Beam
Performance Function	U $\Phi=\sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial \theta}\right)^2}$

表4 問題の諸元

contents	value
element number	n 10
length	L 1.00 [m]
cross section	circle
Yong's modulers	E 2.00E+11 [Pa]
density	ρ 7.00E+3 [kg/m ³]

Natural Shape

Uniform Bar

図5 梁の最適形状(その1)

図5 梁の最適形状(その2)

図6 先端の加工精度の悪い梁のモデル

表5 ロバスト設計問題

Design Variables	Cross sectional Area $X=[A_1, A_2, \dots, A_n]^T$
Constraints	Potential Energy $\hat{U}-U=0$
Reference Function	Potential Energy by Applied Force and Weight of Beam U
Performance Function	$\Phi = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial A_1}\right)^2}$ Sensitivity of U w.r.t A_1

[例2] 機械部品の一部の加工精度が悪い場合に対するロバスト構造

図6は機械部品の一部の加工精度が悪い場合の簡単なモデルとして、先端に集中荷重を受ける片持ちはりの先端部分の加工精度が悪いモデルを考えている。すなわち、先端部分(マスク分)の寸法誤差 ε が製品の強度に影響を与えないような構造設計を試行してみる。この場合も変形や強度の概略の尺度として便宜的に設定したポテンシャルエネルギーを基準関数として取り扱い、それを拘束して先端部分の寸法誤差の影響が少ない形状を求める目的で、評価関数としては先端の断面積に対するポテンシャルエネルギーの感度の2乗平均値を取る問題を設定している。

表5にこの場合設定したロバスト構造設計問題を示す。表6の諸値を用いて300[N]~1500[N]の荷重に対して計算したときの結果を表7を示す。また荷重のときのロバスト構造の形状を図7に示す。

表6 問題の諸元

contents	value
element number n	10
length L	1.00 [m]
cross section	circle
Yong's modulus E	2.00E+11 [Pa]
density ρ	7.00E+3 [kg/m ³]

表7 ロバスト設計結果

Load	F N	300	900	1500
Initial Sensitivity Φ_{int}		3.55e-6	2.88e-4	2.22e-3
Optimum Sensitivity Φ_{opt}		2.90e-12	2.83e-11	2.63e-11
Φ_{opt}/Φ_{int}	%	8.15e-5	9.85e-6	1.18e-6
Potential Energy $U=\hat{U}$ Nm		2.45e-2	1.25e-1	3.26e-1
Optimum Mass m_{opt} Kg		69.7	68.4	65.9

図7 先端の加工精度の悪い片持ち梁の最適形状

この場合表7に示されるようにわずかの形状の変化で感度は大きく変化することがわかる。

5 結 言

- (1) 荷重や境界条件などの変動に対して、その影響が極めて少ない"ロバスト構造"と言う概念を示し、その設計問題の定式化を示した。
- (2) 定式化したロバスト構造設計問題の設計方法として、ロバスト性を測る尺度としての基準関数の感度から構成されるスカラー及びベクトルの評価関数の最小化を考える最適化問題に変換して最適化手法を用いて解く方法を示した。
- (3) 後半の簡単な例に示されるように、基準関数の選び方やその統合化をはかる評価関数の設定方法などの今後の検討すべき点も多く、現在継続研究中である。

謝 辞

末筆ながら本研究を進めるにあたり、構造系に対し同様の概念を有しておられた慶応義塾大学工学部の吉田和夫先生に有意義な議論をしていただきましたことを特に記し、感謝いたします。

文 献

- (1) Wolfram Stadler, Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences, (1988), p.355
- (2) 田中基八郎, 三枝省三, "振動のシミュレーション",

- (1984),第10章,応用技術出版
- (3) 瀬口靖幸,田中正夫,田中伸治,送水管の内部流れの臨海流速最大化による形状設計とそのロバスト性の改善,日本機械学会論文集第56巻530編C,(1990),p.2615-2622
- (4) 半谷裕彦,"空間構造の形態形成の数理解析",第39回応用力学連合予稿集,(1989),p.15-24
- (5) 田口玄一,品質工学講座3:品質評価のSN比,日本規格協会編,(1988)
- (6) Phadke,M.S., "Quality Engineering Using Robust Design", (1989), Prentice Hall
- (7) 山川 宏,構造物の挙動の制御の種類と方法,機械学会第68期通常総会講演会資料(D),(1991),p.398
-