中高層建物に対する低次元化アクティブ制振の研究*

渡 辺 亨^{*1}, 吉田和夫^{*2}, 下郷太郎^{*2}
鈴木哲夫^{*3}, 蔭山 満^{*3}, 野畑有秀^{*3}Research on Reduced-Order Active Vibration Control
for High-Rise BuildingsToru WATANABE, Kazuo YOSHIDA, Taro SHIMOGO,
Tetsuo SUZUKI, Mitsuru KAGEYAMA and Arihide NOHATA

This paper considers the robustness against spillover in the reduced-order control system of an active dynamic vibration absorber for high-rise buildings by computational and experimental research. Three methods are investigated: a LQ control using a reduced-order model, a spillover-considered suboptimal control and a spillover-considered suboptimal control using a low-pass filter. In the numerical calculations, it is shown that the control obtained from the displacement criterion possesses the stability limit in the control performance due to the spillover, and the highest performance is achieved by the spillover-considered suboptimal control using a low-pass filter. The optimal threshold frequency of the filter is also discussed. On the other hand, there is little spillover in the suboptimal control from the velocity criterion.

Key Words: Vibration Control, Computer Control, Multi-Degree-of-Freedom System, Seismic Motion, Dynamic Vibration Absorber, High-Rise Building, Spillover, Robustness

1. ま え が き

近年、建築構造物のアクティブ制振に関する研究が盛んに行われているが、現状では一次モードのみを対象とするか、風励振のような比較的弱い外乱を想定した制振がほとんどである。今後はより多くのモード・強い外乱に対する制振の研究へ向かうと考えられるが、その実現には低次元化制御に伴う高次モードのスピルオーバー¹⁾が大きな障害となる。

本研究では、スピルオーバーに対しロバストかつ大きな制振効果を実現しうる実用的な制御手法を確立することを目指して、高さ6.4mの8層実験構造物を対象とし、これを制御構造制約を有する低次元化制御器を用いて制振するときの性能を理論的・実験的に明らかにすることを目的としている。制御則として通常の低次元最適制御則とスピルオーバーを考慮した準最適制御則、スピルオーバーを考慮しローパスフィルタを用いた簡易ロバスト制御則の三つを取り、制御手法とスピルオーバーの関係について定量的に検討した。さらに評価

関数の重みを構造物の速度にかけた場合についても同様の検討を加えた。その後それらの結果に基づき加振実験を行い、周波数領域および時間領域で結果を得た。

2. 制御対象の構成とモデリング

2.1 実験構造物とアクティブ動吸振器 本研究では制振対象として、鉄骨とおもりで組み立てられた8層構造物を取り上げた。構造物の基礎は加振台(質量約50トン)に直結しており、加振台の剛性の影響のためロッキングが生じ、モードが一つ加わる。表1に構造物各モードの周波数と減衰比を示す。

一方、アクティブ動吸振器は最上層に設置されている。動吸振器質量は50kgで、構造物の全質量12425kgに対する質量比は0.4%である。動吸振器質量はACサーボモータとボールねじによって構成されたアクチュエータによって駆動される。

2.2 実験モデル 図1に力学モデル図を示す。構造物とアクチュエータはそれぞれ次のような式で表される。

$$\begin{aligned} M_s \ddot{x}_s(t) + C_s \dot{x}_s(t) + K_s x_s(t) \\ = C_a \dot{x}_a(t) + D_s \dot{z}(t) \\ \dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + B_a u(t) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

* 原稿受付 平成3年7月31日。

^{*1} 准員、慶應義塾大学大学院 (〒223 横浜市港北区日吉3-14-1)。^{*2} 正員、慶應義塾大学理工学部。^{*3} 正員、(株)大林組 技術研究所 (〒204 清瀬市下清戸4-640)。

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_s^T &= [y_{s8}-z, y_{s7}-z, \dots, y_{s1}-z, \theta] \\ \mathbf{x}_a^T &= [x_a, \dot{x}_a, \ddot{x}_a] \\ \mathbf{A}_a &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\alpha_2 & -\alpha_1 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\beta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots (2)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \beta$: モータの動特性に関する定数

$$\mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_a \\ 0_{8 \times 1} & 0_{8 \times 1} & 0_{8 \times 1} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_s = \begin{bmatrix} -\mathbf{1}_{8 \times 1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

(1)より, 状態方程式は, 状態ベクトル

$$\dot{\mathbf{x}}^T = [\mathbf{x}_a^T, \mathbf{x}_s^T, \dot{\mathbf{x}}_s^T] \quad \dots\dots (3)$$

により次のように表される.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\ddot{\mathbf{z}}(t) \quad \dots\dots (4)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_a & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_s \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{D}_s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots (5)$$

表 1 実験構造物の諸元

Mode	f [Hz]	ζ [%]
1	1.83	0.397
2	5.65	0.403
3	9.89	0.397
4	13.57	0.398
5	16.95	0.451
6	20.40	0.450
7	22.05	0.449
8	25.05	0.451
9	36.20	0.450

図 1 実験構造物のモデル図

3. 制御系の構成と制御構造制約

制御系の構成を図2に示す。構造物には基礎および偶数層に絶対速度センサが装着されている。これらの速度信号は、積分器を通して得られた絶対変位信号とともに減算器にかけられ、相対変位信号が得られる。一方アクチュエータには差動トランスが装着され、相対変位信号とこれを微分器にかけることで相対速度信号が得られる。これらの信号はサンプリング間隔5msのA/D変換器を通してCPUに送られ、ここで制御量が計算される。制御信号はD/A変換器・フィルタを通してサーボドライバに送られ、モータを駆動する。

以上が制御系の構成であるが、ここでは前節で述べた状態量のうち、アクチュエータの加速度、奇数層および加振台の状態量が不可観測となっている。本実験はこの制約された状態量によって制御を行う、すなわち制御構造制約問題となる。本制御系における制御構造制約は、次のように表すことができる。

$$\mathbf{x}_r(t) = \mathbf{M}_c \mathbf{x}(t) \quad \dots\dots (6)$$

ただし $\mathbf{x}_r$ は可観測な状態量のみのベクトル

$$\mathbf{x}_r^T = [x_a, \dot{x}_a, x_{s8}, x_{s6}, \dots, x_{s2}, \dot{x}_{s8}, \dots, \dot{x}_{s2}] \quad \dots\dots (7)$$

である。

4. 制 御 則

4.1 最適制御則 制御系に構造制約がない場合の最適制御則は以下のように求められる。まず構造物の変位およびアクチュエータのストロークの抑制を目標とし、次の評価関数を設定する。

$$J(u) = E[\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + r u^2] \quad \dots\dots (8)$$

ただし $E[\cdot]$ は数学的期待値である。式(8)を最小に

図 2 制御システムの構成

する最適制御則は

$$u(t) = Fx(t), F = -B^T P/r \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。ただし P は次のリカッチ方程式の解である。

$$PA + A^T P + Q - PBB^T P/r = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

4.2 低次元モデルを用いた最適制御則 実際の

システムにおいては、センサ数の制限のため制御構造制約が存在する。そこで本節では、四次までのモードのみを制御する一般的な低次元最適制御則を求める。モード変換を用いて状態方程式(4)を低次元化する。この操作は、構造物を四自由度系として同定し、2章のように状態方程式化することと等価となる。このとき得られる状態方程式は次のようになる。

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r u(t) + D_r \dot{z}(t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし $A_r \cdot B_r \cdot D_r$ はそれぞれ低次元化されたシステム・入力・外乱マトリックスである。前節同様に、次の評価関数を設定する。

$$J(u) = E[x_r^T Q x_r + ru^2] \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(12)を最小にする低次元最適制御ゲイン F_r は

$$u(t) = F_r x_r(t), F_r = -B_r^T P/r \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。ただし P は次のリカッチ方程式の解である。

$$PA_r + A_r^T P + Q - PB_r B_r^T P/r = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

4.3 スピルオーバーを考慮した最適制御 制御構

造制約を有する場合の制御則を求める手法として、本節では最小ノルム法を適用する⁽²⁾。これは、なんらかの意味で最適なゲイン F_0 に対し、制御ゲイン H を F_0 との誤差ノルムが最小となるように選ぶものである。ここで F_0 を、4.1節で計算された制御構造制約がないときの最適状態フィードバックゲインとすると、 F_0 には全モードに関する情報が含まれているので、制御ゲイン H は高次モードに関する挙動を考慮したゲインとなる。

最小ノルム法より、制御ゲイン H は

$$H = F_0 M_c^T (M_c M_c^T)^{-1} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。

4.4 フィルタを用いた簡易ロバスト制御則 出

力電圧をローパスフィルタを通し、非制御領域での制御ゲインを下げるやり方は、すでに古典制御の時代から用いられている。しかし著者の一人は、フィルタまで含めた拡大システムを用いて最適制御則を適用し、全モードのダイナミクスとフィルタを含むゲインを求め、これに前節で用いた手法を組合せることにより、高次モードでのスピルオーバーとフィルタのダイナミクスを同時に考慮した制御則を求める手法を提案している⁽³⁾。本節ではこの手法を用いてスピルオーバーにロバストな制御ゲインを求める。

ローパスフィルタの特性は、状態方程式

$$\dot{v}(t) = A_f v(t) + B_f w(t)$$

$$u(t) = C_f v(t) \quad \dots\dots\dots (16)$$

によって表される。ただし w はCPUから出力された制御出力電圧である。このとき、フィルタを併合した拡大システムは

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BC_f \\ 0 & A_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_f \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \dot{z}(t) \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。これを書き換えて

$$\dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_e u(t) + D_e \dot{z}(t) \quad \dots\dots\dots (18)$$

とすると、前節と同様にして最適制御ゲイン F_e が求められる。すなわち、評価関数

$$J(u) = E[x_e^T Q x_e + ru^2] \quad \dots\dots\dots (19)$$

を設定すると、最適制御ゲイン F_e は

$$u(t) = F_e x_e(t), F_e = -B_e^T P/r \quad \dots\dots\dots (20)$$

である。ただし P は次のリカッチ方程式の解である。

$$PA_e + A_e^T P + Q - PB_e B_e^T P/r = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

このとき、拡大システムにおける制御構造制約は、ローパスフィルタの状態量は特に測定しないから

$$M_c' = [M_c \ 0] \quad \dots\dots\dots (22)$$

と書ける。ここで前節で用いたスピルオーバーを考慮する手法を適用することにより、高次モードとフィルタのダイナミクスを同時に考慮に入れたスピルオーバーにロバストな制御を行うことができる。スピルオーバーおよびフィルタを考慮した制御ゲイン H_e は、前節同様に最小ノルム法を用いて

$$H_e = F_e M_c'^T (M_c' M_c'^T)^{-1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

と求められる。

5. 数 値 計 算

5.1 安定性の比較 前章において取り上げた三

つの制御則の性能を比較するために、計算機を用いて重み関数と構造物の一次モードの減衰比の関係を求めた。評価関数には変位または速度評価を用い、構造物の変位のほかにストロークに重み qa をおいた。このとき簡易ロバスト制御則におけるローパスフィルタの遮断周波数は7 Hzとした。

計算した結果を図3に示す。いずれの評価関数でもスピルオーバーを考慮した制御則のほうが安定している。変位評価ではフィルタを挿入しない場合は安定限界が存在して、その限界は低次元モデルを用いた最適制御則・スピルオーバーを考慮した最適制御則とも低いところにあるが、簡易ロバスト制御では計算した範囲では不安定は生じず、高い性能を実現している。一方

図 3 制御力に対する重みと構造物の一次モードの減衰比の関係

図 4 フィルタの遮断周波数および制御力の重みと構造物各モードの減衰比の関係

速度評価では低次元モデルを用いた最適制御則の限界が低いのに対し、スピルオーバを考慮した最適制御則では計算した範囲では不安定は生じず、かつ変位評価則よりも高い性能を示している。

5.2 簡易ロバスト制御における最適遮断周波数
本研究ではさらに、簡易ロバスト制御におけるフィルタの遮断周波数と制御性能の関係を明らかにし、ロバストかつ高性能な遮断周波数を求めるために、5 Hz

から 14 Hz の間の適当な遮断周波数について、制御力に対する重みと構造物の一次～六次モードの減衰比の関係を計算した。

その結果を図 4 に示す。ここでは図 3 では現れなかった安定限界が、ゲインをさらに上げたため出現した。その原因は 8 Hz 以下ではフィルタの発振、9 Hz 以上ではスピルオーバーによる五次モードの発散であった。したがって、最もロバストな遮断周波数は、二つの

図 5 外乱加速度に対する構造物最上層の加速度の周波数応答 (理論計算結果)

不安定化要因がほぼきつ抗する8 Hz付近であるといえる。事実、図4において最も安定限界が高いのも8.9 Hzである。また、図4(a)～(d)を見ると、ある重みを超えると減衰比が飽和しない減少する領域が存在し、その特性は遮断周波数に依存していることがわかる。これは、アクチュエータのストロークに制約があるため、ある限界以上では制御力が上がってもストロークが延びなくなるため、フィルタの発振する理由もこの領域で過大な入力がかかるためと考えられる。

5.3 周波数応答 制振特性について全周波数領域で検討するため、無制振時および安定限界ゲインを用いて制振した場合の、地震加速度を入力、最上層の加速度を出力とする周波数応答を図5(a)～(f)に示す。(b)～(d)は変位評価の場合である。これらの図より、スピルオーバーを考慮した簡易ロバスト制御則は高次モードでのスピルオーバーをよく抑えており、高い制振性能を出していることがわかる。一方(e)～(f)は速度評価の場合である。低次元モデルを用いた最適制御則では六次モードに大きな制御スピルオーバーが生じているが、スピルオーバーを考慮した場合制御スピルオーバーはほとんど現れなくなる。その結果変位評価のどの場合に比しても高い性能を達成しており、特に高次モードでは良好な制振性を示している。

6. 実験

6.1 周波数応答測定実験 前章で得た結果を実験によって確認するために、実験構造物を用いて加振試験を行い、周波数応答を測定した。加振台に帯域を制限した白色雑音加速度を入力し、構造物の最上層の加速度を出力とした。ここで制振を加えるときのゲインは、4章で与えた式を元に離散化した式を導き⁷⁾、5章で得た結果をふまえて安定限界となる離散化ゲインを計算により求め、さらに実験システムで一巡伝達関数を測定し安定性を確認したものを使用した。

その結果を図6に示す。(a)は無制振、(b)～(d)は変位評価の場合である。ここでも簡易ロバスト制御則は理論計算同様優れた性能を達成しており、この手法のスピルオーバーの抑制に対する有効性を示している。また、前章で簡易ロバスト制御則の不安定化要因の一つにフィルタの発散があり、その原因はアクチュエータのストロークに対する重みの存在であると考察した。それを確認するためにストロークに対する重み q_a を(c)より1桁小さくし、フィルタの遮断周波数を10 Hzに上げて実験を行った。その結果を(d)に示す。性能は(c)より一段と向上しており、先の考察を裏付けている。

(a) 無制振

(b) スピルオーバーを考慮した最適制御 (変位評価)

(c) 簡易ロバスト制御 (変位評価)

(d) 簡易ロバスト制御 (変位評価, $\omega_f = 10$ Hz, $q_a = 0.0001$)

(e) スピルオーバーを考慮した最適制御 (速度評価)

図6 外乱加速度に対する構造物最上層の加速度の周波数応答 (実験結果)

図 7 エル・セントロ波に対する構造物最上層の時刻歴応答 (実験結果)

また(e)はスピルオーバーを考慮した最適制御則を速度評価で求めた場合である。低次モードの減衰比が理論計算に対し劣化しているが、高次モードでは良好な成績を収めていることがわかる。

6・2 時刻歴応答測定実験 制振効果を時間領域で検討するため、実地震波記録を用いて加振実験を行った。制御に必要なゲインは前節で用いたものをそのまま使用し、地震波としてエル・セントロ NS 波を選び、最大加速度を 50 ガルないし 30 ガルとして加振台に 60 秒間入力した。

結果の一例として、構造物の最上層の変位・加速度の時刻歴応答を図 7(a)~(e)に示す。入力波は(a), (b), (e)では最大値 50 ガル, (c), (d)では最大値 30 ガルとなっている。しかし(b)の最大値を 0.6 倍してもなお(c)の最大値より 20% 近く大きく、簡易ロバスト制御則により良好な制振性能が得られていることがわかる。同様に(e)の最大値を 0.6 倍すると、ほぼ(c), (d)と同じ値となり、良好な成績を収めているといえる。

7. 結 論

中高層建物のアクティブ制振における低次元化制御のスピルオーバー問題を数値的・実験的に考察した。

その結果変位評価では、スピルオーバーを考慮しない

低次元化制御系では不安定のためその性能は低くなるが、スピルオーバーを考慮することにより性能限界を高めることができ、さらにローパスフィルタの利用によって飛躍的に性能を高めることができることが示された。また速度評価では、スピルオーバーを考慮しない低次元化制御系ではその性能は低いのに対し、スピルオーバーを考慮することにより性能限界を変位評価以上に高められ、かつ高次モードの抑制に有効であることが明らかにされた。以上の結果は実験により検討され、速度評価では低次モードで性能がやや劣化すること以外、ほぼ理論計算どおりの結果を確認することができた。

本研究を遂行するに当たりご協力いただいた慶應義塾大学理工学部 4 年中村宏之君、ならびに(株)大林組およびトキコ(株)の関係各位に対し謝意を表する。

文 献

- (1) Balas, M. J., *IEEE Trans.*, AC23-4(1978), 673.
- (2) Kosut, R. L., *IEEE Trans.*, AC15-5(1970), 557.
- (3) 桐野・ほか 2 名, 機論, 57-534, C(1991), 551.
- (4) 吉田・ほか 5 名, 文献(3)の 472 ページ.
- (5) 渡辺・吉田, 機講論, No. 910-17, (1991-3), 39.
- (6) 渡辺・吉田, 機講論, No. 910-39, (III B) (1991-7), 74.
- (7) 美多, デジタル制御理論, (1989), 149, 昭晃堂.
- (8) 渡辺・吉田, 機講論, No. 910-52, (1991-9), 184.