歯当たりを考慮したマイタコニカルギヤの設計法*

三 留 謙 —*1

Design of Miter Conical Involute Gears Based on Tooth Bearing

Kenichi MITOME

Miter gears are the most used of all bevel gears. Now that cutting and grinding methods of conical involute gears with a cone angle of 45° have been established, miter conical involute gears may become the most useful of conical involute gears. However, the tooth bearing of miter conical involute gears has not necessarily occurred in the desired position. In this paper, first a new design for miter conical involute gears is developed, making it possible for the tooth bearing to occur in central part of the tooth width. Second, the test gears are designed and made. Finally, the tooth bearing tests are performed, and the design applicability is proven.

Key Words: Machine Element, Gear, Miter Conical Involute Gears, Design, Tooth Bearing, # Applicability

1. 緒 言

マイタギヤとしての円すい形インボリュート歯車を、本報ではマイタコニカルギヤと呼ぶことにする。

マイタコニカルギヤは、組立て誤差があっても正常な回転を伝えることができる⁽⁹⁾。このため特に高い精度で回転を伝えたい場合には、従来のマイタギヤに取って代わる可能性さえもっている。事実、岡本工作機械製作所製の歯車研削盤には、マイターコニカルギヤが従来使用されてきたスパイラルベベルギヤに替って、8年前から使用されてきた。しかしこれ以外にマイターコニカルギヤが本格的に使用された例は、著者が知るかぎりまだない。

さて著者は、これまで円すい形インボリュート歯車の実用化の研究をしてきた^{(1)~(10)}。その結果から結論して言えることは、マイタコニカルギヤの本格的実用化を可能にするためには、このギヤの設計法の確立と研削法の確立が不可欠である、ということである。

従来このギヤを研削できる歯車研削盤はごく限られていた。しかし最近インフィード研削法と呼ぶ新しい

研削法が開発され、通常のライスハウエルタイプの歯車研削盤で、このギヤを研削できるようになっている⁽¹¹⁾。

次に設計法であるが、従来のすぐば円すい形インボリュート歯車の設計法では、小端部の歯元切り下げ限界と大端部の歯先とがり限界だけを考慮して歯車を設計しており、歯当たりについては特別の考慮を払っていなかった⁽⁹⁾。その結果、理想的な歯当たりは必ずしも得られていない。そしてこのことが、マイタコニカルギヤの本格的実用化をはばむ一つの要因となっている。

そこで著者は、今度、マイタコニカルギヤの新しい設計法として、歯当たりを常に歯幅の中央部に起しうる設計法を開発した。以下、本論文では、はじめにこの設計法を提示し、次いでこれに基づいて歯車を試作する。最後に歯当たり試験をして、本設計法の有効性を確認する。

2. マイタコニカルギヤの基本諸元と歯車諸元

マイタギヤとして用いる歯車は、創成円すい角が 45° であるすぐば円すい形インボリュート歯車である。この歯車を創成するラックと歯車のピッチ円筒を図1に示す。このラックは、平歯車を創成するラック

* 平成2年11月3日 北陸信越支部北陸地方(富山)講演会において講演、原稿受付 平成3年5月27日。

*1 正員、山形大学工学部 (〒992 米沢市城南4-3-16)。

を傾けて、その中心面が歯車軸と創成円すい角 δ ($=45^\circ$) で交わるようにしたものである。ゆえにこの歯車の、円すい形インボリュート歯車としての基本諸元は、

創成ラック歯直角モジュール： m

創成ラック歯直角圧力角： α_0

創成ラック中心面における

歯すじのねじれ角： ψ ($=0$)

創成ラックの創成円すい角： δ ($=45^\circ$)

歯車の歯数： z

である。

図1のラックによって創成された歯車の歯面を図2に示す。右歯面は左ねじれの、そして左歯面は右ねじれのインボリュートヘリコイドになっている。この歯車の諸元は、先に求めてある式⁽³⁾に $\psi=0$ とおくことによって得られる。なお δ は 45° であるが、式の中では角 δ を使用しておく。

正面圧力角 α_s は

$$\tan \alpha_s = \tan \alpha_0 \cos \delta \quad (1)$$

ピッチ円筒ねじれ角 β_r, β_l は

$$\tan \beta_r = -\tan \alpha_0 \sin \delta \quad (2)$$

$$\tan \beta_l = \tan \alpha_0 \sin \delta \quad (3)$$

基礎円筒ねじれ角 β_{gr}, β_{gl} は

$$\tan \beta_{gr} = \tan \beta_r \cos \alpha_s \quad (4)$$

$$\tan \beta_{gl} = \tan \beta_l \cos \alpha_s \quad (5)$$

正面モジュール m_s は

$$m_s = m \quad (6)$$

ピッチ円筒直径 d_b および基礎円筒直径 d_g は

$$d_b = z m_s = z m \quad (7)$$

$$d_g = z m \cos \alpha_s \quad (8)$$

3. 歯車の設計

3.1 並歯をもつ歯車の基本形 このことについては、さきに報告⁽³⁾しているが、本研究の出発点であるので、要約して述べておく。

図3は、ラックと歯車の基本形を歯車軸断面において示したものである。歯車の各諸元は次のとおりである。なお、 $h_0=2m$ である⁽³⁾。

図2 すぐば円すい形インボリュート歯車の歯面

図1 すぐば円すい形インボリュート歯車の創成ラックと歯車のピッチ円筒

図3 軸断面におけるラックと歯車の基本形

$$\left. \begin{aligned}
 B_{u0} &= -mx_u \cot \delta \\
 B_{os} &= mx_s \cot \delta \\
 B_{us} &= m(x_s - x_u) \cot \delta \\
 B_{ut} &= B_{us} + 2m \sin \delta \\
 B_{vt} &= B_{us} + 4 \sin \delta \\
 b_s &= m(x_s \operatorname{cosec} \delta + \tan \delta) \\
 b_u &= m(-x_u \operatorname{cosec} \delta + \tan \delta) \\
 d_b &= mz \\
 d_u &= mz \cos^2 \alpha_s \\
 d_v &= m(z \cos^2 \alpha_s + 4 \cos \delta) \\
 d_s &= m(z + 2x_s + 2 \sec \delta) \\
 d_t &= m(z + 2x_s + 2 \sec \delta - 4 \cos \delta) \\
 R_o &= (mz/2) \sec \delta \\
 R_k &= R_o + m
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

ここに、 x_u は切下げ限界転位係数、 x_s はとがり限界転位係数で、それぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned}
 x_u &= \sec \delta - (z/2) \sin^2 \alpha_s \dots\dots\dots (10) \\
 x_s &= \{(\pi/4)B_v \cot \alpha_s - B \sec \delta\} / (B - B_v) \\
 z &= 2\{(\pi/4) \cot \alpha_s - \sec \delta\} / (B - B_v) \\
 B &= (\operatorname{inv} \alpha_{ks} - \operatorname{inv} \alpha_s) \cot \alpha_s \\
 B_v &= (\cos \alpha_s / \cos \alpha_{ks}) - 1
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

式(11)は歯先圧力角 α_{ks} をパラメータとして z に対する x_s の関係を表している。

3.2 低歯をもつ歯車の基本形 この歯車ではインボリュート部分の歯丈 h_0 を $h_0 = 2ym$ ($0 < y < 1$) とする。このため式(9)～(11)に対応してそれぞれ以下の式を得る。なお、 y をここでは歯丈係数と呼ぶ。

$$\left. \begin{aligned}
 B_{u0} &= -mx_u \cot \delta \\
 B_{os} &= mx_s \cot \delta \\
 B_{us} &= m(x_s - x_u) \cot \delta \\
 B_{ut} &= B_{us} + 2ym \sin \delta \\
 B_{vt} &= B_{us} + 4ym \sin \delta \\
 b_s &= m(x_s \operatorname{cosec} \delta + y \tan \delta) \\
 b_u &= m(-x_u \operatorname{cosec} \delta + y \tan \delta) \\
 d_b &= mz \\
 d_u &= mz \cos^2 \alpha_s \\
 d_v &= m(z \cos^2 \alpha_s + 4y \cos \delta) \\
 d_s &= m(z + 2x_s + 2y \sec \delta) \\
 d_t &= m(z + 2x_s + 2y \sec \delta - 4y \cos \delta) \\
 R_o &= (mz/2) \sec \delta \\
 R_k &= R_o + ym \\
 x_u &= y \sec \delta - (z/2) \sin^2 \alpha_s \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned}
 x_s &= \{(\pi/4)B_v \cot \alpha_s - B y \sec \delta\} / (B - B_v) \\
 z &= 2\{(\pi/4) \cot \alpha_s - y \sec \delta\} / (B - B_v) \\
 B &= (\operatorname{inv} \alpha_{ks} - \operatorname{inv} \alpha_s) \cot \alpha_s \\
 B_v &= (\cos \alpha_s / \cos \alpha_{ks}) - 1
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

4. 歯当たり位置の設定条件およびかみあい率

4.1 歯当たり位置の設定条件 図3において、直線 PoO' は紙面に垂直な平面を意味し、これを接触平面と呼ぶ。その理由はこのラックによって創成された一対の歯車がかみあうとき、歯面間の接触点はこの平面内にだけ存在するからである⁽⁵⁾。このため接触平面と歯面の交線が接触点の歯面上の軌跡となる。

そこで本研究においては、歯当たり位置の設定条件として次の条件式を与える。

$$b_s = b_u \dots\dots\dots (15)$$

これに式(12)を代入して次式を得る。

$$x_s = -x_u \dots\dots\dots (16)$$

なお以下においては並歯の場合も含めて、 $0 < y \leq 1$ として式(12)～(14)を用いる。式(13)および式(14)によると、転位係数 x_s および x_u はパラメータ α_0 、 z および y によって表現されている。図4には $y=1$ の場合の、また図5には $y=0.9$ の場合の $z-x_u$ 、 x_s 曲線を示している。

さて図4で、 $\alpha_0=25^\circ$ では $z=57$ 、 $\alpha_0=28^\circ$ では $z=34$ 、 $\alpha_0=30^\circ$ では $z=23$ の各 z において $x_s = -x_u$ が成立している。そこでこの条件を満足する z と α_0 の関係を求めて図示したのが図6の $y=1$ の曲線である。すなわち、この曲線上において $b_s = b_u$ が成立している。また $y=0.9, 0.8, 0.7$ の曲線も同様に求められている。なお実際の数値計算は、角 α_0 が $20^\circ, 21^\circ, \dots, 29^\circ, 30^\circ$ の各値について行っている。

4.2 かみあい率 図7にかみあっているマイタコニカルギヤと接触平面を示す。歯面間の接触点の軌跡 l_c はこの平面内に存在する。接触平面と歯先円すい

図4 $z-x_u$ 曲線および $z-x_s$ 曲線

の交線はだ円となるが、ここではこのだ円と軌跡 l_c の交点の近傍におけるこのだ円を、半径 R_k の円で近似する。また図7の直線 OP_0 に接する円すい（以下基準円すいと呼ぶ）と接触平面の交線もだ円となる。このだ円の点 P_0 における曲率半径を R_0 とし、 R_k を $R_k = R_0 + ym$ で表す。こうして、かみあいの長さを、接触平面上に描いたのが図8である。かみあい率 ϵ は $t_e = \pi m \cos \alpha_0$ として次式で求められる⁽⁵⁾。

$$\epsilon = \overline{P_1 P_2} / t_e \quad \dots\dots\dots (17)$$

これに式(12)を代入すると、かみあい率 ϵ は次式で表現される。

$$\epsilon = \frac{\sqrt{(z+2y \cos \alpha_0)^2 - (z \cos \alpha_0)^2} - z \sin \alpha_0}{\pi \cos \alpha_0 \cos \delta} \quad \dots\dots\dots (18)$$

図5 $z-x_u$ 曲線および $z-x_s$ 曲線

図6 $b_s = b_u$ とさせるための $z-\alpha_0$ 曲線

図7 マイタコニカルギヤと接触平面

図9にかみあい率 ϵ の数値計算例を示す。

5. 歯車の製作と歯当たり試験

表1に試作歯車の基本諸元、歯丈係数 y 、およびかみあい率 ϵ を示す。歯車 No. 1 は従来の設計法に、歯車 No. 2 および No. 3 は、新しい設計法に基づいて設

表1 試作歯車の基本諸元、歯丈係数 y およびかみあい率 ϵ

No.	m	α_0	ψ	δ	z	y	ϵ
1	3	20°	0°	45°	34	1	1.75
2	3	28°	0°	45°	34	1	1.44
3	3	30°	0°	45°	34	0.9	1.26

図8 接触平面におけるかみあい長さ $\overline{P_1 P_2}$

図9 かみあい率

図 10 従来の設計法に基づいて設計された歯車 (No. 1) の歯当りの様子

図 11 新しい設計法に基づいて設計された歯車 (No. 2) の歯当りの様子

計されたものである。図 10 には歯車 No. 1 の歯当りの様子を、図 11 には歯車 No. 2 の歯当りの様子を示している。図 12 は歯当りのスケッチ図である。ここに $b_s=7.2(7.24)$ の 7.2 は b_s の測定値を示し、7.24 は b_s の設計値を示している。 b_u についても同じである。どの歯車においても、歯当りはほぼ設計どおりの位置に得られている。

このことは、圧力角と歯丈をパラメータとして変化させることにより、歯当りを常に歯幅の中央部に起こしうる本設計法の有効性を証明している。

なお試作歯車はすべてテーブル移動テーパホブ切り法に基づいて歯切りされている。

6. 結 論

(1) 歯当りを常に歯幅の中央部に起こしうる、マイタコニカルギヤの新しい設計法を開発した。従来の設計法は、歯当りの位置を予測はできるが操作はできない設計法であった。しかし本設計法は、歯当りの位置を操作できる設計法であり、歯当りを常に歯幅の中央に起こしうる設計法である。この結果、マイターコ

No. 1	No. 2	No. 3
$b_s=7.2 (7.24)$ $b_u=1.5 (1.48)$	$b_s=5.9 (5.89)$ $b_u=6.0 (5.93)$	$b_s=6.1 (6.09)$ $b_u=6.3 (6.34)$

図 12 歯当りのスケッチ図

ニカルギヤの基本形を常に最適に設計することが可能となった。

(2) 本設計法の開発は、さきに開発した直歯円すい形インボリュート歯車のインフィード研削法と併せ、マイタコニカルギヤの本格的実用化を可能とするものとする。

なお、インフィード研削法に基づいて研削したマイターコニカルギヤの運転性能については、近い将来報告する。

おわりに本研究において、長岡歯車製作所ならびに山形大学工学部技官 本田健蔵氏の協力をいただいた。記して感謝の意を表する。

文 献

- (1) Mitome, K., Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 1: Theoretical Analysis of Table Sliding Taper Hobbing, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **103-4** (1981), 446.
- (2) Mitome, K., Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 2: Hobbing of Conical Involute Gear, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **103-4** (1981), 452.
- (3) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第 1 報, 設計および製法), *機論*, **48-430, C** (1982), 852.
- (4) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第 2 報, インボリュートピニオンカッタの設計・製作システム), *機論*, **48-430, C** (1982), 860.
- (5) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第 3 報, 一对の歯車のかみあいについて), *機論*, **51-463, C** (1985), 624.
- (6) Mitome, K., Inclining Work-Arbor Taper Hobbing, *Trans. ASME, J. Mech. Des.*, **108-1** (1986), 135.
- (7) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第 4 報, 歯車の研削法), *機論*, **53-486, C** (1987), 451.
- (8) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第 5 報, 食違い軸用円すい形インボリュート歯車の設計法), *機論*, **56-528, C** (1990), 223.
- (9) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第 6 報, ハードギヤフィニッシュ用の新しいタイプのマスタギヤの開発), *機論*, **56-531, C** (1990), 189.
- (10) 三留, すぐば円すい形インボリュート歯車のオーバール法の開発, *機論*, **57-536, C** (1991), 1329.
- (11) 三留, すぐば円すい形インボリュート歯車のインフィード研削法, *機論*, **57-543, C** (1991), 3656.