側面接触をする円筒プローブによる三次元物体の形状測定*

中 尾 陽 一^{*1}, 浦 田 暎 三^{*1}Shape Measurement of a Three Dimensional Body by a Cylindrical Probe
Contacting with its Side Surface

Youichi NAKAO and Eizo URATA

A new shape measuring method for bodies with free-form surface is proposed. The measuring method is composed of a data sampling by the side surface contact of a cylindrical probe with the free-form surface and a numerical data processing procedure to generate an offset surface. The accuracy of the data processing algorithm, especially the influence of spacing of data points on error of the generated offset surface, is examined by mathematically defined three-dimensional bodies. Using a golf club as an example, the data obtained by a conventional point probe is compared with the data of the offset surface generated by the proposed method. Both data sets show good agreement.

Key Words: Measurement, Computer Aided Design, Computer Aided Manufacturing, Free-Form Surface, Computer Software, 3 Coordinates Measuring Machine

1. はじめに

自由曲面をもつ三次元物体の形状がクレイモデルのような物理モデルで設計された場合、物理モデルの形状を測定して、物体形状を数値データとして表すことが必要になる場合がある。自由曲面をもつ三次元物体の形状は、三次元測定機を用いて測定し、測定データの計算処理を行って求めるのが普通である。

三次元測定機による自由曲面の測定では、ボールプローブによって測定を行うことが多い。この場合、プローブ中心と接触点が一致しないので⁽¹⁾、測定データから物体形状を生成するためには、測定データ群で構成される曲面に対して、オフセット曲面を生成するなどのプローブ形状補正が必要になる^{(2)~(5)}。オフセット曲面の生成は、計算処理が複雑になるという欠点があるため、ボールプローブのこのような欠点を補うプローブも開発されている。例えば、プローブ半径を見かけ上零と見せるボールプローブ⁽⁶⁾、曲面との接触位置での法線方向を検出できるプローブなどがある^{(7)~(9)}。

測定データの補正が必要なボールプローブに対して、物体形状を直接測定できるポイントプローブは、測定面圧が高く、測定面の損傷が起こりやすく、連続測定が行えないといった問題がある⁽¹⁰⁾。

本論文では、対象とする三次元物体を物体内に想定した一本の軸に垂直な断面が、すべて凸形の単純閉曲線となるものに限定する（以後、このような形状を持つ物体のことを三次元物体と呼ぶ）。提案する形状測定

図 1 三次元物体の測定方法

* 平成3年10月26日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 平成3年6月7日。

^{*1} 正員、神奈川県横浜市中区六角橋3-27-1。

法は、図1に示すような三次元物体と側面接触する円筒プローブにより行い、測定データから計算システムにより三次元物体形状を生成するものである。

円筒プローブは市販の三次元測定機でも使用されているが⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾、三次元物体との接触点が円筒の側面部であるという点で、従来のような円筒のエッジ部を接触点とする方式とは、測定方法、計算方法とも根本的に異なる。円筒の側面を使用した測定方法もあるが⁽¹²⁾、三次元物体が回転体の場合に限定され、三次元物体の断面形状が円以外の場合は適用できない。

側面接触をする円筒プローブによる形状測定は、ポイントプローブによる測定と大きく異なる。すなわち、ポイントプローブでは、三次元物体の形状を直接測定できるのに対して、本方法では、後述するように、円筒プローブの中心軌跡を x - z 平面に投影したデータを測定している。しかも、円筒プローブと三次元物体との接触点が、円筒プローブの側面上を常に変化するので、物体形状を生成するためには、ポイントプローブを使用した場合に比べて計算処理が難しくなる。しかし、ボールプローブによる測定と比較すると、本方法では、オフセット曲面を生成する代わりに、オフセット曲線を生成すれば良く、ポイントプローブでは難しい連続測定が可能になるという特長を持つ。

三次元物体の実例として、ゴルフクラブを用いた。製作した測定装置で三次元物体を測定し、三次元物体形状を計算システムにより求めた。ゴルフクラブの形状測定に関する研究⁽¹³⁾では、補間曲線の生成方法や計算精度の検討が行われていないなどの問題がある。そこで、本論文では計算システムの精度の検討を行った後、製作した測定装置で三次元物体を測定し、三次元物体形状を計算システムで求めた。

2. 三次元物体とプローブの幾何学的関係

測定、計算に用いる用語を説明するために、三次元物体を円筒プローブで測定している様子を図2に示

図2 三次元物体とプローブの幾何学的関係

す。なお、三次元物体には測定用のジグが取付けてある。円筒プローブによる、自由曲面の測定データは、プローブ中心から z 軸までの距離である。測定した点を補間して求められる曲線は、 x - z 平面に投影したものである。本研究では、 x - z 平面に投影した曲線(点)のことを投影曲線(投影点)と呼び、 z 軸から投影曲線(点)までの距離を投影長さと呼ぶことにする。

図2(b)は三次元物体とプローブの接触点と投影点の関係を表している。三次元物体の投影点はプローブとの接触点を x - z 平面に投影したものである。回転軸から接触点までの距離を、実面長さと呼ぶことにする。

3. 測定装置

製作した三次元測定機の概略図を図3に示す。この三次元測定機は、三次元物体操作部とプローブ変位測定部で構成される。なお、図のように座標系 x , z 軸を選び、 x - z 平面の垂直方向に y 軸をとる。これは、数値制御工作機械の座標軸を定めた JIS 6310 に準ずる。

三次元物体は、ステッピング・モータ駆動により回転する。使用したステッピング・モータのステップ角は 0.36° であり、回転方向に最高 1000 個の測定を行い、形状測定に対して十分なデータ数が得られる。

プローブ(半径 20.8 mm)は、 x - z 平面上を移動し、2 軸のうち 1 軸が z 軸と平行に移動するテーブル上に取付けられ、プローブの x 軸方向の変位をポテンシオメータで測定することにより、三次元物体形状を測定する。プローブには、質量 310 g のおもりをプーリを介してつり下げ、プローブが三次元物体を押付ける x 軸方向の力を一定とした。このおもりにより、プロ

図3 測定装置

ープの測定力のばらつきによる、プローブ変位誤差を小さくすることができる。本装置のプローブの測定力は、通常の三次元測定機の測定力 (0.4~2.1 N)⁽¹⁴⁾ に比べ大きい、連続測定 (プローブを三次元物体に接触させたまま、三次元物体を回転させ測定する) を行う際のプローブのジャンプを防ぐために大きくした。これによる三次元物体の変形による測定への影響はない。プローブ変位の測定データは 12 ビットの A/D 変換器によりデジタル信号に変換したのち、パーソナルコンピュータで記録される。A/D 変換による量子化誤差は 0.01 mm、回転軸の回転振れ 0.05 mm、主軸中心線とプローブ送り台の z 軸方向の運動との平行度 0.05 mm および主軸台と心押台との両心の高さの差 0.02 mm である。

三次元物体の測定は、z 軸上の測定位置にプローブをセットしたのち、三次元物体を一回転させ、一定角度おきのプローブ変位を測定した後、プローブを z 軸に沿って移動し、同様の測定を繰り返す。なお、三次元物体の回転、プローブの変位測定は、コンピュータ制御により自動化し、大量のデータ測定を容易にした。本研究では、z 軸方向に 49 点、回転方向に 100 点、計 4900 点の測定を行った。測定の高速化を図ることも可能であるが、三次元物体等の振動による誤差を排除するために、一断面を 3.6 度ずつ 100 個のデータを測定する場合の一断面の測定時間を約 210 秒に設定してある。

4. 計算システム

計算システムは、測定装置で測定した円筒プローブ中心軌跡データから、三次元物体の投影曲線および三次元物体形状を生成する。説明の便宜上、(1) 三次元物体の投影曲線、(2) 三次元物体形状の生成方法を分けて述べる。

図 4 投影曲線の生成

4.1 投影曲線の生成

4.1.1 計算方法 ここでは、円筒プローブ中心軌跡の投影曲線から三次元物体の投影曲線の生成法について述べる。図 4 に示すように、ある回転角における円筒プローブ中心軌跡の投影曲線を $F_1(z)$ とする。また、三次元物体の投影曲線を $F_2(z)$ とする。このとき $F_2(z)$ は $F_1(z)$ のオフセット曲線であり、 R_p を円筒プローブ半径とすると、以下の関係が成り立つ。

$$\phi = \tan^{-1} [F_1'(z)] \quad (1)$$

$$z_2 = z_1 + R_p \sin \phi \quad (2)$$

$$x_2 = x_1 - R_p \cos \phi \quad (3)$$

図 5 に計算システムのフローチャートを示し、以下に円筒プローブ中心軌跡から三次元物体の投影曲線の計算方法を述べる。

図 5 計算システムのフローチャート

図中[1]では、三次元測定機で円筒プローブの中心軌跡を測定する。図において、 $\Delta\theta$ は三次元物体の回転方向の測定間隔、 Δz_0 は z 方向の測定間隔を表し、 L_1 は測定長さを表す。

[2]では、[1]で測定したデータを z 軸方向にスプライン補間⁽¹⁵⁾する。スプライン補間において生成するデータの間隔 Δz_1 は任意に設定できるので、三次元物体形状に合わせて適当なデータ数を作成できる。

三次元物体の測定を回転方向に $\Delta\theta$ deg 間隔で行った場合、一断面の回転方向のデータ数は $N=360/\Delta\theta$ 個である。[3]では、[2]のスプライン補間を N 個のデータすべてに対して行ったかどうかの判別をする。

z 軸方向のデータ数 M は $M=L_1/\Delta z_1$ である。計算[4]では、計算[2]で求められた M 個の円筒プローブの中心軌跡データ点に対応する三次元物体の投影データを式(1)～(3)より求める。

計算[4]を z 軸方向の M 個のデータに対して行ったかどうかの判別を行う([5])。

計算[4]を N 個の各回転角のデータに対して行ったかどうかの判別を行う([6])。

計算[7]では、三次元物体形状の生成可能な範囲を計算する。計算[4]を行うと、生成される z 軸方向のデータ範囲は回転角によって異なるが、三次元物体形状を生成するためには、計算対象とする断面において、 N 個の回転角におけるすべての投影データが存在することが必要である。すなわち、 z 軸方向の三次元物体形状の生成可能な範囲は、始点が計算[4]で生成された、投影曲線の各回転角の z 軸の最小値中の最大値 $Z_{\min}$ であり、終点は同様に最大値中の最小値 $Z_{\max}$ となり、三次元物体形状の生成可能な長さ L_2 は、 $L_2=Z_{\max}-Z_{\min}$ となる。

計算[4]で生成された三次元物体の投影データは、 z 軸方向に不等間隔となる。4・2節で述べる三次元物体形状を生成するためには、各回転角の投影データの z 座標が、計算[7]で求めた $Z_{\min} \sim Z_{\max}$ の範囲にあって、適当な間隔おきの同一断面内に存在することが必要である。そこで計算[8]では、 $Z_{\min} \sim Z_{\max}$ 間にある各回転角の投影データを直線補間によって等間隔 Δz_2 のデータに生成し直す。

4・1・2 計算精度の検討 4・1・1項で述べた、円筒プローブ中心軌跡から三次元物体の投影曲線を生成する計算機プログラムの精度を、厳密解が関数として与えられる簡単な投影曲線に対して調べ、測定間隔などが計算精度に及ぼす影響を検討した。形状測定における測定間隔の影響については、円筒の測定に対して行

った研究⁽¹⁶⁾があるが、ここでは、測定間隔のほかに補間間隔の影響についても調べた。検討には、だ円を長軸まわりに回転させてできる三次元形状(回転だ円体)を用いた。この場合、三次元形状の回転角にかかわらず、投影曲線は同一のだ円となる。さらに、円筒プローブと三次元形状の接触点と三次元形状の投影点は一致し、考察が容易になる。このような特定の形状に対して計算機プログラムの精度の検討を行っても、必ずしも一般性は保障されないが、計算機プログラムの特性を調べることは可能と思われる。

厳密解と数値解を比較するために、関数形で与えられる投影曲線から、円筒プローブによる測定データに相当するソースデータを次のように生成して、計算システムに入力する。投影曲線が式(4)のだ円で表されるとき、円筒プローブの中心軌跡と投影曲線の関係は、式(2)～(5)によって表すことができる。

$$\left(\frac{z_2}{a}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{b}\right)^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi = -\tan^{-1} \left\{ \frac{b}{a^2} \frac{z_2}{\sqrt{1-(z_2/a)^2}} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(2)～(5)から (z_1, x_1) を計算し、 (z_1, x_1) を測定データとみなして、計算システムを用いて、三次元物体の投影データ (z_2, x_2) を生成した。計算された (z_2, x_2) から、図7中の R, θ を式(6)、(7)より計算し、この θ を投影データの厳密解を表す式(8)～(10)に代入し、 $|R-R_d|$ を角度 θ における計算誤差とみなした。

$$R = \sqrt{z_2^2 + x_2^2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{x_2}{z_2} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$z_d = \frac{ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \tan^2 \theta}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$x_d = b \sqrt{1 - (z_d/a)^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$R_d = \sqrt{z_d^2 + x_d^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

計算は $z \geq 0, x \geq 0$ の範囲で行った。本計算システムでは、投影曲線の微分係数が存在することを必要とするが、式(4)において $z=a$ の場合には計算不可能となる。そこで、ソースデータの z 軸の最大値を $0.99a$ として計算を行った。

ここでは、 $a=80, b=40, R_p=10$ を使用した場合の計算結果を示す。他の数値を用いた計算も行ったが大きな差は見られなかった。図6に測定間隔 Δz_0 と計算精度の関係を表す。図6より、 Δz_0 の大きさによって計算精度が変化することがわかり、要求される計算精度に合わせて、三次元物体の z 軸方向の測定間隔を適宜選択する必要があることがわかる。

図6において、 Δz_0 の大きさによっては、誤差の平均値と最大値との差が1桁以上異なる場合がある。そこで、投影曲線上の場所による誤差の変化を調べた。 $\Delta z_0=6\text{ mm}$ 、 $\Delta z_1=0.2\text{ mm}$ の場合を図7に示す。この結果より、本計算法では、以下のような特性があることがわかった。

(1) 図7から誤差の全体的な傾向は、角度 θ が小さい(すなわち、 z 軸が大きい)ほど、誤差が大きくなっている。これは計算に使用した三次元物体は、 z 軸が大きくなるほど曲率も大きくなり、曲率が大きくなるほど補間精度と微分精度が低下しやすくなるためである。したがって、実際の三次元物体の測定においては、 z 軸方向の曲率が大きい場合には、測定間隔を小さくして計算精度の低下を避ける必要がある。

(2) z 軸の値が零近傍では、計算に使用した形状の場合、曲率が最小となる。(1)に従うと、誤差も小さくなるはずであるが、図7の $\theta=85$ 度近辺では、 $\theta=$

75度近辺より誤差が大きい。これは、以下の理由による。

本計算システムでは、式(1)の微分に三点公式の数値微分を使用しているが、離散点列の両端点における計算では、三点公式が適用できないので、端点とその隣りの二点を通る直線の傾きを両端点の傾きとしている。したがって、他の部分より微分精度が悪くなり、この値を境界条件として計算される補間曲線の精度も低下する。したがって、対象とする形状の測定点のうち、端点での曲率が大きく、計算誤差が大きくなりそうな場合には、測定範囲を広げてスプライン補間を行い、補間後に不要部分を切り捨てるなどの処理が必要である。

(3) 計算[2]で生成したデータには、一定間隔(測定間隔)おきに測定データが含まれている。よって、スプライン補間で生成した点の中でも、測定データに近い点ほど計算精度が高く、測定データから離れるほど精度が悪くなる。このような理由により、図7のように、測定間隔に近い間隔で誤差が小さくなり、そのほぼ中間で誤差が極大値をとる。したがって、測定間隔を小さくして計算[2]の補間精度を上げることにより、投影曲線の計算精度を向上させることができるのである。

図5の計算[2]における、スプライン補間の計算間隔 Δz_1 と計算誤差の関係も調べ図6に表した。 Δz_1 も Δz_0 と同じような傾向があることがわかる。

4.1.3 測定データによる計算 図5の計算[8]で計算された三次元物体の投影曲線を図8に示す。図8は三次元物体を一回転させたときの三次元物体の投影曲線の変化を表したものである。この図から、ゴルフクラブの特徴がよく表現されていることがわかる。

図6 計算システムの計算精度

図7 投影曲線における誤差分布

図8 三次元物体の投影曲線

4.2 物体形状の生成

4.2.1 計算方法 図2に示したように、三次元測定機で測定したデータは、円筒プローブ中心の投影点であり、三次元物体形状を生成するためには、4.1節で計算した三次元物体の投影データから z 軸上のすべての断面について、各回転角における投影長さから実面長さを求めればよい。図9に三次元物体の投影長さ $g(\theta)$ と実面長さ $r(\phi)$ の関係を示す。この図において、 x_0 - y_0 座標系は三次元物体に固定され、三次元物体の回転とともに回転する。このとき、三次元物体が x 軸となす角を三次元物体の回転角 θ とし、 x_0 軸と $r(\phi)$ の偏角を ϕ とする。 $g(\theta)$ と $r(\phi)$ の関係は、式(11)で表される。

$$g(\theta) = r(\phi) \cos(\phi - \theta) \quad \dots\dots\dots (11)$$

点 P における接線は、 $g(\theta)$ に直交するから、傾きは式(12)で表せる。

$$\frac{dy_0}{dx_0} = -\frac{1}{\tan \theta} \quad \dots\dots\dots (12)$$

(x_0, y_0) と r, ϕ の関係は、式(13)、(14)となる。

$$x_0 = r \cos \phi \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$y_0 = r \sin \phi \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(11)～(14)から、実面長さ $r(\phi)$ と偏角 ϕ は式(15)、(16)で表せる。

$$r = \sqrt{g^2 + \left(\frac{dg}{d\theta}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\phi = \theta + \tan^{-1} \left(\frac{1}{g} \frac{dg}{d\theta} \right) \quad \dots\dots\dots (16)$$

図5の計算[9]～[13]に投影曲線から三次元物体形状を生成するためのフローチャートを示し、以下に計算方法を述べる。

[9]では、計算[8]で求められた z 軸方向の投影データを、 x - y 平面上のデータに並べ換えて、 $\Delta\theta$ degおきの投影データをスプライン補間によって作成する。 $\Delta\theta$ の大きさは、任意に設定できる。

[10]では、計算[9]を計算[8]で求めたすべての断

面について行ったかどうかの判別を行う。

計算[11]では、計算[10]で得られたすべての投影データに対して、式(15)、(16)を用いて実面長さを計算する。この計算をすべての回転角、断面に対して行う([12]、[13])。

4.2.2 計算精度の検討 4.1.2項と同様に三次元物体形状の生成に対する計算についても、三次元物体形状が簡単な関数形で与えられる三次元形状に対して、三次元形状の投影曲線を与えた場合の三次元物体形状の数値計算結果と厳密解を比較して、計算システムの計算精度を調べた。ここでは、考察する三次元形状をだ円柱とし、だ円柱の中心を z 軸とする。したがって、断面形状はだ円であり、一断面について投影曲線から三次元物体曲線を生成すれば、他の断面形状もこれに等しいと考えることができるので、 z 軸方向の形状変化については考える必要がない。

計算システムに入力する投影データを求める。図9において、三次元物体がだ円柱のとき、断面形状の値 x_0, y_0 は式(17)、(18)で与えられる。 x_0 - y_0 座標系が回転した場合、だ円上の値 (x, y) は、式(19)で与えられる。このだ円柱の回転角 θ における投影長さ $g(\theta)$ は、式(19)において x の最大値であるから式(20)と表せる。式(17)～(20)から、等間隔な回転角 $\Delta\theta$ に対する投影長さを計算し、計算システムに入力して、実面長さを生成した。

$$x_0 = \pm \frac{ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \tan^2 \phi}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$y_0 = \pm b \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{a}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (19)$$

図9 投影長さと実面長さの関係

図10 断面形状における誤差分布

$$g(\theta) = \text{Max} \{x(\phi)\} \quad (0 \leq \phi < 2\pi) \quad \dots\dots\dots (20)$$

図 6 に、式(17)、(18)において、 $a=80$ 、 $b=40$ としたときの、回転方向の測定間隔 $\Delta\theta$ と計算精度の関係を示す。このように、測定間隔を大きくすると計算誤差は指数関数的に大きくなる。

三次元物体形状生成の計算精度についても、図 7 のときと同じように誤差の分布を調べた。その中で、代表的なものを図 10 に示す。図 10 は $\Delta\theta=1 \text{ deg}$ の場合の誤差分布を表している。このように $\Delta\theta$ を小さくした場合には、誤差の変動がおよそ 10^{-4} mm 以内であり、実用上十分な精度で計算可能なことがわかる。

4・2・3 測定データによる計算 図 11 は計算され

図 11 投影曲線と断面形状の関係

た三次元物体の投影線と断面形状を表している。図中の点は 4・1 節で求められた三次元物体の投影点で、各角度の投影長さを表す閉曲線はスプライン補間により生成した。点線は 15° おきの三次元物体の各回転角における投影長さ、一点鎖線はこの投影点における三次元物体実面への垂線を表している。この図からもわかるように、投影点を回転方向に等間隔にとっても、この点から生成される実面上の点は等間隔にはならない。特に生成される点が集中する部分(図中 A、B 点付近)では、測定、計算誤差の影響が発生しやすいので注意が必要である。

図 12 は計算された三次元物体形状をワイヤフレームで示す。この図から、ゴルフクラブのフェースなどの特徴がよく計算されていることがわかる。また、本計算システムは、任意の z 軸上の断面を計算および作画することも可能である。5 mm おきの断面形状の計

図 12 三次元物体形状の計算結果

図 13 三次元物体の断面形状

図 14 実測値との比較

算例を図 13 に示す。

計算された三次元物体の断面形状を直接測定するために、三次元測定機の円筒プローブの代わりに、ポイントプローブを用いて三次元物体の測定を行った。図 14 には、三次元物体の一断面形状の計算結果とポイントプローブによる測定結果の一例を示す。図中の黒点がポイントプローブによる測定点を表す。これより、両者がよく一致していることがわかる。測定点と計算結果が場所によりわずかにずれるのは、 y - z 平面と三次元物体の曲面のなす角が大きいと、ポイントプローブの先端が三次元物体に接触しないためである。このような部分では、わずかなプローブ接触点のずれにより三次元物体の形状誤差が大きくなる。

5. おわりに

本研究では、三次元物体と側面接触する円筒プローブによる測定データから、自由曲面を有する三次元物体形状を生成する方法を提案し、円筒座標系を有する三次元測定機を製作した。さらに、製作した三次元測定機の測定データを計算処理するための計算システム

を開発した。

関数形で与えられる三次元形状に対して、測定データ間隔および補間で生成するデータ間隔と計算精度の関係を調べた結果、加工精度を考慮すると実用上十分な精度で、三次元物体形状が計算可能なことがわかり、本計算システムの有効性が確かめられた。

自由曲面を有する三次元物体の実例としてゴルフクラブのウッドの形状測定を行い、提案した方法を用いて、円筒プローブの測定データから三次元物体形状を計算した。計算された三次元物体形状に対して、ポイントプローブによる実測結果と比較した。

以上の結果から、本研究で提案した円筒プローブによる形状測定法では、投影曲線とオフセット曲線を利用することにより、通常行われている計算処理と比較して簡単に三次元物体形状を生成できることがわかった。

最後に、本研究に行うに当たりご協力いただいた、元本学学生 栗島正晴君、藤本一彦君に感謝の意を表す。

文 献

- (1) 中村, 機械の研究, 31-11(1979), 1311.
- (2) MaCool, J. I., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 106 (1984), 202.
- (3) DeVries, W. R., ほか 1 名, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 107 (1985), 167.
- (4) 近藤・ほか 2 名, 精密工学, 54-6(1988), 1070.
- (5) 高井, 精密工学, 54-10(1988), 1897.
- (6) 内海, マシニスト, 24-4(1980), 57.
- (7) 青山・ほか 2 名, 精密工学, 54-10(1988), 1957.
- (8) 岸浪・ほか 3 名, 精密工学, 52-8(1986), 1420.
- (9) 中尾(直)・ほか 3 名, 機論, 57-535, C(1991), 805.
- (10) 広瀬, 機械設計, 21-4(1977), 119.
- (11) 伊勢, 機械と工具, 30-12(1986), 70.
- (12) 藤巻, マシニスト, 24-4(1980), 64.
- (13) 中尾(陽), 神奈川大学工学部研究報告, 28(1990), 17.
- (14) 広瀬, 機誌, 82-731(1979), 1130.
- (15) Mathews, J. H., *Numerical Methods*, (1987), 238, Prentice-Hall International.
- (16) 金田, 精密工学, 51-6(1985), 1225.