多自由度振動系の外乱相殺制御*

(固定面を利用する制振器およびアクティブ動吸振器を用いる場合)

野波 健蔵^{*1}, 西村 秀和^{*1}, 崔 衛民^{*2}

Disturbance Cancellation Control for Vibration of Multi-Degree-of-Freedom Systems (Case of Using Active Vibration Absorber and Active Dynamic Vibration Absorber)

Kenzo NONAMI, Hidekazu NISHIMURA and Weimin Cui

This paper describes the control system design method concerning the feedforward control to cancel disturbance forces, including feedback control and their experimental considerations. There are two kinds of active vibration control devices. One is the type using a fixed point such as an active vibration absorber (AVA). The other is the type using an auxiliary mass such as an active dynamic vibration absorber (ADVA). The design methods for both the AVA and ADVA are shown here, and the control efficiency of ADVA is compared with that of AVA. Also, we have built two test rigs to simulate a large structure with AVA or ADVA. In order to carry out fast computation, including the estimation for disturbances, we have used the digital signal processor (DSP). The experimental results of AVA and ADVA are in good agreement with their simulation results. In conclusion, the disturbance forces are perfectly cancelled, and output zeroing is actually realized when the disturbance frequency is exactly equivalent to the design frequency of the observer. We have confirmed that the proposed disturbance cancellation control is very useful for active vibration control.

Key Words: Active Vibration Control, Disturbance Cancellation Control, Disturbance Observer, Multi-Degree-of-Freedom, Active Dynamic Vibration Absorber, Experiment, DSP

1. はじめに

近年、機械構造物や土木・建築構造物に対する振動制御の重要性はますます高まっている。とくに、アクティブ振動制御は従来のパッシブ振動制御では得られない優れた制振特性を有しているため注目を浴びており、優れた制振効果を得るための設計法、実用に耐える信頼性、経済性も含めた実現性の観点からの研究が一層必要とされている。

優れた制振効果を得る有力な方法として、構造物自体の状態フィードバック制御に加えて構造物への外乱を効果的に利用するフィードフォワード制御を併合する方法がある。外乱にはいくつかの種類があるが、持続的な調和励振力に関しては Wonham⁽⁸⁾が制御理論的考察を与え、これを用いて Burdess と Metcalfe^{(1)~(3)}や水野・樋口^{(4)~(6)}、野波⁽⁷⁾らは外乱相殺のためのフィードバックとフィードフォワードの併合制御の考え方を示している。しかし、制御系を物理座標系で設計しているため、外乱の作用する点と制御力の作用する点が異なる多自由度振動系での外乱相殺制御系の設計法については必ずしも明らかにされていない。この問題について著者の一人は、調和励振力を受ける多自由度振動系の外乱相殺制御系の一般的設計法としてモード

座標系を用いて定式化した⁽⁹⁾。

不規則外乱については、吉田らが確率最適制御理論に基づいたフィードフォワード併合制御設計法を示し理論的・実験的に考察しており^{(10)・(11)}、多自由度構造物に対して、最悪入力外乱を想定し入力外乱に対するロバスト性を考慮し、評価関数における妥協のもとに制御系設計ができる点が特徴と言える⁽¹¹⁾。

一方、入力外乱を直接検出できるかどうかでフィードフォワード制御系設計法は異なり、検出できない場合は何らかの方法で外乱を推定する必要がある。外乱推定を含めてコンピュータを用いるデジタル制御によりフィードフォワード併合制御系を実現する場合、演算速度が問題となる。

これらの観点より、本論文では前報⁽⁹⁾で示した設計法を(I)主として橋梁などの土木構造物を対象にして固定面を利用する制振器、(II)主として塔状の建築構造物を対象にしたアクティブ動吸振器の二つに分けて⁽¹²⁾、定式化すると共に、それぞれの制振特性を理論的かつ実験的に比較検討する。また、本設計法では外乱推定に最小次元オブザーバを用いており、実験ではデジタルシグナルプロセッサ(DSP)を用いることにより、オブザーバを含むフィードフォワード制御系の演算の高速化を図っている。

* 原稿受付 平成3年5月10日。

^{*1} 正員、千葉大学工学部 (〒260 千葉市弥生町1-33)。

^{*2} 学生員、千葉大学大学院。

2. モデリング

2.1 固定面を利用する場合 図1(a)のように、質点1に外力を受け、質点4に制御力を発生するアクチュエータを有する四自由度構造物を扱う。この構造物の運動方程式は次式となる。

$$M_f \ddot{X}_f + K_f X_f = E_f w + F_f u \quad (1)$$

$$X_f = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T, \\ M_f = \text{diag}(m_1, m_2, m_3, m_4),$$

$$K_f = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix},$$

$$E_f = [-1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad F_f = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

正規化されたモード行列 Φ_f を用いて、モード座標での運動方程式は次式となる。

$$\ddot{\xi}_f + \Omega_f^2 \xi_f = e_f w + f_f u \quad (2)$$

$$\xi_f = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3 \ \xi_4]^T,$$

$$X_f = \Phi_f \xi_f, \quad \Phi_f^T M_f \Phi_f = I,$$

$$\Phi_f^T K_f \Phi_f = \Omega_f^2 = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \omega_4^2),$$

$$e_f = \Phi_f^T E_f = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4]^T,$$

$$f_f = \Phi_f^T F_f = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]^T$$

2.2 アクティブ動吸振器を利用する場合 図1

(b)に、質点4に付加質量とアクチュエータで構成されたアクティブ動吸振器を取りつけた四自由度構造物を示す。主構造物に関する運動方程式は式(1)と同じである。アクティブ動吸振器に関する運動方程式は

$$m_a \ddot{x}_a = -u \quad (3)$$

となり、アクティブ動吸振器の相対変位 $x_a = x_5 - x_4$ を用いて、構造物の運動方程式は以下ようになる。

$$M_a \ddot{X}_a + K_a X_a = E_a w + F_a u \quad (4)$$

以下の変換行列を用いて、

$$\Phi_a = \begin{bmatrix} \Phi_f & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

主構造物のみをモード座標系で記述した運動方程式

は次式となる。

$$\ddot{\xi}_a + \Omega_a^2 \xi_a = e_a w + f_a u \quad (6)$$

$$X_a = [X_f \ x_a]^T, \quad \xi_a = [\xi_f \ x_a]^T,$$

$$M_a = \begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad K_a = \begin{bmatrix} K_f & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$E_a = [E_f \ 0]^T, \quad F_a = [F_f \ 0]^T,$$

$$\Omega_a^2 = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \omega_4^2, 0),$$

$$e_a = \Phi_a^T E_a = [e_f \ e_5]^T, \quad e_5 = 0$$

$$f_a = \Phi_a^T F_a = [f_f \ f_5]^T, \quad f_5 = \frac{1}{m_a}$$

2.3 一般的運動方程式および状態方程式 記号の簡略化のため、固定面の場合と動吸振器の場合の運動方程式を一般化して記述すれば次式となる。

$$\ddot{\xi} + \Omega^2 \xi = e w + f u \quad (7)$$

式(7)を $x = [\xi \ \dot{\xi}]^T$ を用いて状態方程式の形で書くと

$$\dot{x} = Ax + dw + bu \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = [0 \ f]^T, \quad d = [0 \ e]^T$$

また $x_i = [\xi_i \ \dot{\xi}_i]^T$ を用いてモードごとの状態方程式で記述すると次式となる。

$$\dot{x}_i = A_i x_i + d_i w + b_i u \quad (9)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_i = [0 \ f_i]^T, \quad d_i = [0 \ e_i]^T$$

3. 外乱相殺制御系の設計

制御系の設計ははじめにフィードバック制御入力 u_b の設計を行い、次にフィードフォワード制御入力 u_f の設計を行う。制御入力は $u = u_b + u_f$ となり、式(7)は次のようになる。

$$\ddot{\xi} + \Omega^2 \xi = e w + f u_b + f u_f \quad (10)$$

3.1 フィードバック制御系の設計 フィードフォワード制御をモード座標で設計するため、フィードバック制御を施したシステムのモード分離が成り立っている必要がある。モード制御によるフィード

(a) 固定面を利用する場合

(b) アクティブ動吸振器を利用する場合

図1. 制御対象の四自由度構造物モデル

バック制御を行うことにより、モード分離が完全に実現できるが、これを実際に実現するのは困難であるので、ここでは状態フィードバック制御により近似的にモード分離を実現する。

制御入力としてシステム(8)へフィードバック制御入力加わるとすると、式(8)は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu_b \\ u_b &= -Gx, \quad G = [g_1, \dots, g_i, \dots, g_k] \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、極指定あるいはLQ制御などの手法で、フィードバックゲインGを決める。

3.2 フィードフォワード制御系の設計 フィードバック制御を施したシステムの*i*次モードの状態方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_{\rho i} x_i + d_i w + b_i u_{fi} \\ A_{\rho i} &= A_i - b_i g_i \end{aligned} \quad (12)$$

ある*i*次モードの固有振動数と同じ振動数を持つ外乱が構造物に加わるとき、*i*次モードの共振が発生する。ここでは*i*次モードの共振応答に対して以下のようなフィードフォワード型外乱相殺制御を施す。

$$u_{fi} = -\frac{e_i}{f_i} w \quad (13)$$

外乱の状態方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{w}_i &= A_d w_i \\ w_i &= \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix}, \quad A_d i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

式(12)、(14)より拡大系の状態方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{X}_i &= A_i X_i + B_i u_{fi}, \quad X_i = \begin{bmatrix} x_i & w_i \end{bmatrix}^T \\ A_i &= \begin{bmatrix} A_{\rho i} & D_i \\ 0 & A_d i \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} b_i & 0 \end{bmatrix}^T, \quad D_i = \begin{bmatrix} d_i & 0 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (15)$$

一方、*i*次モードの変位、速度が検出できるものとすると、出力方程式は次式となる。

$$Y_i = C_i X_i = x_i, \quad C_i = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

外乱モデルの状態量を推定するため以下のように最小次元オブザーバを設計する。設計パラメータ行列*L_i*を用いて、オブザーバは以下になる。

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= \hat{A}_i z_i + \hat{H}_i Y_i + \hat{B}_i u_{fi} \\ z_i &= \begin{bmatrix} z_i & \dot{z}_i \end{bmatrix}^T, \quad \hat{A}_i = A_d i - L_i D_i \end{aligned} \quad (17)$$

$\hat{H}_i = \hat{A}_i L_i + D_i - L_i A_{\rho i}$, $\hat{B}_i = -L_i b_i$
外乱モデルの推定量は次式で与えられる。

$$\hat{w}_i = z_i + L_i Y_i, \quad \hat{w}_i = \begin{bmatrix} \hat{w}_i & \dot{\hat{w}}_i \end{bmatrix} \quad (18)$$

ここで、*L_i*は極指定により決定する。

式(13)と(18)から、フィードフォワード制御入力は次式となる。

$$u_{fi} = -\frac{e_i}{f_i} \hat{w}_i = -\frac{e_i}{f_i} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} (z_i + L_i x_i) \quad (19)$$

式(15)、(17)、(18)および(19)よりオブザーバを含めた状態方程式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_i \\ z_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{\rho i} - D_i L_i & -D_i \\ \hat{H}_i & \hat{A}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_i \\ 0 \end{bmatrix} w_i \\ \hat{H}_i &= \hat{A}_i + L_i D_i L_i \end{aligned} \quad (20)$$

3.3 制御系の設計手順 フィードフォワード制御入力により1次モードから*k*次モードまで外乱

図2. 外乱相殺制御系の設計手順

相殺すると考えると、実システムへの制御入力は

$$u = -Gx + \sum_{i=1}^k u_{fi} \quad (21)$$

となる。外乱相殺制御系の設計手順をフローチャートの形にまとめると図2のようになる。オブザーバはある一つのモードごとに設計したため、式(8)、(20)および(21)を総合して他のすべてのモードへの影響を確認しておく必要がある。とくに、安定性、定常応答、過渡応答、制御入力の大きさ、アクチュエータのストロークなどについて所望の制振特性を有しているかどうかを数値計算を通じて検討しなければならない。実現性の観点から結果が不十分であれば基本的にフィードフォワード制御系の設計を変更する。アクティブ動吸振器(ADVA)を利用する場合は特にストロークの制約が実現上重要な問題となるので、フィードバックとフィードフォワードの併合制御によって優れた制振効果が得られるよう吟味する必要がある。

図3に外乱相殺制御系のブロック線図を示す。なお、外乱周波数があるモードと異なる任意の周波数についても同様に外乱相殺制御系の設計ができる。

図3. 外乱相殺制御系のブロック線図

表1. アクティブ動吸振器を用いた場合の実験諸元

Parameter	Value	Unit
Mass	m_1	1.62 kg
	m_2	1.48 kg
	m_3	1.48 kg
	m_4	1.90 kg
	m_a	0.145 kg
Mass ratio	$m_a / \sum_{i=1}^4 m_i$	0.022
Spring constant	k_i	2600 N/m
Natural frequency	ω_1	15.8 rad/sec
	ω_2	45.1 rad/sec
	ω_3	69.3 rad/sec
	ω_4	86.1 rad/sec
Sampling frequency		5000 Hz

(a) 固定面を利用する制御系の略図

(b) アクティブ動吸振器の実験モデル

図4. 実験装置の略図

4. 実験装置および実験結果

4.1 実験装置 実験装置の略図を図4に示す。実験装置は図4(a)の固定面を利用する場合と図4(b)のアクティブ動吸振器を利用する場合について製作し、実験を行った。アクティブ動吸振器を利用する場合の実験装置の諸元は、表1のようであり、固定面を利用する場合もほぼ同様である。実験での制御系の構成は両者とも同じであるので固定面を利用する場合についてのみ図4(a)に示した。3章で述べた制御系の演算を本実験ではすべて32ビットのDSP内部で実現している。具体的には、図4(a)に示した制御系の構成のように、ホスト・コンピュータ(PC-9801)より制御系の演算を記述したプログラムを転送し、DSPがこれを実行する。

制御信号の流れとしては、まず、主構造物の各質点の変位をギャップセンサを用いて検出し、AD変換器を通してDSP内部に取り込み、差分演算により速度を求める。また、アクティブ動吸振器を用いる場合には、質点4と動吸振器質量との相対変位をギャップセンサにより検出し、差分演算により速度を求める。そして、あらかじめ実験モード解析により求めたモード行列の逆行列を用いて、主構造物のみについてモー

ド座標系に変換する。さらにフィードバック制御則の演算を行い、最小次元オブザーバを用いたフィードフォワード制御系の演算を行う。フィードバック制御力およびフィードフォワード制御力をDA変換器、アンプを通して制御用アクチュエータへ印加して、構造物の制振を行う。

4.2 数値計算結果と実験結果 固定面を利用したアクティブ制振器を用いる場合の入力外乱 w に対する主構造物の質点4の変位 x_4 の周波数応答を図5に示す。図5(a)は数値計算結果であり、図5(b)の実験結果は質点1へのインパルス入力に対する質点4の変位の伝達関数を示している。これから、数値計算結果と実験結果がきわめて良く一致し、希望の設計周波数(外乱周波数)でフィードバック制御のみに比べてフィードフォワード併合制御系はさらに約30dB制振し外乱を相殺していることが分かる。図6は同時に1次、2次モードのフィードフォワード制御を併合する場合の周波数応答である。図6(a)および(b)は入力外乱 w に対する主構造物の質点4の変位 x_4 の周波数応答の数値計算結果および実験結果、図6(c)は入力外乱 w に対する制御力 u の周波数応答の数値計算結果である。図6(a)と(c)から構造物の応答変位のノッチ効果の得られる周波数と、制御力の伝達関数上でフ

ィードバック制御のみの場合と一致する周波数とが合致している様に見えるが、実際には若干のずれがあり、フィードフォワード併合制御はやはりフィードバック制御のみに比べてやや制御入力が大きくなる。

次に、アクティブ動吸振器を用いる場合の $x_4/w, x_a/w$ の周波数応答の数値計算結果を図7に示す。図7は1次モードのみのフィードフォワード制御を併合する場合であり、アクティブ動吸振器のストロークに関する制約を小さくした場合($q_a = 0.001$)と大きくした場合($q_a = 0.1$)を示している。動吸振器質量のストロークの制約を小さくすることにより、ノッチの現われる周波数領域を広げられることがわかる。また、図6と同様に、ノッチ効果の得られる周波数と、動吸振器質量の変位の伝達関数上でフィードバック制御のみの場合と一致する周波数とは若干のずれがあることがわかる。

図8(a)は1次、2次モードのフィードフォワード制御を同時に併合する場合の x_4/w の周波数応答の数値計算結果である。一方、図8(c)はアクティブ動吸振器のストロークに関する制約を小さくした場合($q_a = 0.001$)の数値計算結果で、ノッチ効果の生ずる周波数帯域が拡大している。しかし、固定面を利用した図6(a)とアクティブ動吸振器を利用した図8(c)を比較するとノッチ効果は固定面を利用するアクティブ制

振器を用いる方がより顕著に現われることがわかる。次に、図8(a)に対する実験結果を図8(b)に示す。実験は入力外乱としてFFTアナライザから発生させた白色雑音を用いている。(b)の実験結果は(a)の数値計算結果に比べ、ノッチ効果の現われる周波数領域が若干狭いものの、ほぼ数値計算の結果と合致している。なお、動吸振器質量のストロークの制約を小さくすることで、ノッチ効果の現われる周波数領域を広げることが可能となるが、本実験に用いたアクチュエータの制約上、さらにノッチの周波数領域を広げることができなかった。

(a) x_4/w の数値計算結果

(a) 数値計算結果

(b) 実験結果

(b) x_4/w の実験結果

(c) u_4/w の数値計算結果

図5. 固定面で制御する場合の質点4の周波数応答 x_4/w (1次モードのみフィードフォワード制御)

図6. 固定面で制御する場合の周波数応答 x_4/w (1次と2次モードフィードフォワード制御)

(a) x_4/w (b) x_4/w 図7. アクティブ動吸振器で制御する場合の周波数応答の数値計算結果
(1次モードのみフィードフォワード制御)

図9は、アクティブ動吸振器を用いる場合について2次モード共振周波数の正弦波で構造物が加振された場合の質点4の応答変位および動吸振器質量の変位の時刻歴応答を示す。フィードフォワード制御を併合することにより、質点4の応答をほぼ零振幅にすることができ、この時、動吸振器質量の変位はフィードバック制御のみの場合に比較して、約60%増加している。図7(b)で構造物の応答変位のノッチ効果の得られる周波数が、動吸振器質量のストロークでフィードバック制御のみの場合と一致する周波数とは若干のずれがあることを示した。本実験でもノッチ効果の現われる周波数(6.3Hz)上では、動吸振器の変位が大きくなっている。

図10はアクティブ動吸振器を用いた場合について、不規則外乱に対する外乱相殺制御系の制振効果を数値計算で検討したものである。この場合、動吸振器質量のストロークの制約を緩和した場合であるが、フィードバック制御のみに比べてフィードフォワード制御を併合するとさらに制振効果が改善されることがわかる。この場合の動吸振器のストロークはフィードバック制御に比べやや大きくなる。

(a) 数値計算結果

(b) 実験結果

(c) 数値計算結果(動吸振器ストロークの制限を緩和した場合)

図8. アクティブ動吸振器で制御場合の質点4の周波数応答 x_4/w
(1次と2次モードのフィードフォワード制御)

5. あとがき

搭状構造物を制振対象として固定面を用いる制振器とアクティブ動吸振器の二つの場合について外乱相殺制御系の設計法を示し、実験によってその有効性を確認した。要約すると以下ようになる。

(1) 多自由度振動系の外乱相殺制御系はモード座標で容易に設計でき、DSPのような高速演算プロセッサを用いることにより外乱相殺制御系を実現できる。

(a) x_4 (b) x_4

図9. アクティブ動吸振器で制御する場合の時刻歴応答の実験結果 (2次モードのみのフィードフォワード制御, 2次の共振周波数の調和励振力が加わった場合)

(a) x_4 (b) x_4

図10. アクティブ動吸振器で制御する場合の時刻歴応答の計算結果 (1次モードのみのフィードフォワード制御, 不規則外乱が加わった場合)

(2) 本論文で示した外乱相殺制御系は特定の周波数に対してきわめて優れた制振効果を発揮し, 不規則外乱に対しても有効である。

(3) 固定面を利用するアクティブ制振器を用いる場合の方が, アクティブ動吸振器を用いる場合よりノッチ効果の現われる周波数領域は広い。

(4) アクティブ動吸振器質量のストロークに関する制約を小さくすることにより, ノッチ効果の現われる周波数領域を広げることができる。ただし, 制御系全体の安定性を確保するためには, アクティブ動吸振器のストロークにある程度の制約を与えておく必要がある。

文 献

- (1) Burdett, J. S. and Metcalfe, A. V., J. Sound Vib., 91-3, 1983, 447.
- (2) Metcalfe, A. V. and Burdett, J. S., ASME Paper, 85-DET-169, 1985.
- (3) Metcalfe, A. V. and Burdett, J. S., ASME Vib. Conf., DET-V, 18-2, 1989, 237.
- (4) 水野・樋口, 計測自動制御学会論文集, 1984, 20-12.
- (5) 水野・樋口, システムと制御, 30-8, 1986, 512.
- (6) 水野, 計測自動制御学会論文集, 24-4, 1988, 78.
- (7) 川真田・野波, 機論, 56-528, C, 1990, 2056.
- (8) Wonham, W. M. and Pearson, J. B., SIAM J. on control, 12-1, 1974, 5.
- (9) 野波, 機論, 57-534, C, 1991, 364.
- (10) 吉田・下郷・西村, 機論, 53-495, C, 1987, 2310.
- (11) 西村・吉田・下郷, 機論, 55-517, C, 1989, 2321.
- (12) 背戸, 機論, 51-472, C, 1985, 3165.