大型フレキシブル骨組み構造物の混合型最適設計に関する研究*

(第 1 報)

Chinmoy PAL^{*1}, 大 坪 英 臣^{*2}

A Study in the Evaluation of Multi-objective Criteria in Designing Large Flexible Skeletal-Type Structures (1st Report)

Chinmoy PAL and Hideomi OHTSUBO

A method of evaluating simultaneous structural, control and shape optimization of flexible structures is presented in this paper. Two different and mutually conflicting criteria, the structural weight and the control energy to reduce vibration, are taken as objective functions. The qualitative aspect of the optimum solutions are discussed with transient response and control effort. Effect of geometrical shape of structure is also investigated for a two-bar and a twelve-bar truss problem.

Key Words: Finite Element, Optimization and Control

1. はじめに

近年、軽量化を追加した大型宇宙構造物及び柔軟なマニピュレータの設計に関する研究が脚光を浴びている。設計の際、考慮すべきことは構造物の軽量化及び振動制御用エネルギーの節約であり、同時に多数の目的関数を最小化する混合型問題を解くことが全体システムの最適な設計をする上で重要である。

フレキシブル構造に関する研究は次に述べるように多数あるが、いずれも全重量あるいは制御エネルギーのいずれかを目的関数とし、混合型問題としては扱われていない。

Khot⁽¹⁾, Venkayya⁽²⁾は応力、変位、固有値の制約を満たす初期設計を行い、最適重量構造物を設計した。Haftka⁽³⁾は非構造質量 (non-structural mass) と部材厚の部分変更を考慮した最適制御に対するアルゴリズムを提案し、Junkins^(4,5)は、固有値制約条件における2段階制を取り入れたフレキシブル構造物の運動と曲げ振動を減少させるフィードバック制御系の設計に対する固有値空間を最適にする手法を導いた。またKhot⁽⁶⁾により閉ループ固有値の分布や制御ゲインの最小フロベニウスノルムを制約

条件として構造・制御系最適化が定式化された。

工学における数多くの相反する制約条件を満たす資材の最適な分配は多目的最適化問題の典型的な例である。多目的問題を解くことは、イタリアの経済学者 Pareto より初めて試みられ⁽⁷⁾、Rao^{(8),(13)}がゲーム理論を用いて多目的問題を等価な一つの目的関数に置き換えた。従来は、経済の分野で、複数の目標値 (ゴール) を設定した多目的問題の最適値を求める手法としてゴールプログラミングが知られている。文献⁽⁹⁾では非線形の問題を線形化したゴールプログラミングによって構造解析が行われた。本論文では以下に掲げる 2 項目を目的とする。

- 1) ゴールプログラミングによる多目的問題の一般的な定式化
- 2) 構造物の最適配置形状の影響の調査

2. 多目的最適設計

本論文で用いる多目的最適設計では各目的関数を平等に取り扱うことを基本とする。m 項の目的関数の場合、理想的な解は m 次元ベクトルであり、各成分はそれぞれの

* 原稿受付 平成 3 年 4 月 9 日。

^{*1} 正員、日産自動車(株)中央研究所車両研究所 (〒237 横須賀市夏島町 1)。

^{*2} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)。

目的関数のスカラー型最適値である。設計変数 z の関数である目的関数 $f_i(z)$ からなるベクトル $F(z)$ を次式のように定義する。

$$F(z) = \left[f_1(z), f_2(z), \dots, f_i(z), \dots, f_m(z) \right]^t \quad (1)$$

$$z = \left[z_1, z_2, \dots, z_n \right]^t$$

f_i が i 番目の理想的な最適値であれば、全体システムの最適値を求めるために次式のようなグローバルな目的関数の最小値が考えられる。

$$\text{Min } d_\alpha = \left[\sum_{i=1}^m |f_i(z) - f_i^*|^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (2)$$

$$g(z) \leq 0, \quad j=1, 2, \dots, r; \quad h(z) = 0, \quad j=r+1, r+2, \dots, s \quad (3)$$

ここで、 $g(z)$ や $h(z)$ はそれぞれ不等式、等式制約条件である。 d_α はメトリック距離で、 α は1から ∞ までのある整数パラメータである。通常は $\alpha=1, 2$ をとる。数値解析の安定性のために目的関数を無次元化して用いる必要があり、無次元化した各目的関数と全体系の評価関数が次のように表示される。

$$F(z) = \left[\bar{f}_1(z), \bar{f}_2(z), \dots, \bar{f}_i(z), \dots, \bar{f}_m(z) \right]^t \quad (4)$$

$$\bar{f}_i(z) = \frac{f_i(z) - f_i^*}{f_i^*}$$

ここで、 α が ∞ である場合、重み付き全体評価関数は次式で表せる。

$$\text{Min}_z \text{Max}_i \beta_i \left| \frac{f_i(z) - f_i^*}{f_i^*} \right| \quad i=1, 2, \dots, m; \quad \sum_{i=1}^m \beta_i = 1 \quad (5)$$

β_i は各目的関数の重みである。

3. 運動方程式

強制外力を受ける大型構造物の自由度 n の有限要素方程式は次式のように書ける。

$$M(z)\ddot{r}(t) + C(z)\dot{r}(t) + K(z)r(t) = F_1(u, t) + F_2(t) \quad (6)$$

$r(t)$ はシステムの応答であり、 $M(z)$ は質量行列、 $C(z)$ は減衰行列、 $K(z)$ は剛性行列であり、各々が設計変数 z の関数である。設計変数は部材の断面積と節点座標である。

質量行列は構造系と非構造系からなり、構造質量のみが設計変数の関数である。質量行列と剛性行列は対称な正定又は半正定行列と仮定する。減衰行列は剛性行列と質量行列の線形結合で表されたとし、次式で表現される。

$$C(z) = \alpha M(z) + \beta K(z) \quad (7)$$

ここで、 α, β は比例係数である。

(6)式の右辺の第1項 $F_1(u, t)$ は制御入力、第2項 $F_2(t)$ は起振外力であるが、本解析では $F_2(t)$ は0と仮定する。

この仮定より支配方程式 (6) は次式のようになる。

$$M(z)\ddot{r}(t) + C(z)\dot{r}(t) + K(z)r(t) = D U(t) \quad (8)$$

ここで、制御入力 $F_1(u, t)$ は $F_1(u, t) = D U(t)$ とおいた。制御系は離散化されたアクチュエータ及びセンサから構成され、 m 次元ベクトル $U(t)$ がアクチュエータの入力、 $(n \times m)$ 行列 D がアクチュエータ及びコントローラの位置の関係を表す。閉ループの状態方程式は次式のようになる。

$$\dot{X} = A X + B U; \quad X = \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{r} \\ r \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r \end{bmatrix} \quad (9)$$

ただし、

$$r(t) = \Phi \eta(t) \quad (10)$$

ここで $\eta(t)$ は直交座標系における変位であり、 p 次元ベクトル ($p \leq n$) とする。固有モード行列 $\Phi = [\phi_i]$ は標準固有値問題 (11) 式を解いて求まる。

$$\omega_i^2 M \phi_i = K \phi_i \quad (11)$$

ω_i^2, ϕ_i は減衰のない系の i 次の固有値及び固有ベクトルである。

また、閉ループの状態行列 A や制御行列 B は次のようになる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} M^{-1}D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

動的応答を表すのに必要とされるモードの数 p は外乱やアクチュエータとセンサの位置によって決められる。(10)式と(11)式を使って(9)式と(12)式を書き直せば次式のようになる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i \omega_i \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \Phi^t D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \ddot{\eta} \\ \dot{\eta} \\ \eta \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (15)$$

本解析では減衰比 $\zeta < 1.0$ のみ考える。システムの出力 $Y(t)$ は次式で表現され、出力行列 E はアクチュエータとセンサの位置が一致すれば B^t になる。

$$Y(t) = EX(t) \quad (16)$$

可制御かつ可観測なシステムの最適状態フィードバックの2次形式評価関数 J は次のように定義される。

$$J = \int_0^{\infty} (X^t Q X + F^t R F) dt \quad (17)$$

ここで、 Q, R は重み行列である。 R は正定行列であるが、 Q は少なくとも半正定になる必要がある。これらの重みを変えながら制御対象になるシステムの動的特性を調整できる。しかし Q 及び R を選択する上で、これらにより決定される J の物理的な意味が重要である。文献⁽¹⁰⁾では、 Q, R は単位行列として計算されているが、その場合、 J の物理的意味が明確でないため本論文では次のように選択した。

$$Q = \begin{bmatrix} -p_k \omega_i^2 & 0 \\ 0 & p_m I \end{bmatrix}; \quad R = p_r D^t K^{-1} D \quad (18)$$

ここで、 p_m, p_k, p_r はパラメータである。そこで Q と R は (18) 式のように選ばれることによって J は (19) 式のように書き直せる。

$$J = \int_0^{\infty} (p_m \dot{r}^t M \dot{r} + p_k r^t K r + p_r U^t D^t K^{-1} D U) dt \quad (19)$$

この定式化により J は全体構造の運動エネルギー、ひずみエネルギーと制御力のポテンシャルエネルギーの総和としてみなせる。 J を最小にする最適状態フィードバックの理論より最適入力ベクトル $U^*(t)$ が (20) 式で計算できる。

$$U^*(t) = -G X^*(t) \quad (20)$$

$X^*(t)$ は $U^*(t)$ に対応する状態ベクトルで、最適ゲイン $G(t)$ が (21) 式によって求まる。

$$G = R^{-1} B^t P \quad (21)$$

ここで、リカッチ行列 P は対称正定行列で、リカッチ方程式 (22) から計算できる^{(14),(15)}。

$$A^t P - P B R^{-1} B^t P + P A + Q = 0 \quad (22)$$

(20) 式を (9) 式に代入して、閉ループの支配方程式が次のようになる。

$$\dot{X}^* = (A - B G) X^* = A^* X^* \quad (23)$$

閉ループの A^* 行列の固有値解析から (23) 式に述べた複素固有値 λ_i を求め、閉ループの減衰比 ξ_i が次式より求められる。

$$\lambda_i = \bar{\sigma}_i \pm j \bar{\omega}_i \quad (24)$$

$$\xi_i = -\frac{\bar{\sigma}_i}{\sqrt{(\bar{\sigma}_i^2 + \bar{\omega}_i^2)}} \quad (25)$$

4. 問題の定式化

トラス構造物の配置形状を変更しない場合、設計変数は各トラス部材の断面積である。構造目的関数 $f_1(z)$ は部材の総重量であり、次式で表される。

$$f_1(z) = \sum_{i=1}^{i=m} \rho_i A_i l_i \quad (26)$$

ここで、 ρ_i, A_i, l_i はそれぞれ i 番目の部材の密度、断面積と長さである。初期外乱を X_0 とすれば、制御目的関数 $f_2(z)$ は最適制御エネルギーであり、次のようになる。

$$f_2(z) = \frac{1}{2} X_0^t P X_0 \quad (27)$$

減衰比の制約条件を次のように設定する。

$$\xi_i - \xi_i^0 = 0.0 \quad \text{or} \quad \xi_i - \xi_i^0 \geq 0.0 \quad (28)$$

ξ_i^0 はある一定の値をとることとする。部材の断面積の上限値と下限値を与えることにし次の制約条件を次式により決める。

$$A_i^{\min} \leq A_i \leq A_i^{\max} \quad (29)$$

構造物の配置形状が変わる場合、設計変数は部材の断面積と共に構造物の形状を表す節点座標のいくつかを含む。また変更される節点座標 C_i に上限値と下限値を与えることにする。

$$C_i^{\min} \leq C_i \leq C_i^{\max} \quad (30)$$

非線形最適問題に関する解法は多数あるが、本解析には Rosen 傾斜投影法を利用した^{(11),(12)}。

5. 数値計算

2章,3章に述べた定式化を用いて重量と最適制御エネルギーを目的とする混合型問題として2つのトラスの例題を考える。

2本トラス問題: Fig.1に示されたような節点2に2単位の非構造質量と部材1にセンサとアクチュエータが配置された構造物を考える。初期外乱 X_0 は節点2において部材1の方向に作用する1000単位の外力である。各々の最適値 f_i^* を計算し、それらを利用して同時に混合型問題を解く。 f_i ($i=1,2$) の初期値が100になるような係数が乗算されている。この問題に対しては次のような制約条件が設定される。

$$100 = A_i^{\min} \leq A_i \leq A_i^{\max} = 2000; \quad i = 1, 2 \quad (31)$$

$$\xi_1 = \xi_1^0 = 0.1; \quad \xi_2 - \xi_1^0 \geq 0.0; \quad (32)$$

$$5 = C_1^{\min} \leq C_1 = l \leq C_1^{\max} = 15 \quad (33a)$$

$$15 = C_2^{\min} \leq C_2 = h \leq C_2^{\max} = 25 \quad (33b)$$

Table 1a 及び 1b,1c に示された値はそれぞれ形状最適化が考慮されていない場合と、形状最適化が考慮されている場合の計算結果である。設計変数 z_1, z_2 は部材の断面積であり、形状設計変数 z_3, z_4 は構造物の底辺の半分の長さ l と

Fig.1 2-Bar Truss(Bipod)

高さ h としている。

Table 1d から分かるように形状最適解析は各最適解 f_i^* を著しく減少させ、全重量の場合 32.3%, 最適制御エネルギーの場合 60.4% の減少がはかれた。混合型最適問題の場合、各 α の値に対する総重量および制御エネルギーの減少はそれぞれ 25% および 56% 程度である。比較した最適設計結果を Fig.2(a-d) に示す。

$\alpha = 1$ における最適化の過程は Fig.2 に示される。

節点2の動的応答 (x 方向の変位 δ_x) を Fig.3a-3c に示す。

Fig.3a-3c から重量を最適化された構造物の節点2の応答が制御エネルギーを最小化された節点2の応答より十分小

Table 1a Results of 2 Bar Truss Problem
(without shape optimization)

Item	Starting	Min. of	Min. of	Combined Optimization		
Var.	Point	f_1	f_2	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
A_1	100	90.35	1999.85	692.32	633.18	604.29
A_2	100	10.00	221.44	76.69	70.14	66.94
l	10	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0
h	20	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
f_1	100	$f_1^* = 50.18$	1110.65	384.51	351.66	335.59
f_2	100	126.68	$f_2^* = 1.162$	5.88	6.74	7.23

Table 1b Results of 2 Bar Truss Problem
(with shape parameter l)

Item	Starting	Min. of	Min. of	Combined Optimization		
Var.	Point	f_1	f_2	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
A_1	100	68.48	1999.84	623.17	570.63	544.74
A_2	100	10.00	314.00	90.73	83.29	79.05
l	10	11.26	11.26	11.57	11.26	11.24
h	20	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
f_1	100	$f_1^* = 40.28$	1195.48	366.37	335.58	320.02
f_2	100	117.17	$f_2^* = 0.67$	4.21	4.81	5.16

Table 1c Results of 2 Bar Truss Problem
(with shape parameter h, l)

Item	Starting	Min. of	Min. of	Combined Optimization		
Var.	Point	f_1	f_2	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
A_1	100	58.84	1999.84	649.88	594.36	567.17
A_2	100	10.00	307.369	94.88	86.96	83.14
l	10	11.26	8.61	8.45	8.46	8.46
h	20	18.96	15.0	15.0	15.0	15.0
f_1	100	$f_1^* = 33.94$	892.41	286.77	262.37	250.44
f_2	100	136.35	$f_2^* = 0.46$	2.57	2.94	3.16

さく、混合型問題の場合その応答が上記に述べた 2つの極値の中間に位置することが明かである。Fig.3d-3f は制御入力 U^* の変化を表している。制御入力 U^* の変化は節点 2 の x 方向の変位と同様な傾向を表している。複数の目的関数を持つ問題で、各目的関数の重みを変化させた時の解

Table 1d Comparison of Results of 2 Bar Truss Problem

Item	Shape	Min. of	Min. of	Combined Optimization		
Var.	Var.	f_1	f_2	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
f_1	none	$f_1^*=50.18$	1110.65	384.51	351.66	335.59
f_1	l	$f_1^*=40.28$	1195.48	366.37	335.58	320.02
		-19.7%		-4.7%	-4.5%	-4.47%
f_1	l,h	$f_1^*=33.94$	892.41	286.77	262.37	250.44
		-32.3%		-25.4%	-25.39%	-25.37%
f_2	none	126.68	$f_2^*=1.162$	5.88	6.74	7.23
f_2	l	117.17	$f_2^*=0.67$	4.21	4.61	5.16
			-42.3%	-28.4%	-28.6%	-28.6%
f_2	l,h	136.35	$f_2^*=0.46$	2.57	2.94	3.16
			-60.4%	-56.29%	-56.37%	-56.29%

Fig.2 Effect of Shape Optimization

Fig.3 Time History of Tip Disp. δ_z of Node 2 and Optimum Control Input U^*

Fig.4 Pareto Optimum Solution

曲面 (線) を Pareto 最適値と称するが、一例として、2つの目的関数の場合に、重み $\beta_i (0 < \beta_i < 1)$ を変更した際の $\alpha=1$ における最適解の Pareto 線を Fig.4 に示す。

12 本トラス問題: Fig.5 のような 12 本トラス構造物の節点座標及び要素節点番号を Table 2a に示す。前問題と同様に 4つの 2 単位の非構造質量は節点 1-4 に置かれ、6つのセンサやアクチュエータが部材 7-11 に配置されている。初期外乱 X_0 は節点 1 で X の方向に作用する 10 単位

Fig.5 12-Bar Tetrahedral Truss(3 Bipods)

Table 2a Nodal Coord. & Elements of 12 Bar Truss Problem

Node	X-Cord	Y-Cord	Z-Cord	Element(nodes)
1	0.0	0.0	10.165	1(1-2)
2	-5.0	-2.887	2.0	2(2-3)
3	5.0	-2.887	2.0	3(1-3)
4	0.0	5.7735	2.0	4(1-4)
5	-6.0	-1.1547	0.0	5(2-4)
6	-4.0	-4.6188	0.0	6(3-4)
7	4.0	-4.6188	0.0	7(2-5)
8	6.0	-1.1547	0.0	8(2-6)
9	-2.0	5.7735	0.0	9(3-7)
10	2.0	5.7735	0.0	10(3-8)
				11(4-9)
				12(4-10)

の外力である。形状設計変数は h とする。制約条件を次式のように設定する。

$$100 = A_i^{\min} \leq A_i \leq A_i^{\max} = 2000; \quad i = 1, 2, \dots, 12 \quad (34)$$

$$\xi_i = 0.25; \quad i = 1, 4 \quad (35)$$

$$1.0 = C_1^{\min} \leq C_1 = h \leq C_1^{\max} = 4.0 \quad (36)$$

$$8.0 = C_2^{\min} \leq C_2 = H \leq C_2^{\max} = 12.0 \quad (37)$$

Table 2b-2d, に表示された結果によれば、前問題と同様に形状設計変数が h および H である場合、各目的関数の最適値 f_i はそれぞれ 30.9% と 32.79% 減少し、形状最適解析の影響が強いことが明確になった。また混合型最適問題においては、 $\alpha = \infty$ の場合、全重量と最適制御エネルギーはそれぞれ 9.0%, 11.65% 程度減少した。

Table 2c, 2d では形状変数は高さ h 及び H であり、形状設計変数が多ければ多い程最適値が下がると予想される。

Table 2b Results of 12 Bar Truss Problem
(without shape optimization)

Item Var.	Starting Point	Min. of f_1	Min. of f_2	Combined Optimization		
				$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
A_1	1000	654.76	1999.88	1163.88	1312.47	1046.9
A_2	1000	343.80	1338.55	781.87	837.27	708.38
A_3	100	297.02	1485.42	1035.56	830.88	927.49
A_4	100	229.61	1147.58	759.80	656.11	659.78
A_5	1000	383.06	1264.41	793.41	865.53	723.89
A_6	1000	519.60	1820.54	1462.45	1151.13	1431.5
A_7	100	154.48	662.79	297.74	495.08	274.03
A_8	100	130.79	625.49	926.44	325.02	897.70
A_9	100	269.81	1463.32	785.72	756.84	716.72
A_{10}	100	648.29	1787.38	1022.74	1028.72	934.29
A_{11}	100	284.98	998.09	687.85	763.69	540.93
A_{12}	100	649.03	1744.64	1050.21	1034.40	993.45
f_1	100	69.39 ($=f_1$)	254.38	168.11	157.88	154.02
f_2	100	41.05 ($=f_2$)	5.08	9.70	10.63	11.18

Table 2c Results of 12 Bar Truss Problem
(with shape parameter h)

Item Var.	Starting Point	Min. of f_1	Min. of f_2	Combined Optimization		
				$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
h	2	2.01	2.55	2.65	2.59	2.42
H	10.165	10.165	10.165	10.165	10.165	10.165
f_1	100	51.86 ($=f_1$)	275.97	166.64	149.70	144.23
f_2	100	79.25 ($=f_2$)	3.97	8.30	9.81	10.52

Table 2d Results of 12 Bar Truss Problem
(with shape parameter h,H)

Item Var.	Starting Point	Min. of f_1	Min. of f_2	Combined Optimization		
				$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
h	2	1.95	2.14	2.26	1.902	2.24
H	10.165	9.96	9.00	8.31	8.00	9.64
f_1	100	47.92 ($=f_1$)	256.141	154.29	128.99	140.17
f_2	100	101.76 ($=f_2$)	3.41	6.40	7.60	9.87

よって、部材の配置は最適設計上重要なパラメータである。
Fig. 6 には形状設計変数を考慮する場合と形状関数を考慮しない場合との最適解の比較結果(Table 2e)の一部を棒グラフで示す。

Table 2e Comparison of Results of
12 Bar Truss Problem

Item Var.	Shape Var.	Min. of f_1	Min. of f_2	Combined Optimization		
				$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=\infty$
f_1	none	$f_1=69.39$	254.38	168.11	157.88	154.02
f_1	h	$f_1=51.86$ -25.3%	275.97	166.64	149.70	144.23
f_1	h,H	$f_1=47.92$ -30.9%	256.141	154.29	128.99	140.17
f_2	none	41.05	$f_2=5.08$	9.70	10.63	11.18
f_2	h	79.25	$f_2=3.97$ -22%	8.30	9.81	10.52
f_2	h,H	101.76	$f_2=3.41$ -32.79%	6.40	7.60	9.87

Fig. 6a Weight Optimization

Fig. 6b Control Optimization

Fig. 6c Combined Optimization

Fig.6d Combined Optimization
Fig.6 Effect of Shape Optimization

6. おわりに

本論文では多目的非線形最適問題を解く一般的な手法を述べ、それを用いた非線形目的関数と制約条件を含む2つのトラス問題を解いた。以上の解析結果より結論をまとめると次の二つになる。

- 1) 多目的非線形最適化問題は(2)式より簡単に等価なゴールプログラミングに置き換えることができ、Pareto 最適解を求めることが可能になった。
- 2) 形状を考慮した最適解析は、形状を変えない最適解析と比較して、総重量と制御エネルギーのいずれもが小さくなり、より良い設計が可能となった。混合型最適解に対して問題1,2においては制御エネルギーと重量の減少が著しい。よって、構造物の総重量や制御エネルギーが制約をうける大型宇宙構造物を設計する段階では、構造物の部材の断面積と共に配置形状も考慮することが必要であると思われる。

7. 参考文献

(1) N. S. Khot, V. B. Venkayya and F. E. Eastep, "Structural Modifications to Reduce the LOS-Error in Large Space Structures", AIAA/ASME/ASCE/AHS 25th Struc-

tures, Structural Dynamics and Materials Conference, Palm Springs, CA, 84-0997-CP, May, 1984, pp 296-305

(2) V. B. Venkayya and V. A. Tischler, "Frequency Control and the Effect on Dynamic Response of Flexible structures", AIAA Journal 22, 1984, pp 1293-1298

(3) R. T. Haftka, Z. Martinovic and W. L. Hallauer Jr., "Enhanced Vibration Controllability by Minor Structural Modifications", AIAA Journal Vol.23, No.8, 1985, pp 1260-1266

(4) J. L. Junkins, D. S. Bodden and J. D. Turner, "A Unified Approach to Structure and Control System Design Iterations", Fourth International Conference on Applied Numerical Modelling, Tainan, Taiwan, Dec. 1984

(5) D. S. Bodden and J. L. Junkins, "Eigenvalue Optimization Algorithms for Structure/Controller Design Iterations", Journal of Guidance Control 8, pp 697-706, 1985

(6) N. S. Khot and V. B. Venkayya, and F. E. Eastep, "Optimal Structural Modifications to Enhance the Active Vibration Control of Flexible Structures", AIAA Journal, Vol.24, Aug. 1986, pp 1368-1374

(7) Pareto, V., "Cours D'economie Politique", F. Rouge, Lausanne, 1896

(8) S. S. Rao, "Game Theory Approach for Multiobjective Structural Optimization", Computers and Structures, Vol.25, No.1, 1987, pp 119-127

(9) M. E. M. El-Sayed, B. J. Ridgely, and E. Sandgren, "Nonlinear Structural optimization Using Goal Programming", Computers and Structures, Vol.32, No.1, 1989, pp 69-73

(10) N. S. Khot "An Integrated Approach to the Minimum Weight and Control Design of Space Structures" "Large Space Structures: Dynamics and Control", Springer-Verlag, Edited by S. N. Atluri and A. K. Amos, 1988

(11) H. Konno and H. Yamashita, "Non-linear Programming (in Japanese)", published by Nikkagiren, Japan 1978

(12) S. S. Rao, "Optimization theory and Application", 2nd. Edn, Wiley Eastern Ltd. 1984

(13) S. S. Rao, "Multiobjective Optimization in Structural Design with Uncertain Parameters and Stochastic Processes", AIAA Journal, 22, 1984, pp 1670-1678

(14) J. J. D'Azzo and C. H. Houpis, Linear Control System Analysis and Design, Conventional and Modern, 2nd. Ed. McGraw-Hill, N.Y., 1961

(15) H. Kwakernaak, R. Sivan, Linear Optimal Control System, John Wiley & Sons, N.Y., 1982