圧入はすば歯車のリム厚みと締め代の決定法*

新井典久^{*1}, 青山栄一^{*1}, 杉本豪利^{*2}

Determination of Rim Thickness and Interference for Force-Fitted Helical Gears

Norihisa ARAI, Eiichi AOYAMA and Takatoshi SUGIMOTO

It is one of the most important subjects in the industrial gear field to design gears fitted for reduction of material cost. The force-fitted gear is one of the promising gears which meets such a requirement. Some researches to elucidate the characteristics of force-fitted spur gears have been carried out for several years. However, the design method of force-fitted helical gears has not yet been established. Under such a present situation, taking up the research of a design method of force-fitted helical gears as the subject of the present paper, the allowable limits of rim thickness and interference were discussed from three points of view: stress at the root fillet of the gear tooth, dynamic slipping torque and stress in a tangential direction at the force-fitted surface of the gear rim. Consequently, the design procedure of the force-fitted helical gear was shown.

Key Words: Gear, Design, Force-Fitted Helical Gear, Rim Thickness, Interference, Stress, Slipping Torque

1. 緒 言

本研究室では従来より締まりばめ歯車, 特に圧入平歯車について種々の観点から研究を行い, 一応の成果を得てきた^{(1)~(6)}。しかし, 圧入はすば歯車については, いまだその設計法の確立までにはいたっていない。そこで, 本報では圧入はすば歯車の設計に必要な項目のうち, 最も重要な圧入時の歯元応力, 圧入面の滑り限界トルクを求める実用式⁽⁷⁾の一般化(使用範囲の広範化, 無次元化)を行い, これらをもとに, 圧入はすば歯車のリム厚みと締め代の決定方法を検討した。

2. 圧入はすば歯車の設計方針

まず, 圧入はすば歯車の設計方針を明確にしておく必要がある。そこで以下に示す設計方針により, 圧入はすば歯車の諸元を決定することにする。

(1) 圧入はすば歯車の許容伝達トルクが同一歯部諸元(モジュール, 歯数, 歯幅, ねじれ角)の一体はすば歯車と等しくなるようにする。

(2) 圧入時に生じる歯元応力による歯の曲げ強さ

の低下, 運転時の圧入面内圧の減少(浮上り)による滑り限界トルクの低下, および圧入時に生じる最大応力である圧入面接線方向応力を考慮してリム厚みと締め代を決定する。

(3) 寸法公差内での締め代のばらつきを考慮に入れる。

(4) 歯部諸元は, 一体はすば歯車の設計法(例えば, JGMA 401, 402, 406等)により決定する。

圧入はすば歯車の設計において考慮しなければならない事項は(2), (3)以外にもあるが⁽⁸⁾, ここでは上記の事項のみを考慮することにした。

3. 圧入はすば歯車の設計法

3・1 歯元応力と滑り限界トルクに対する実用式の検討 圧入はすば歯車の設計時に考慮すべき事項のうち, 圧入時に生じる歯元応力と運転時の滑り限界トルクは特に重要である。したがって, これらを求める適用範囲の広い実用式が要求される。そこで, 圧入はすば歯車の設計法を確立するに当たり, まず, これら実用式の一般化の検討を行った。

3・1・1 歯元応力に対する実用式 圧入時に生じる歯元応力に対する実用式を検討するため, 圧入はすば歯車の歯部諸元, 圧入条件と歯元応力との関係を実

* 原稿受付 平成3年4月1日。

^{*1} 正員, 同志社大学工学部(〒602 京都市上京区烏丸東入)。

^{*2} 同志社大学大学院。

表 1 圧入時に生じる歯元すみ肉部応力測定用試験歯車

Gear number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Normal Module m_n	4													
Face width b (mm)	20													
Helix angle β_0 (deg)	0.00			14.84			21.04			29.93			21.04	
Number of teeth z	30			29			28			26			28	
Rim thickness T (mm)	4	8	16	4	8	16	4	8	16	4	8	16	8	
Interference δ (mm)	0.12												0.046	0.09

図 1 歯元すみ肉部応力と締め代の関係
($m_n=4$, $z=20$, $\beta_0=21.04^\circ$)

図 3 歯形に対する形状係数

図 2 歯元すみ肉部応力とねじれ角の関係
($m_n=4$, $\delta=0.12$ mm)

験により求めた。実験に使用した歯車の諸元を表 1 に示す。歯車リムおよび圧入軸は同じ S 45 C 材を用い、歯車リム圧入面は旋削仕上げ、圧入軸は旋削後、高周波焼入れを施し、研削仕上げした。また、応力の測定はひずみゲージを用い、曲げ強さの計算に必要な歯直角断面の歯元すみ肉部 (Hofer の危険断面位置) で行った。実験結果を図 1, 図 2 に示す。

圧入平歯車に生じる歯元すみ肉部応力 (Hofer の危険断面位置) は、歯底円を外径、圧入面を内径とする円筒に軸を圧入したときに生じる外周接線方向応力に、歯数により決まる形状係数 (φ_{R1} , 図 3 参照) を乗ずることにより求めることができる⁽¹⁾。圧入はすば歯車の場合も、歯直角断面の歯形を考慮し、相当平歯車歯数 (z_v) を用いて図 3 より形状係数を求め、外周応力も歯直角方向の成分を用いれば圧入平歯車の場合と同様に

扱えるものと考えられる。すなわち、圧入時に生じる歯直角断面に対する Hofer の危険断面位置での歯元すみ肉部応力 (σ_{RFH_n}) は次式により計算できる。

$$\sigma_{RFH_n} = \varphi_{R1} \frac{E \delta^* T^* (1 + \cos 2\beta_0)}{1 + \lambda + (1 - \lambda) T^{*2}} \quad (1)$$

ここに、 E , β_0 はそれぞれ歯車リムの縦弾性係数、基準ピッチ円筒ねじれ角である。また、 δ^* , T^* , λ はそれぞれ、締め代の無次元量、リム厚みの無次元量、歯車リムと圧入軸の材質の組合せにより決まる定数で、それぞれ次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \delta^* &= \delta/d_r \\ T^* &= 1 - (2T/d_r) \\ \lambda &= \nu + (1 - \nu') \cdot (E/E') \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

上式中の δ , T , d_r は、それぞれ締め代、リム厚み、歯底円直径で、また、 E , ν は歯車リムの縦弾性係数とポアソン比、 E' , ν' は圧入軸のそれらである。また、形状係数も設計時に図 3 より求めるのは不便であるので、次式のような近似式を求めた。

$$\varphi_{R1} = 1.32(z_v - 12.4)^{0.15} \quad (3)$$

そこで、この式の有効性を検討するため、式 (1) より計算した結果を図 1, 図 2 に合せて示す。これらの図よりわかるように、計算値は実験値とよく一致しており、式 (1) は圧入はすば歯車の圧入時に生じる歯元すみ肉部応力を求める実用式として有効である。

3.1.2 滑り限界トルクに対する実用式 圧入はすば歯車の運転時の滑り限界トルクは、運転時に生じる圧入面内圧の局部的減少が大きく影響する。そこで、

圧入歯車の諸元と圧入面内圧の減少量の関係を実験により求めた。実験に使用した歯車は圧入時の歯元応力の測定に用いた歯車と締め代、歯幅を除いて同一諸元である。歯幅は 25 mm とし、締め代はリム厚み $T=4, 8, 16$ mm の各歯車に対して、それぞれ $\delta=0.12, 0.10, 0.08$ mm とした。圧入面の内圧の減少量の測定は、動力循環式歯車試験機の駆動側に試験歯車を取付け、被駆動側には同一諸元の一体歯車を用い、圧入面に生じる半径方向応力をひずみゲージにより測定し、内圧の減少量とした。また、測定位置は内圧の減少量が最も大きい歯溝中央部に対応する圧入面で行った。運転時の負荷により生じる圧入面内圧の減少量 (σ_0) は負荷トルクに比例し、モジュール、ピッチ円直径、歯幅に反比例するものと考えられ、次式のように表される。

$$\sigma_0 = K \frac{T_q}{m_n d_p b} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 T_q, m_n, d_p, b はそれぞれ負荷トルク、歯直角モジュール、ピッチ円直径、歯幅である。また、 K はリム厚み、ねじれ角等により決まる係数である。そこで、実験により得られた圧入面内圧の減少量より式 (4) の係数 K を求めた。その結果を図 4 に示す。また、ねじれ角が変化すると全かみあい率 (ϵ) が変化するの

図 4 係数 K とねじれ角の関係 ($m_n=4$)

図 5 係数 K と全かみあい率の関係 ($m_n=4$)

で、各ねじれ角における全かみあい率を求め、係数 K との関係調べると図 5 のような線形関係が得られた。そこで、各リム厚みごとに、係数 K と全かみあい率の関係を最小二乗法により求め、得られた式の各係数とリム厚みとの関係を再び、最小二乗法により求めると、次のような関係式が得られた。

$$K = [1.06 + 0.0329 \exp\{8.69m^*/(1-T^*)\}] \times [2.46\{m^*/(1-T^*)\}^{0.03} - \epsilon] \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式中、 m^* は歯直角モジュール m_n を歯底円直径 d_r で除した無次元量である。そこで、式 (4) と式 (5) より計算した圧入面内圧の減少量 (σ_0) と実験結果とを比較すると図 6 に示すように両者はよく一致しており、これらの式は圧入はすば歯車の運転時に生じる圧入面内圧の減少量を求める実用式として有効であることがわかる。

次に、圧入により圧入面に生じる内圧 (p_0)、運転時には負荷トルクによる局所的な内圧の減少のため、 $(p_0 - \sigma_0)$ の内圧となり、この状態が次々繰返されるため、圧入面に一様に $(p_0 - \sigma_0)$ の内圧が作用するのと同じ状態になっているものとみなされる。このように考えて単位歯幅当たりの滑り限界トルク (T_q^*) を求めると、次式のようになる。

$$T_q^* = \frac{m_n^* d_r^2 T^*}{2m_n^* / (\pi\mu) + KT^{*2}} \times \frac{E\delta^*(1-T^{*2})}{1+\lambda+(1-\lambda)T^{*2}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

上式中、 μ は圧入面の静的摩擦係数、 m_n^* は m_n^* と同様、モジュールに関する無次元量で次式により表される。

$$m_n^* = (m_n/d_r)\{1 + 2.5(m_n/d_r)\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式 (6) に、式 (5) を代入することにより、運転時の滑り限界トルクを計算することができる。そこで、この式の有効性を検討するため、これらの式より計算した滑り限界トルクと前報⁽⁷⁾ において報告した動的滑

図 6 圧入面内圧の減少量の実験値と実用式の比較 ($m_n=4$)

り試験の結果とを比較した。表2に動的滑り試験に使用した歯車の諸元を、図7に実験結果と計算結果を示す。この図より、両者はよく一致しており、式(6)は、圧入はすば歯車の滑り限界トルクを求める実用式として有効であることがわかる。

3・2 圧入はすば歯車の設計手順 以上により、設計に必要な実用式が得られたので、上述の設計方針に従い圧入はすば歯車を設計する場合の、具体的な設計手順について述べる。

3・2・1 歯部諸元の決定 設計手順としては、まず、歯部諸元を従来の一体はすば歯車の設計法により決定したのち、この一体はすば歯車の許容伝達トルクを低下させないように圧入はすば歯車のリム厚みと締め代を決定することにする。この場合、歯部諸元の設計において一つだけ注意しなければならないことがある。それは、圧入はすば歯車においては、圧入時に生じる歯元応力のために、一体はすば歯車に比べ歯の曲げ強さが低下することである。そのため、歯部諸元の設計においては、圧入による歯の曲げ強さの低下を考慮して、許容伝達トルクを低下させないように歯の曲げ強さに余裕をもたせて設計する必要がある。

3・2・2 リム厚みと締め代の選定範囲 次に、得られた歯部諸元をもとに、制約条件を満たすリム厚みと締め代の範囲を求める。上述の設計方針より、制約条件としては、圧入時に生じる歯元応力による歯の曲げ強さの低下が許容伝達トルクを低下させないこと、

表2 動的滑り試験に用いた試験歯車

Gear number	15	16	17	18
Normal Module m_n	4			
Face width b (mm)	10			
Helix angle β_0 (deg)	39.85			
Number of teeth z	38			
Rim thickness T (mm)	4	8	16	20
Interference δ (mm)	0.18

図7 滑り限界トルクの実験値と実用式の比較
($m_n=4$, $z=38$, $\beta_0=39.85^\circ$, $\delta=0.18$ mm)

許容伝達トルク内で圧入面に滑りが生じないこと、および歯車リム圧入面の接線方向応力が許容応力内であることの三つである。これらの制約条件に対して、リム厚みと締め代は相互に関係合っており、個別には決定できず、同時に検討する必要がある。そこで、これらの制約条件を満足するリム厚みと締め代の関係を個々の制約条件ごとに求める。

圧入時の歯直角断面歯元すみ肉部応力(σ_{RFHn})は、許容伝達トルクによる曲げ応力(σ_{mact})から、耐久限度線図を用い、図8(σ_{ma} は一体歯車の許容曲げ応力)のようにして求まる許容平均応力(σ_{RFHa})よりも小さくしなければならない。すなわち、

$$\sigma_{RFHn} \leq \sigma_{RFHa} \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式に式(1)に代入し、歯の曲げ強さによる制約条件を満足するリム厚みと締め代の関係を求めると次式のようにになる。

$$\delta^* \leq \frac{\sigma_{RFHa} \{1 + \lambda + (1 - \lambda) T^{*2}\}}{\varphi_{R1} E (1 + \cos 2\beta_0) T^*} \quad \dots\dots\dots (9)$$

上式はリム厚みに対する締め代の上限を与える式である。

次に、設計時の単位歯幅当たりの許容伝達トルク(T_{qa}^*)で圧入面に滑りが生じないようにするためには、単位歯幅当たりの滑り限界トルク(T_q^*)が単位歯幅当たりの許容伝達トルクよりも大きくななければならない。すなわち、

$$T_q^* \geq T_{qa}^* \quad \dots\dots\dots (10)$$

上式に式(6)を代入し、圧入面の滑りによる制約条件を満足するリム厚みと締め代の関係を求めると次式のようにになる。

$$\delta^* \geq \frac{2m_n^2 / (\pi\mu) + K T^{*2}}{m_n^2 d^2 T^*} \times \frac{\{1 + \lambda + (1 - \lambda) T^{*2}\} T_{qa}^*}{E (1 - T^*)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式はリム厚みに対する締め代の下限を与える式である。

圧入歯車のリム部圧入面に生じる最大接線方向応力

図8 耐久限度線図

(σ_{ii}) は、歯車リム部の歯底円を外径、圧入面を内径とする円筒とみなすことにより、次式で与えられる。

$$\sigma_{ii} = \frac{E(1+T^{*2})\delta^*}{T^*[1+\lambda+(1-\lambda)T^{*2}]} \quad \dots\dots\dots (12)$$

この圧入面接線方向応力は歯車リム材料の許容引張応力(σ_{ia})よりも小さくなければならない。すなわち、

$$\sigma_{ii} \leq \sigma_{ia} \quad \dots\dots\dots (13)$$

上式に式(2)を代入し、圧入面に生じる接線方向応力による制約条件を満足するリム厚みと締め代の関係を求めると次式のようになる。

$$\delta^* \leq \frac{T^*[1+\lambda+(1-\lambda)T^{*2}]\sigma_{ia}}{E(1+T^{*2})} \quad \dots\dots\dots (14)$$

上式はリム厚みに対する締め代の上限を与える式である。

リム厚みと締め代の選定範囲は、以上により求めた各制約条件を満足するリム厚みと締め代の関係のすべてを満足する範囲である。そこで、式(9)、式(11)、式(14)より、リム厚みと締め代の選定範囲を求めた一例を図9に示す。図中のハッチングを施した部分は、制約条件をすべて満足するリム厚みと締め代の選定範囲である。この図より、歯の曲げ強さによる締め代の上限はリム厚みの減少(T^* の増加)とともに単調に減少し、圧入面接線方向応力による締め代の上限は単調に増加することがわかる。また、圧入面の滑りによる締め代の下限はリム厚みに対して単調な傾向を示さず、リム厚みの厚い側(T^* の小さい側)で急激に減少し、リム厚みの薄い側で急激に増加している。そのため、リム厚みの選定範囲には上限と下限が存在する。また、リム厚みにより、締め代の選定可能範囲の広さ(締め代の上限值と下限値の差)が異なることもわかる。

3・2・3 リム厚みと締め代の決定法 次に、以上のようにして得られたリム厚みと締め代の選定範囲より、適正なリム厚みと締め代の決定方法について検討

する。上述したように、リム厚みにより締め代の選定可能範囲の広さが異なる。実際の締め代には、圧入軸と歯車リム圧入面内径の寸法公差内でばらつきが存在するので、このことを考慮すると、実際の締め代が選定可能範囲になるように設計上の締め代とリム厚みを決定する必要がある。したがって、リム厚みの決定方法としては、寸法公差より締め代のばらつきの大きさを決定し、このばらつきの大きさを許容できるリム厚みの中から使用目的に合わせてリム厚みを決定するのが、実用面からも合理的であると考えられる。そこで、この方針に沿って、リム厚みと締め代を決定することにする。図10は図9のリム厚みと締め代の選定範囲を拡大して示したもので、この図をもとに適正なリム厚みと締め代の決定方法について述べる。図中の T_{UL} 、 T_{LL} はそれぞれ、選定可能なリム厚みの上限と下限であり、これらのリム厚みにおいては、締め代の上限值と下限値が一致するため、締め代に対する加工上の誤差は許されない。そこで、圧入軸と歯車リム圧入面内径の寸法公差より締め代のばらつきの大きさ($\Delta\delta_a$)を決定し、それを歯底円直径で無次元化した量 $\Delta\delta_a^* = \Delta\delta_a/d_f$ が締め代の無次元量の上限值と下限値の差よりも小さくなる範囲を求めると図中の T_{min}^* から T_{max}^* の範囲となる。いま、材料費の削減を目的に圧入歯車を使用する場合を考えると、リム厚みはできるだけ薄く(T^* を大きく)したいので、 $T^* = T_{max}^*$ を採用すればよい。また、締め代は、これに対応する上限値と下限値の中央値、すなわち、 $\delta^* = (\delta_{max}^* + \delta_{min}^*)/2$ を採用すればよい。このようにして得られた T^* 、 δ^* を式(2)の関係より換算し直すことにより、リム厚みと締め代が決定できる。また、工程等の削減のため圧入歯車を使用する場合のように、リム厚みを薄くする必要のない場合には、圧入作業や軸加工の容易さなどを考慮して、 T_{min}^* から T_{max}^* の範囲内で T^* を決定すればよい。さらに、図10より、締め代の上限值と下限値の差が最

図9 リム厚みと締め代の選定範囲の一例
($m_n=4$, $z=38$, $\beta_0=39.85^\circ$)

図10 リム厚みと締め代の決定法

図 11 圧入はすば歯車の設計手順

大値 ($\Delta\delta_{\max}^*$) となるリム厚み (T_{opt}^*) の存在することがわかるので、このリム厚みを採用すれば、許容できる締め代のばらつきの範囲が最も大きくなり、安全面で有利である。逆に、 $\Delta\delta_a^* > \Delta\delta_{\max}^*$ となる場合には、寸法公差を選定し直す必要があるが、加工技術上やコスト面で無理な場合には一体歯車を使用することになる。

以上の設計手順をまとめると、図 11 のようなフローチャートになる。この方法によれば、圧入はすば歯車の適正で経済的なリム厚みと締め代を、その使用目的に合わせて決定することができる。

また、リム厚みと締め代の選定範囲は、各リム厚みの無次元量 (T^*) に対して、式 (9) と式 (14) により求

まる締め代の無次元量 (δ^*) の小さいほうから式 (11) より求まる締め代の無次元量を引き、その値の正負の符号、 $\Delta\delta_a^*$ との大小関係を調べるだけで簡単に求まるので、本設計法は計算機に適しており、パーソナルコンピュータ等を使用することにより、リム厚みと締め代の決定を迅速に行うことができる。

4. 結 言

圧入はすば歯車のリム厚みと締め代の決定方法について検討した結果、以下のような結言が得られた。

(1) 圧入はすば歯車の設計に必要な、圧入時に生じる歯直角断面歯元すみ肉部 (Hofer の危険断面位置) 応力と圧入面の滑り限界トルクを歯車諸元より簡単に計算できる実用式を一般化 (適用範囲の広範化と無次元化) することができた。

(2) 同一歯部諸元の一体歯車と許容伝達トルクが等しく、寸法公差内での実際の締め代のばらつきも考慮にいった、圧入はすば歯車の設計手順および適正なリム厚みと締め代の決定法を示した。

(3) 本設計法は計算機に適した設計法であり、パーソナルコンピュータ等により、迅速にリム厚みと締め代を決定することができる。

文 献

- (1) 会田・佐藤・新井, 機論, 38-312(1972), 2149.
- (2) 会田・佐藤・新井, 機論, 38-312(1972), 2158.
- (3) 新井・会田, 機論, 41-343(1975), 1003.
- (4) 新井・会田, 機論, 42-356(1975), 1275.
- (5) 新井・ほか 4 名, 機論, 48-426, C(1982), 248.
- (6) 新井・ほか 4 名, 機論, 52-473, C(1986), 105.
- (7) 新井・大枝・会田, 機論, 47-416, C(1981), 499.
- (8) Jordan, R. L. A., *Machine Design*, 46-26(1974), 68.