ニューラルネットワークを用いた
非線形システムの最適制御*長 門 英 明^{*1}, 吉 田 和 夫^{*2}

Optimal Control of Nonlinear Systems by Neural Network

Hideaki NAGATO and Kazuo YOSHIDA

In this paper a new synthesis method of nonlinear optimal control is presented by applying a neural network with a known structure. This method consists of the identification mode of a control object and the synthesis mode of the controller. In the criterion function an ordinary quadratic form and a nonquadratic form are adopted. This method is applied to the control problem of a Duffing's nonlinear system and a friction nonlinear model. In computer simulations it was demonstrated that the nonlinear optimal controls were realized according to the nonlinear system and the nonquadratic criterion function, and the usefulness of the present synthesis method was verified.

Key Words: Automatic Control, Neural Network, Nonlinear Control, Optimal Control, Coulomb's Friction, Nonlinear Vibration

1. ま え が き

近年ニューラルネットワークを用いて運動制御問題を解く試みが盛んに行われ、報告されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。しかし、その多くは制御則をニューラルネットワークに置き換えるだけのものであり、ニューラルネットワークの特長を十分に活かした研究は少ない。

本研究では、一般的に解くのが容易でない非線形系の最適制御問題に対して、ニューラルネットワークの持つ非線形性、学習能力、最適化能力などの特長を活用し、制御則を導く一手法の提案を行う。さらに、提案する手法の有効性の検証を行うために、線形、および2種類の非線形(変位三乗形復元力特性、摩擦特性)の基礎的な数学モデルに適用し、数値シミュレーションを行う。

2. 非線形最適制御系の設計法

本論文で用いるニューラルネットワークに関する記号を、次のように定義する。

i_i : i 番めのニューロンの内部状態

* 原稿受付 平成3年7月1日。

^{*1} 学生員, 慶應義塾大学大学院 [現在: ソニー(株)]。

^{*2} 正員, 慶應義塾大学理工学部 (〒223 横浜市港北区日吉3-14-1)。

o_i : i 番めのニューロンの出力値

w_{ij} : i 番めのニューロンと j 番めのニューロンとの結合の重み

$f(x)$: 出力関数

w^{k+1}_{ij} : ニューラルネットワークの第 k 層 i 番めのニューロンと、第 $k+1$ 層 j 番めのニューロンの結合の重み

Δw^{k+1}_{ij} : ニューラルネットワークの第 k 層 i 番めのニューロンと、第 $k+1$ 層 j 番めのニューロンの結合の重みの修正量

i^*_i : 第 k 層 i 番めのニューロンの内部状態

o^*_i : 第 k 層 i 番めのニューロンからの出力

δk_i : 第 k 層 i 番めのニューロンに伝ばする誤差信号

J_N : 評価関数

J_{NS} : 目的関数

J_{NU} : 制約条件関数

ε : 各ニューロン間の結合重みの学習率

$y1_i[k]$: 第 k ユニットのシステム・ニューラルネットワークの最終層 i 番めニューロンに与える誤差信号

$y2_i[k]$: 第 k ユニットのニューラルネットワーク・コントローラの最終 i 番めニューロンに与える

誤差信号

ニューラルネットワークを用いて最適制御系を設計するためには、まず制御対象の運動を同定する必要がある。同定モードにおいて運動を同定し、シンセシスモードで設定する評価関数を最小にするコントローラを生成する。

2.1 ニューロンモデル 本研究で用いたニューロンモデルを図1に示す。各ニューロンの内部状態は、結合するニューロンからの入力信号の荷重和で与えられ、各ニューロンはその内部状態に応じた値を出力する。

$$i_j = \sum_i w_{ij} o_i \quad (1)$$

$$o_j = f(i_j) \quad (2)$$

2.2 同定モード 制御する対象のシステムが次の m 入力 n 次の微分方程式で記述できるとする。

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f_i(x_1(t), \dots, x_n(t), u_1(t), \dots, u_m(t)) \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

連続時間系であるシステムを、微小時間 Δt で離散化し離散時間表現すると、

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= f_{sd}\{x_1(k), \dots, x_n(k), u_1(k), \dots, u_m(k)\} \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ここで、 $t = k\Delta t$ とする。この離散化されたシステムの運動を、ニューラルネットワークを用いて同定する。時刻 $(k-1)$ の状態量 $x(k-1) = \{x_1(k-1),$

図1 ニューロンモデル

図2 システム・ニューラルネットワーク

$x_2(k-1), \dots, x_n(k-1)$ および、制御入力 $u(k-1) = \{u_1(k-1), u_2(k-1), \dots, u_m(k-1)\}$ を入力とし、1 単位時間 Δt 後の状態量 $x(k)$ を出力する。図2に示す4層の階層形のニューラルネットワークを考え、以下これをシステム・ニューラルネットワークと呼ぶ。システム・ニューラルネットワークの第1層の出力関数は、線形な関数を用いる。また第3層からの出力は Δt 後の状態量の変化分であり、第4層で時刻 $(k-1)\Delta t$ の状態量にその変化分が加えられて、時刻 $k\Delta t$ の状態量が出力される。このシステム・ニューラルネットワークを用いて、システムの運動を同定するには、第1, 2層間、および第2, 3層間の結合の重みを、多数の実際の運動を教師信号として更新していく。本研究では学習法として、誤差逆伝ば法を用いた。

2.3 シンセシスモード 同定モードで運動をシステム・ニューラルネットワーク内に十分に獲得すると、次にシンセシスモードで以下に示す評価関数を最小にする制御入力を出力する、ニューラルネットワーク・コントローラを生成することができる。

$$\begin{aligned} J_N &= \sum_{k=1}^N (J_{NS}[k] + J_{NU}[k-1]) \\ \begin{cases} J_{NS}[k] = J_{NS}\{x_1(k), \dots, x_n(k)\} \\ J_{NU}[k] = J_{NU}\{u_1(k), \dots, u_m(k)\} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし N は総時間ステップ数を表す。

ニューラルネットワーク・コントローラは、図3に示す n 入力 m 出力の3層の階層形のニューラルネットワークで、便宜上第1層を第A層、第2層を第B層、第3層を第C層と呼ぶことにする。また、制御時

図3 ニューラルネットワーク・コントローラ

図4 ニューラルネットワーク・コントローラを用いた制御系の構成図

には図4に示すようにフィードバック制御システムを構成する。

同定モードで学習したシステム・ニューラルネットワークとニューラルネットワーク・コントローラを図5のようにカスケード状に N 個配列し、ある初期状態 $x(0)$ を第1ユニットのシステム・ニューラルネットワークとニューラルネットワーク・コントローラの入力層に与え順方向に計算する。同定モードで十分に運動を同定できていれば、各ユニットは制御対象の運動の各時刻に対応し、評価関数〔式(5)〕の各ニューラルネットワーク・コントローラ、システム・ニューラルネットワークからの出力の関数とみなすことができる。

$$J_N = \sum_{k=1}^N (J_{NS}[k] + J_{NU}[k-1])$$

$$\begin{cases} J_{NS}[k] \cong J_{NS}\{o_1^A(k), \dots, o_n^A(k)\} \\ J_{NU}[k] \cong J_{NU}\{oc_1(k), \dots, oc_m(k)\} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6)$$

この評価関数の、ニューラルネットワーク・コントローラの結合の重み w^{AB}_{ij} , w^{BC}_{ij} についての gradient を計算することにより、式(6)を最小にするコントローラを得るアルゴリズムが導かれる。

$$\begin{cases} w^{AB}_{ij} = w^{AB}_{ij} + \sum_{k=1}^N \Delta w^{AB}_{ij}[k] \\ w^{BC}_{ij} = w^{BC}_{ij} + \sum_{k=1}^N \Delta w^{BC}_{ij}[k] \end{cases} \quad \dots\dots\dots (7)$$

この修正量 $\Delta w^{AB}_{ij}[k]$, $\Delta w^{BC}_{ij}[k]$ は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} \Delta w^{AB}_{ij}[k] &= -\varepsilon \frac{\partial J_N}{\partial w^{AB}_{ij}[k]} \\ &= -\varepsilon \frac{\partial J_N}{\partial i_j^B[k]} \frac{\partial i_j^B[k]}{\partial w^{AB}_{ij}[k]} \\ &= -\varepsilon \frac{\partial J_N}{\partial i_j^B[k]} o_i^A[k] \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

図5 シンセシスモードのニューラルネットワークモデル（順方向の信号の流れ）

$$\begin{aligned} \Delta w^{BC}_{ij}[k] &= -\varepsilon \frac{\partial J_N}{\partial w^{BC}_{ij}[k]} \\ &= -\varepsilon \frac{\partial J_N}{\partial i_j^C[k]} o_i^B[k] \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta B_i[k] &\equiv \frac{\partial J_N}{\partial i_i^B[k]} \\ &= \sum_j \frac{\partial J_N}{\partial i_j^C[k]} \frac{\partial i_j^C[k]}{\partial o_i^B[k]} \frac{\partial o_i^B[k]}{\partial i_i^B[k]} \\ &= \sum_j \frac{\partial J_N}{\partial i_j^C[k]} w^{BC}_{ij} f'_B(i_i^B[k]) \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta c_i[k] &\equiv \frac{\partial J_N}{\partial i_i^C[k]} = \frac{\partial J_N}{\partial o_i^C[k]} \frac{\partial o_i^C[k]}{\partial i_i^C[k]} \\ &= \left(\frac{\partial J_N}{\partial i_{n+1}^A[k]} + \frac{\partial J_{NU}[k-1]}{\partial o_i^C[k]} \right) f'_C(i_i^C[k]) \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta 1_i[k] &\equiv \frac{\partial J_N}{\partial i_i^1[k]} \\ &= \sum_j \frac{\partial J_N}{\partial i_j^2[k]} w^{12}_{ij} f'_1(i_i^1[k]) \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta 2_i[k] &\equiv \frac{\partial J_N}{\partial i_i^2[k]} \\ &= \sum_j \frac{\partial J_N}{\partial i_j^3[k]} w^{23}_{ij} f'_2(i_i^2[k]) \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta 3_i[k] &\equiv \frac{\partial J_N}{\partial i_i^3[k]} \\ &= \sum_j \frac{\partial J_N}{\partial i_j^4[k]} w^{34}_{ij} f'_3(i_i^3[k]) \end{aligned}$$

ここで、

$$w^{34}_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

であるから、

$$\delta 3_i[k] = \frac{\partial J_N}{\partial i_i^4[k]} f'_3(i_i^3[k]) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\delta 4_i[k] \equiv \frac{\partial J_N}{\partial i_i^4[k]} = \frac{\partial J_N}{\partial o_i^4[k]} \frac{\partial o_i^4[k]}{\partial i_i^4[k]}$$

ここで、 $k=N$ のときは、

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_N}{\partial o_i^4[k]} &= \frac{\partial}{\partial o_i^4[k]} \left\{ \sum_{l=1}^N (J_{NS}[l] + J_{NU}[l-1]) \right\} \\ &= \frac{\partial J_{NS}[N]}{\partial o_i^4[k]} \end{aligned}$$

となり、 $k=N$ のとき、第1, 4層の出力関数が線形であるとする、

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_N}{\partial o_i^4[k]} &= \frac{\partial}{\partial o_i^4[k]} \left\{ \sum_{l=1}^N (J_{NS}[l] + J_{NU}[l-1]) \right\} \\ &= \frac{\partial J_{NS}[k]}{\partial o_i^4[k]} + \frac{\partial}{\partial i_i^4[k+1]} \\ &\quad \times \left(\sum_{l=k+1}^N J_{NS}[l] + \sum_{l=k+2}^N J_{NU}[l-1] \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial i_i^1[k+1]} \left(\sum_{l=k+1}^N J_{NS}[l] + \sum_{l=k+2}^N J_{NU}[l-1] \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial i_i^A[k+1]} \left(\sum_{l=k+1}^N J_{NS}[l] + J_{NU}[l-1] \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial J_{NS}[k]}{\partial o_i^A[k]} + \delta 4_i[k+1] + \delta 1_i[k+1] + \delta A_i[k+1] \dots (15)$$

$$\delta A_i[k] = \frac{\partial J_N}{\partial i_i^A[k]} = \sum_j \frac{\partial J_{NU}}{\partial i_i^B[k]} w_{ij}^{AB} f'_A(i_i^A[k]) \dots (16)$$

以上より、各システム・ニューラルネットワークおよびニューラルネットワーク・コントローラからの出力に対し、誤差信号

$$y1_i[k] = \frac{\partial J_{NS}[k]}{\partial o_i^A[k]} \dots (17)$$

$$y2_i[k] = \frac{\partial J_{NU}[k-1]}{\partial o_i^B[k]} \dots (18)$$

を与え、信号を図6のように逆伝ばし、逆伝ばされた誤差信号をもとに前出の式に従いニューラルネットワーク・コントローラの結合の重みを更新する。 ε を十分小さな正の値にすると式(6)が徐々に減少していき、これを多数の初期状態に対し繰返し行うことにより、式(6)を最小にするコントローラを得ることが期待できる。

3. 非線形系の最適制御への応用例

3.1 数学モデル 簡単な数学モデルとして次に示す線形モデルと2種類の非線形モデルを考える。

(1) 線形モデル 本研究で用いた線形二次微分方程式を以下に示す。

$$\ddot{x}(t) = -x(t) - 2\zeta\dot{x}(t) + u(t) + w(t) \dots (19)$$

ここで、 ζ は減衰比、 $u(t)$ は制御入力、 $w(t)$ は白色雑音であり、

図6 シンセシスモードのニューラルネットワークモデル (逆方向の信号の流れ)

$$\begin{cases} E[w(t)] = 0 \\ E[w(t)w(\tau)] = W\delta_d(t-\tau) \end{cases} \dots (20)$$

のような性質を持つものとする。ただし $E[\cdot]$ は数学的期待値を、 δ_d は Dirac の Delta 関数を示す。この微分方程式は、図7-aに示すような一自由度系ばね-マス-ダンパ系の運動方程式に当たる。

(2) 変位三乗形復元力特性モデル 以下に示す変位三乗形復元力特性モデルの非線形微分方程式を用いた。

$$\ddot{x}(t) = -x(t) - 2\zeta\dot{x}(t) - \alpha x^3(t) + u(t) + w(t) \dots (21)$$

ここで、 α は非線形パラメータ。この微分方程式は、図7-bに示すモデルの運動方程式に当たり、一般的に多くの鉄鋼部材にみられる硬化ばね特性を表す。

(3) 摩擦特性モデル 次のような摩擦特性形の非線形微分方程式を用いた。

$$\ddot{x}(t) = -x(t) - 2\zeta\dot{x}(t) - \beta \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) + u(t) + w(t) \dots (22)$$

ここで、 β は非線形パラメータ。この微分方程式は、図7-cに示すクーロン摩擦を有するモデルの運動方程式に当たる。シミュレーションでは、各パラメータを次のように設定した。 $\zeta=0.05$, $\alpha=0.5$, $\beta=0.5$

3.2 評価関数 本研究では最適制御で一般的に用いる二次形式の評価関数と、四次の項を有する非二次形式の評価関数を用いた。以下にシミュレーションに用いた離散形の評価関数を示す。

(1) 二次形式評価関数

$$J_N = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (q_{11}x^2[k] + q_{22}\dot{x}^2[k] + ru^2[k-1]) \dots (23)$$

ここで、重み係数は $q_{11}=1$, $q_{22}=1$, $r=1$ とした。

図7 モデル図

(2) 非二次形式評価関数

$$J_N = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[\sum_{i=1}^2 (q_{1i} x_i^2[k] + q_{2i} x_i^2[k]) + r u^2[k-1] \right] \dots \dots \dots (24)$$

ここで、重み係数は $q_{11}=1, q_{12}=1, q_{21}=1, q_{22}=1, r=1$ とした。

4. シミュレーション

4.1 同定モード 線形モデルに対しては、図2のような通常の構造を有するニューラルネットワークを用い、第2層の出力関数に線形な関数を用いた非線形モデルに対しては学習時間の短縮や極小解への落ち込みを避けるため、図8に示す構造の既知構造を有するニューラルネットワーク⁽³⁾を用いた。このニューラルネットワークは、第2層の上から5個のニューロンは、第1層の特定のニューロンとしか結合を持たず、その結合の重みも1に固定されている。また、そのニューロンの出力関数には変位三乗形復元力特性モデルに対しては、既知関数として次の関数を用い、

$$\begin{cases} f_{21}(x) = x \\ f_{22}(x) = x^3 \end{cases} \dots \dots \dots (25)$$

摩擦特性モデルに対しては、次の関数を用いている。

$$\begin{cases} f_{21}(x) = x \\ f_{22}(x) = \frac{2}{1 + \exp(-x/a)} - 1 \quad (a=0.01) \end{cases} \dots \dots \dots (26)$$

第2層の他の三つのニューロンは、通常通り第1層のどのニューロンとも結合し、出力関数はシグモイド関数を用いている。運動の同定は、各数学モデルに対して、28から16種の適当な入力を与えた時の、 4π の間の応答のシミュレーション結果を教師信号とし、学習を行った。線形モデルは、 $\Delta t=2\pi/100$ とし、学習率 $\epsilon=30$ で200回学習した。変位三乗形復元力特性モデル

は、 $\Delta t=2\pi/1000$ とし、学習率 $\epsilon=0.3$ で500回学習した。摩擦特性モデルは、 $\Delta t=2\pi/100$ とし、学習率 $\epsilon=0.003$ で2000回学習した。

4.2 シンセシスモード 線形モデルの二次形式評価関数による制御に対しては、通常のニューラルネットワークを用いた。線形モデル、非線形モデルの非二次形式評価関数による制御に対しては、図9に示す構造の既知構造を有するニューラルネットワークを用いた。このニューラルネットワークは、B層の上から6個のニューロンが特定のニューロンとのみ結合を持ち、出力関数として既知関数を用いている。線形モデルに対する四乗の項を有する非二次形式評価関数による最適制御、および変位三乗形復元力特性モデルの二次形式評価関数による最適制御の解は、一般に三次の項を有することが知られている⁽⁴⁾ので、出力関数に以下の既知関数を用いた。

$$\begin{cases} f_{B1}(x) = x \\ f_{B2}(x) = x^2 \\ f_{B3}(x) = x^3 \end{cases} \dots \dots \dots (27)$$

また摩擦特性モデルの二次形式評価関数による制御に対しては、次の既知関数を用いた。

$$\begin{cases} f_{B1}(x) = x \\ f_{B2}(x) = \frac{2}{1 + \exp(-x/a)} - 1 \quad (a=0.01) \end{cases} \dots \dots \dots (28)$$

なお、図9における $f_{B4}(x)$ は通常のシグモイド関数である。

シンセシスモードでは、同定モードで得られたシステム・ニューラルネットワークと、未学習のニューラルネットワーク・コントローラをおのおの200個結合し、12種の適当な初期状態を与え学習を行いコントローラを獲得した。線形モデルに対する二次形式評価関数による制御では、学習率 $\epsilon=0.3$ で200回学習し、非

図8 既知構造を有するシステム・ニューラルネットワーク

図9 既知構造を有するニューラルネットワーク・コントローラ

二次形式評価関数による制御では学習率 $\varepsilon=0.0001$ で 200 回学習した。変位三乗復元力特性モデルは、学習率 $\varepsilon=0.3$ で 100 回学習し、摩擦特性モデルは、学習率 $\varepsilon=0.03$ で 200 回学習した。

4.3 シミュレーション結果

(1) 線形モデル(二次形式評価関数) 同じ評価関数による最適制御理論を用いた場合と、ニューラルネットワークを用いた場合の、制御性能の比較を表 1 に示す。入力外乱としてインテンシティ $W=1$ の白色雑音を加えたときの制御結果を表している。この比較から各 rms 値が 1% 未満の違いしかなく、ほとんど最適制御理論と同等の解を得ていることがわかる。

(2) 線形モデル(非二次形式評価関数) シミュレーションに用いた非二次形式の評価関数は、 $x, \dot{x}$ に対して四乗の項を持っているため、 $x, \dot{x}$ が大きくなると二次形式評価関数を用いたときよりも、 $x, \dot{x}$ を抑えるようにフィードバックゲインが大きくなり、制御性能が向上することが期待される。図 10 は入力外乱の大きさと x の rms 値の関係を示したものである。非制御時と二次形式評価による最適制御の場合は線形的な関係を示しているが、非二次形式評価によるニューラルネットワークを用いた制御の場合、外乱が大きくなると制御性能が向上しており、妥当な非線形な制御特性を持つコントローラが得られていることがわかる。

表 1 線形モデル・二次形式評価関数による制御シミュレーション結果

Intensity : 1			
	x rms	$\dot{x}$ rms	u rms
Uncontrol	4.7135	4.7644	-
Optimal control	1.2655 (26.84%)	1.6801 (35.26%)	2.0878
Neural network	1.2686 (26.91%)	1.6919 (35.51%)	2.0751

図 10 入力外乱の大きさと x の rms 値の関係 (線形モデル・非二次形式評価)

図 11 はコントローラの出力状態を表した図で、上から文献(4)の方法で得られた非二次形式評価関数を最小とする最適制御の近似解と、本論文の手法で通常のニューラルネットワークを用いて得られたものと、既知構造を有するニューラルネットワークで得られたものである。通常のニューラルネットワークは中間層に既知構造を有するニューラルネットワークと同様に 9 個のニューロンを持っている。この図から、通常のニューラルネットワークでは最適解に近いコントローラが得られていないことがわかる。これは、ハードウェアの制約や時間的な問題から中間層のニューロン数、層数をあまり大きくとれないことに原因があると考えられる。これに対し、既知構造を有するニューラルネットワークを用いた場合、最適解に近いコントローラが得られていることがわかり、既知構造を用いる

a. Optimal control

b. Neural network

c. Neural network (partially preorganized model)

図 11 コントローラの出力状態 (線形モデル・非二次形式評価)

図 12 入力外乱の大きさと x の rms 値の関係(変位三乗復元力特性モデル・二次形式評価)

ことの有効性が確認できる。

(3) 変位三乗復元力特性モデル 図 12 も非制御時、非線形項を考慮しない線形最適制御、ニューラルネットワークを用いた場合の入力外乱の大きさと x の rms 値の関係を示したものである。この結果からは、ニューラルネットワークを用いた場合も、非線形項を考慮しない最適制御とほとんど同じ制御性能、制御特性を示していることがわかる。もともとこのモデルの運動方程式は安定性が線形のときよりも増しており、 x , $\dot{x}$ が大きくなってもすぐに収束方向に向かってしまい、効果が現われにくいことに原因があると考えられる。

(4) 摩擦特性モデル 図 13 は、非制御時、非線形項を考慮しない線形最適制御、ニューラルネットワークを用いた場合の、初期変位を与えた時の応答を示したものである。ニューラルネットワークを用いた場合、非線形項を考慮しない最適制御時よりも零に近く収束しており、制御性能が向上していることがわかる。

これらの数値計算結果から、提案した手法により線形系に対する二次形式評価関数を用いた線形制御の最適解を導くことができること、非線形系に対する制御、非二次形式評価関数を用いた制御では、妥当な非線形特性を有する制御を実現できることが確認された。

5. あとがき

本研究では、非線形システムに対してニューラルネットワークを用いて系統的に非線形最適制御則を導く手法の提案を行った。特に、非線形系や非線形制御の特徴の先験的な知識を活かして既知非線形関数を導入して同定とシンセシスの学習効率を高めた。評価関数としては二次形式のみならず非二次形式に対しても制御則を系統的に求めることを示した。本手法の有効性

図 13 初期変位を与えたときの応答(摩擦特性モデル・二次形式評価)

は、線形モデル、変位三乗復元特性モデル、摩擦特性モデルに適応し、その有効性をシミュレーションによって明らかにした。

しかしながら、学習方法に最急降下法を用いているので、その解の最適性の保証などの問題が残る。また今後の課題としては、提案した手法の有効性の実験的検証などが考えられる。

文 献

- (1) 福田・ほか 3 名, 機論, 56-527, C(1990), 1854.
- (2) 前田・ほか 3 名, 信学技報, MBE88-169(1988), 79.
- (3) 西田・ほか 2 名, 信学技報, MBE89-47(1989), 43.
- (4) Yoshida, K., *Int. J. Control.*, 39-2 (1984), 279.
- (5) 麻生, ニューラルネットワーク情報処理, (1989), 50, 産業図書.