2円筒試験による潤滑油の限界せん断応力の評価*

加藤 康志郎^{*1}, 岩崎 俊明^{*2}
加藤 正名^{*3}, 井上 克己^{*3}

Evaluation of Limiting Shear Stress of Lubricants by Roller Test

Kohshiro KATO, Toshiaki IWASAKI,
Masana KATO and Katsumi INOUE

A method of determining the parameters of the rheological properties which express the model of the limiting shear stress of lubricants is proposed. The relations between the traction coefficients of the roller tests and the mean film temperature rises of lubricants are calculated. The maximum traction coefficients are revised to those of the isothermal condition by the traction coefficient-temperature relations and analyzed by using an approximate formula which estimates a maximum traction coefficient based on the limiting shear stress. Zero pressure value of limiting shear stress τ_0 and slope of the limiting shear stress-pressure relation m are presented for two traction fluids Santotrac50 and Daphne 7074 at temperature 313 K. Maximum traction coefficient and limiting shear stress at high temperature are predicted by using the traction coefficient-temperature relations.

Key Words: Tribology, Lubrication, EHL, Limiting Shear Stress, Traction Oil, Traction, Maximum Traction Coefficient, Point Contact

1. 緒 言

潤滑油のせん断特性を、力学モデルで表現することは、油を用いる機械要素の設計には不可欠である。

従来、せん断特性はニュートン粘性のモデルで表現され、転がり軸受、歯車、トラクションドライブなどの油膜厚さ、油膜圧力の評価に広く用いられている⁽¹⁾⁽²⁾。

しかし、このモデルでは高压でのトラクション力を評価することができず、それゆえ、多くのせん断特性のモデルが提案されてきた^{(3)~(8)}。

一方、高压における潤滑油のせん断特性が工夫を凝らした圧力容器内で求められるに至り^{(9)~(11)}、油には圧力に依存する限界せん断応力の存在が明らかとなり、せん断特性の表現はニュートン粘性から限界せん断応力を含む非ニュートン粘性へと移行している。

特に高压下のトラクション特性は、限界せん断応力特性に大きく影響され、今日では、トラクション係数は限界せん断応力を含む非線形モデルにより解析的に

求められている^{(12)~(17)}。

しかし、高压下のせん断特性を求めるには特殊な装置を必要とし容易ではなく、その手法も確立されたとは言いがたい。また、これまでの報告^{(9)~(11)}は、限界せん断応力の存在を示すことに主体がおかれ、限界せん断応力を力学的に表現するのに必要な特性値についての議論はなされていない。

一方、Evansら⁽¹⁸⁾は2円筒の転がり試験機をレオメータに見立て、トラクション特性から逆にせん断特性を知ることができるとし、トラクション特性の評価式をもとに、油のせん断特性を圧力とせん断速度に従ってニュートン粘性、粘弾性、弾塑性と分類した。また、その基準を粘度の圧力指数と圧力の積で与えている。

大野ら⁽¹⁹⁾もトラクション特性と、静的に求めた潤滑油のせん断特性との比較を行っている。

しかし、いずれも高压で弾塑性体の性質を現す圧力を明示するにとどまり、ここでも限界せん断応力の表現法までの議論はなされていない。

著者ら⁽¹⁵⁾は、2円筒線接触の限界せん断応力を導入したEHL理論の解析をもとに、高压下の最大トラクション係数を、限界せん断応力を構成する特性値を用い、高精度に表す簡易式を示した。

* 平成3年10月17日 第69期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成3年8月30日。

^{*1} 正員、鶴岡工業高等専門学校 (〒997 鶴岡市井岡字沢田104)。

^{*2} 准員、三菱電機(株) (〒661 尼崎市塚口本町8-1-1)。

^{*3} 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

本研究では、Evansら⁽¹⁸⁾の手法に従って、提案した簡易式をもとに、2円筒試験より求めた最大トラクション係数から、潤滑油の限界せん断応力とその特性値を求める手法について述べる。

2. 実験装置および実験方法

図1に用いた装置の概略を示す。試験片はそれぞれ独立した2個のサーボモータより駆動される。試験片Aと試験片Bを同じ速度で回転させ、その後、てこにて試験片Bを静かに押付ける。次に試験片Bの回転速度を徐々に減少させ、試料間に滑りを与える。

このとき発生するトルクはトルク計にて、また、これらの回転速度は非接触の回転計にて検出される。

トルク計には、油膜のせん断抵抗と軸受の転がり抵抗が加算され入力されることより、得られた値より軸受の抵抗値を差し引き伝達トルクとした。

図2に、試験片の寸法を示す。一定速度で回転する試験片Aは直径30mm、幅8mmの円筒とし、回転速度が変わる試験片Bは、直径を30mm、先端には広範囲の接触圧力が得られるように、3種のクラウニング半径($r=112, 30, 7.5$ mm)を設けた。

試験片はA、Bともに軸受鋼(SUJ2)を用い、熱処理し、表面は研削とバフ研磨で仕上げた。硬さはHV780、表面粗さは $R_{\max}=0.2\mu\text{m}$ である。

ローラに与えた押付け力は、42Nおよび84Nから588Nまでを7段階に、計8種類である。これより、それぞれクラウニング半径が異なるごとに接触面の圧力が変化し、0.4~1.8GPaの平均ヘルツ圧を与えること

ができる。

試験片Aの回転速度は2000rpm一定とし、滑り率は最大50%までとした。

また、運転中の油膜の形成状態を確認するために図3に示すローラ間接触電圧測定回路⁽²⁰⁾を用いた。この回路では、完全な油膜が形成され二つのローラが分離されるとローラ間の電圧は $E_c=150\text{mV}$ を、油膜が切れローラが完全に接触すると $E_c=0\text{mV}$ となる。ここでは平均電圧 E_{ca} で油膜状態を評価する。

試験片は油槽の中でそれぞれ3分の1を油にひたされた状態で運転される。試験片と油の温度が安定するまで20分以上のならし運転を行った。そのときの油の温度を油温とする。

潤滑油とその性状を表1に示す。潤滑油は合成トラクションオイル Santotrac50 と Daphne7074 である。Santotrac50 には、Evansら⁽¹⁸⁾のデータをグラフ化し読取った値を示し、Daphne7074 についてはメーカーの資料によった。Santotrac50 と Daphne7074 の粘度の圧力指数 α には、読取り誤差を含むとしても、大きな相違は見受けられない。

3. 限界せん断応力と最大トラクション係数

図4に解析に用いた潤滑油のせん断応力のモデルを示す。低圧ではニュートン粘性体として取扱えるが、高圧では降伏応力とも言うべき限界せん断応力を考慮する必要がある。限界せん断応力 τ_L はGecim-Winer⁽¹²⁾、Jacobson-Hamrock⁽¹³⁾より、

$$\tau_L = \tau_0 + mp \quad \dots\dots\dots (1)$$

図1 実験装置の概略図

図2 試験片の形状と寸法

表1 潤滑油の性状

Oil	Temperature (K)	Viscosity η (Pa S)	Pressure coefficient of viscosity α (1/GPa)
Santo-trac 50	313	0.0275	27.4
	373	0.0046	18.2
Daphne 7074	313	0.0423	27.5
	373	0.0059	18.4

図3 ローラ間電圧測定回路

と表される。ここで、 τ_0 は大気圧での限界せん断応力、 m は潤滑油の物質定数、 p は油膜圧力。

接触域全域が限界せん断応力に達するほどの高圧では、油膜の圧力分布をヘルツ圧で近似することができ、このとき、線接触での最大トラクション係数 $\mu_{\max}$ は、

$$\mu_{\max} = m + \tau_0 \left(\frac{2}{w} \frac{\pi R}{E'} \right)^{1/2} \quad (2)$$

と表せた⁽¹⁶⁾。ここで、 E' は等価縦弾性係数、 R は相対曲率半径、 w は2円筒に作用する単位幅当たりの荷重である。

本研究では、この導出過程を図5の点接触に適用する。 N を荷重、 x を転がり方向座標、 y を転がりと垂直方向座標とすれば、 y 方向の任意断面での最大圧力 $p_{\max(y)}$ はヘルツの式より、

$$p_{\max(y)} = \frac{3N}{2\pi ab} \left(1 - \frac{y^2}{a^2} \right)^{1/2} \quad (3)$$

これより、任意断面におけるせん断応力の最大値 $\tau_{\max(y)}$ が式(1)より求まる。これより微小幅 dy におけるトラクション力 dT は、せん断応力の分布を、最大せん断応力 $\tau_{\max(y)}$ と、転がり方向の接触長さの半だ円形とすれば、

$$dT = \frac{\pi b}{2} \left[\tau_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2} \right)^{1/2} + \frac{3mN}{2\pi ab} \left(1 - \frac{y^2}{a^2} \right)^{1/2} \right] dy \quad (4)$$

となる。これより最大トラクション係数 $\mu_{\max}$ は、

図4 油のせん断特性のモデル

図5 接触部のモデル

$$\mu_{\max} = m + \frac{\pi}{2\bar{p}} \tau_0 \quad (5)$$

となる。ここで、 $\bar{p}$ は平均ヘルツ圧力。

式(2)は油膜温度を一定と仮定した解析より求められた。これを実験結果に用いるにあたり、油膜の温度上昇分を考慮しなければならない。

油膜の平均温度上昇 ($\Delta\theta$) は、ローラ表面の本体からの平均温度上昇⁽²¹⁾⁽²²⁾、

$$\Delta\theta_1 = \frac{0.97b^{1/2} \bar{\tau} \Delta u}{(\pi K_m \rho_m C_m u)^{1/2}} \quad (6)$$

と、油膜のローラ表面からの平均温度上昇⁽⁶⁾⁽²³⁾

$$\Delta\theta_2 = \bar{\tau} \Delta u \frac{h}{12K_f} \quad (7)$$

の、和として

$$\Delta\theta = \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 \quad (8)$$

と表される。

ここで、 $\bar{\tau}$ は平均せん断応力、 u_1 , u_2 , K_m , ρ_m , C_m はそれぞれ、ローラの周速度、熱伝導率、密度、比熱、 K_f は流体の熱伝導率、 $\Delta u = u_1 - u_2$, $u = (u_1 + u_2)/2$ である。

油膜中央部の厚さ h には、Chittenden ら⁽²⁴⁾ の式、

$$H = 4.30 U^{0.68} G^{0.49} W^{-0.073} (1 - e^{1-2.8k}) \quad (9)$$

を用いた。ここで、 G , H , U , W は Hamrok-Dowson の無次元量、 k はだ円率 ($=a/b$) である。

4. 最大トラクション係数と平均油膜温度

図6に Santotrac50 のトラクション特性、式(8)による油膜の温度上昇 ($\Delta\theta$)、およびトラクション係数の温度変化率 ($d\mu/d\theta$) と滑り率の関係の一例を示す。トラクション係数の温度変化率については次節で述べる。滑り率は $(\Delta u/u) \times 100\%$ で、接触圧力(ヘルツの平均圧力)は 0.488 GPa と 0.834 GPa、油温は 313 K である。

トラクション係数は、接触面圧力が低いときには、滑り率 5-10% で最大値を示し、高圧力では滑り率 3-5% で最大値を示した。その後は、滑り率の増加とともにほぼ直線的に減少する。以後、滑り率 4% のトラクション係数を、それぞれの圧力条件における最大トラクション係数として採用する。

油膜温度は滑り率とともに緩やかに増加する。また、圧力が高いほどその割合は大きい。

図7に Santotrac50 の、クラウニング半径の異なる試料による平均圧力と最大トラクション係数の関係を示す。クラウニング半径の変化はヘルツの接触だ円の長軸と短軸に現われる。だ円率 k でこれを示した。また、滑り率 4% におけるそれぞれの油膜の温度上昇も

併せて示した。

最大トラクション係数は、それぞれ同一荷重であっても、クラウニング半径の大小により接触部の平均圧力が異なり3本の曲線となる。これら最大トラクション係数は接触圧力とともに大きくなるが、やがて極値を迎え減少の傾向を示す。それぞれの高圧領域では曲線は1本の曲線へと漸近する。Evans ら⁽¹⁴⁾の線接触における最大トラクション係数を●印で示した。それぞれの高圧領域では、著者らとの相違は少なく、最大トラクション係数におよぼすクラウニングの影響は無視できそうである。また、式(8)による油膜の温度上昇は高圧時で10 K 程度、クラウニング半径相互の影響は1 K 以内であった。

5. トラクション係数の温度変化率

図6に示したトラクション係数の滑り率に対する変化は、微小滑りでの線形領域、直線から最大値を示すまでの非線形領域、最大値からトラクション係数が減少する熱領域とに区分し理解されている⁽⁴⁾。特に熱領域では油膜の温度上昇が問題となる。

著者らは、高圧下2%の滑りで、ヘルツ域のほぼ全域にわたりせん断応力は容易に限界せん断応力に達することを示した⁽¹⁵⁾⁽¹⁷⁾。

図6 滑り率と、トラクション係数、油膜温度およびトラクション係数の温度変化率

図7 平均圧力と最大トラクション係数およびその油膜温度

したがって、熱領域でのトラクション係数におよぼす油膜温度の影響は、それぞれ設定された接触圧力のもとで、油のせん断特性におよぼす温度の影響ともみることができる。これを調べるために、トラクション係数と滑り率の関係、さらに、油膜の温度上昇と滑り率との関係より、これらの比を求めトラクション係数の温度変化率 $d\mu/d\theta$ として、図6に示した。

トラクション係数の温度変化率は、滑り率に対し最初は正であるが、最大トラクション係数を示す滑り率を経て負に転ずる。しかし、滑り率が20%以上になれば、低圧では一定の傾きで減少し続け、高圧ではやがて一定値を示すようになる。この定値が得られる滑り率は圧力とともに小さくなり、1.5 GPa 以上では5-8%であった。

$d\mu/d\theta$ が圧力によって減少し続けたり、定値を示したりしたことは、次のように考えることができる。

上下界面に発生するせん断応力 τ は高圧では、

$$\tau = \frac{\Delta u}{h} \eta_0 \exp(\alpha p - \beta \theta) \dots \dots \dots (10)$$

と近似できる⁽¹⁷⁾。ここで、 η_0 は大気圧での粘度、 α は潤滑油の粘度の圧力指数、 β は粘度の温度指数、 θ は油の温度である。

滑り率の小さな範囲では、油膜の温度上昇は接触圧力にかかわらず小さく無視できる。したがって、式(10)より、せん断応力はせん断速度の影響のみを受け急激に増加する。それゆえ $d\mu/d\theta$ は正である。さらに滑り率が増加し油膜の温度上昇が無視できなくなると、圧力が低い場合には、粘度は油膜温度とともに指数的に低下する。これより、せん断応力も減少し、 $d\mu/d\theta$ も減少し続けることになる。また、式(10)より油膜圧力が高くなるほど、せん断応力に及ぼす温度の影響は相対的に小さくなることも理解できる。

さらに圧力が高くなれば、せん断応力は容易に式(1)の限界せん断応力に達し、油膜のレオロジー特性は、図3のモデルのごとく限界せん断応力特性へと移行し、 $d\mu/d\theta$ は滑り率に無関係な、ある一定値を示すものと考えられる。

図8に、図7のトラクション係数の温度変化率 $d\mu/d\theta$ が、それぞれ一定となった値を示した。この値をそれぞれの圧力におけるトラクション係数の温度特性としても良いであろう。低圧で定値が得られない場合は滑り率15%の値とした。図7の最大トラクション係数の一部をも併せて示した。

トラクション係数の温度特性は、図中に示した最大トラクション係数に対応し、先の推察同様、温度の影響もそれぞれ圧力の増加とともに次第に小さくなり、

最後にある値（一点鎖線）に収束する。このことより、平均圧力がある値以上であれば、潤滑油はクラウニング半径にかかわらず、同一のせん断特性を示したことになる。この圧力領域で、油は接触部全域で限界せん断応力に達していると考えても良いであろう。これより、収束値は限界せん断応力の温度特性 $d\tau_l/d\theta$ を表していることになる。

図9にDaphne7074の最大トラクション係数とトラクション係数の温度特性を示す。油膜の温度上昇は、Santotrac50と同程度であったことより、ここでは省略する。最大トラクション係数およびトラクション係数の温度特性の接触圧力に対する傾向は図8と同様である。しかし、トラクション係数の温度こう配が収束する値は潤滑油によって異なり、Santotrac50では -2.4×10^{-4} と $-2.9 \times 10^{-4} (1/K)$ の間に分布し、Daphne7074では $-1.9 \times 10^{-4} (1/K)$ であった。この値が零に近い潤滑油ほど、高温でも高いトラクション係数を維持することになる。

6. τ_0, m の算出

トラクション係数の温度特性をもとに、油膜の温度上昇分を補正し、平均油膜温度 313 K の最大トラクション係数を求めた。補正值とそれを式(5)で回帰解析した結果を図8（破線）と表2に示した。Daphne7074にも同様な手法を用いた。

潤滑油の大気圧での限界せん断応力 τ_0 は、 $\tau_0 = 2.26 - 22.6 \text{ MPa}$ とも言われている⁽²⁵⁾。本解析結果もこれ

らの値に近く、また、Santotrac50の物質定数 m は、平均油膜温度 313 K での Evans ら⁽¹⁸⁾ の結果から著者らが推定した値 ($m = 0.095$)⁽¹⁷⁾ と一致する。

以上のことより、著者らの手法で限界せん断応力を構成する特性値が、精度良く簡単に求まることが明らかとなった。

図9に見るごとく、Daphne7074の最大トラクション係数は、平均圧力の増加に対しほとんど変化せず、1.0–2.0 GPa 間での相違は2%にも満たない。これがDaphne7074の τ_0 が小さく算出された理由である。油によっては、物質定数 m をそのまま最大トラクション係数として用いても良いことを示唆している。

表3に、温度補正を行わない最大トラクション係数（図7、図9）より算出した τ_0, m を示す。温度補正を施した場合との相違は少なく、温度補正を行わずとも、トラクションドライブの実験と式(5)より、直ちに τ_0, m を求めても良さそうである。

7. 限界せん断応力の温度特性

トラクションドライブでの油の温度は、せん断とかくはんにより容易に 373 K に達すると言われている。ここでは、373 K までのトラクション実験より求めた限界せん断応力と、先に求めた限界せん断応力の温度特性 $d\tau_l/d\theta$ との比較を行う。

Santotrac50の高温でのローラ間電圧は、Daphne7074のそれよりもさらに低く、トラクション係数におよぼす突起干渉の影響が無視できないと思わ

表2 限界せん断応力の特性値（有・温度補正）

Oil (film temperature 313 K)	Zero pressure value of limiting shear stress τ_0 (MPa)	Slope of the limiting shear stress - pressure relation m
Santotrac 50	6.5	0.095
Daphne 7074	0.6	0.097

表3 限界せん断応力の特性値（無・温度補正）

Oil (ambient temperature 313 K)	Zero pressure value of limiting shear stress τ_0 (MPa)	Slope of the limiting shear stress - pressure relation m
Santotrac 50	6.6	0.092
Daphne 7074	1.2	0.094

図8 平均圧力と最大トラクション係数およびその温度特性 (Santotrac50)

図9 平均圧力と最大トラクション係数およびその温度特性 (Daphne7074)

れたことより, Daphne7074 についてのみ実験結果を報告する。

図 10 に Daphne7074 の 313 K から 373 K までの最大トラクション係数とそのときのローラ間電圧を示す。 τ_0 と m の変化を表すために $\pi/(2p_{\text{mean}})$ で整理した。

Daphne7074 のローラ間電圧は, 313 K の場合には高荷重になっても高い電圧レベルを保つが, 高温になるにつれ温度とともに急激に減少する。さらに, 高压になり $\pi/(2p_{\text{mean}}) < 1.4 \text{ GPa}^{-1}$ において著しい電圧低下が見られる。

最大トラクション係数は, 313 K の場合には先にも示したように, 圧力とともに増加し極大値を迎えその後わずかに減少する。ここではローラ間電圧が示すごとく突起干渉の影響は見られない。さらに油温が高くなれば, 最大トラクション係数は全体的に油温の上昇とともに小さくなる。

しかし, いずれも $\pi/(2p_{\text{mean}}) < 1.4 \text{ GPa}^{-1}$ 付近から, ローラ間電圧の低下に対応しトラクション係数は急激に増加し, 突起干渉の影響が大きく現れることがわかる。また, その割合は高温ほど大きい。

膜圧比 λ は, それぞれ, 313 K で $\lambda > 7.0$, 333 K で $\lambda > 4.1$, 353 K で $\lambda > 2.5$, 373 K で $\lambda < 0.7$ であった。

油膜厚さは温度とともに急激に減少し, 膜圧比 λ にみるごとく本実験装置では高温で良好な油膜を得ることはできなかった。しかし, 図 10 の最大トラクション係数の分布から, 軽荷重領域では突起干渉が含まれたとしても, そのトラクション係数におよぼす影響は少ないと考え, おおよその τ_0 と m を求めた。

最大トラクション係数は 313 K 以外はすべて圧力の増加とともに大きくなり, 左上がりの曲線となった。したがって, 式(5)より潤滑油の大気圧での限界

せん断応力 τ_0 は負となる。しかし, 現実には $\tau_0 < 0$ とは考えにくいことと前節の結果を考慮し $\tau_0 = 0$ とした。

m については, $\lambda > 1$ であっても, 高压で圧力とともに最大トラクション係数が増加している領域は突起干渉の影響が大と考えられることから, それ以前の圧力 $\pi/(2p_{\text{mean}}) > 1.5 \text{ GPa}^{-1}$ で μ_{max} が定値を示したと思われる範囲から m を読取った。

これより, m の温度による相違は, そのまま限界せん断応力の温度特性と見ることができる。

図 11 に各温度における m と, 5 章での Daphne7074 の限界せん断応力の温度特性を示す。互いの相違は少なく, これより高压におけるトラクション係数の温度変化率から限界せん断応力の温度特性が予測できること, また, 膜厚比が $\lambda < 1$ であっても接触圧力が低い場合, 油によっては最大トラクション係数に及ぼす突起干渉の影響が少ないことが明らかとなった。

図 11 物質定数 m と限界せん断応力の温度特性

図 10 平均圧力と最大トラクション係数およびローラ間電圧

図 12 温度と最大トラクション係数

図 13 温度と最大トラクション係数

8. 高温下の最大トラクション係数の予測

次に、得られたトラクション係数の温度特性をもとに、高温での最大トラクション係数を推察しよう。高温での最大トラクション係数 $\mu_{\max}(\theta)$ は、油温 313 K における最大トラクション係数 $\mu_{\max}(313)$ をもとに、温度上昇分 ($\Delta\theta$) を考慮し、次式となる。

$$\mu_{\max}(\theta) = \mu_{\max}(313) + \frac{d\mu}{d\theta} \Delta\theta \dots\dots\dots (11)$$

図 12, 13 に、Evans ら⁽¹⁴⁾、畑⁽²⁶⁾ の高温実験による最大トラクション係数と、式(11)の結果を示す。トラクション係数の温度特性 $d\mu/d\theta$ には、図 8、図 9 の平均圧力 0.86 GPa でのクラウニング半径 116 mm の値を線接触のそれとして用いた。

Santotrac50 と Daphne7074 とともに、本研究との相違は少ない。これより、本手法を用いて、高温での最大トラクション係数を精度良く求められることも確認された。

9. 結 論

限界せん断応力特性を導入した EHL 理論の解析結果より導いた、最大トラクション係数を求める簡易式と、実験で得た最大トラクション係数から、油の限界せん断応力の特性値を求める手法を検討した結果、以下の結論を得た。

(1) 最大トラクション係数から、油の限界せん断応力の特性値である τ_0 , m を簡単に求める手法を確立し、Santotrac50 の 313 K および Daphne7074 の 313–373 K の τ_0 , m を求めた。

(2) 限界せん断応力の温度特性は高压下のトラクションカーブより求められる。

(3) 任意の温度のトラクションカーブより、高温

での最大トラクション係数が精度良く推定できる。

(4) 高压力下では、接触部のだ円率が最大トラクション係数におよぼす影響は無視できる。

最後に、本研究を遂行するにあたり、試料の製作は富士通アイソテック(株)にご協力いただいた。潤滑油は出光興産(株)営業研究所にご協力いただき、同社畑一志氏には油の性状に関しご討議いただいた。

また本研究は、精密工学会産学共同研究協議会・研究協力分科会「精密小型変速機構のためのトラクションドライブの研究」(昭和 62 年)によって行った。ここにあわせて謝意を表する。

文 献

- (1) Dowson, D. and Higginson, G. R., *Elastohydrodynamic Lubrication*, (1966), Pergamon Press.
- (2) Cheng, H. S., *Trans. ASLE*, 8(1965), 397.
- (3) Bell, J. C., Kannel, J. W. and Allen, C. M., *Trans. ASME*, Ser. D, 86(1964), 423.
- (4) Doyson, A., *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Ser. A, 266, (1970), 1.
- (5) Trachman, E. G. and Cheng, H. S., *Proc. Instn. Mech. Eng.*, Paper C(1972), 37-72.
- (6) Hirst, W. and Moore, A. J., *Proc. R. Soc. Lond.*, Ser. A, 337(1974), 101.
- (7) Lingard, S., *Tribology International*, October (1974), 228.
- (8) Johnson, K. L. and Tevaarwerk, J. L., *Proc. R. Soc. Lond.*, Ser. A, 356(1977), 215.
- (9) Bair, S. and Winer, W. O., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 101(1979), 251.
- (10) Höglund, E. and Jacobson, B. O., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 108(1986).
- (11) 大野・服部・桑野・平野, 潤滑, 33-12(1988), 922.
- (12) Gecim, B. and Winer, W. O., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 103(1981), 305.
- (13) Jacobson, B. O. and Hamroch, B. J., *Trans. ASME, J. Tribol.*, 106(1984), 275.
- (14) Evans, C. R. and Johnson, K. L., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 200-C 5(1986), 313.
- (15) 加藤・加藤・井上, 機論, 55-516, C(1989), 2168.
- (16) 加藤・加藤, 精密工学会誌, 56-9(1990), 1581.
- (17) 加藤・加藤・井上, 機論, 57-535, C(1991), 946.
- (18) Evans, C. R. and Johnson, K. L., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 200-C 5(1986), 303.
- (19) 大野・服部・桑野・平野, 潤滑, 33-12(1988), 929.
- (20) 市丸・和泉・木下・三室, 機論, 52-473, C(1986), 113.
- (21) Crook, A. W., *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Ser. A, 254(1961), 237.
- (22) Johnson, K. L. and Greenwood, J. A., *Wear*, 61-2(1980), 353.
- (23) Archad, G. D., Gair, J. & Hirst, W. *Proc. R. Soc. Lond.* A 262, (1961), 51.
- (24) Chittenden, R. J., Dowson, D., Dunn, J. F. and Taylor, C. M. A., *Proc. R. Soc.*, Ser. A, 397(1985), 245.
- (25) Jacobson, B. O., *Acta Polytech. Scand., Mech. Eng.* Ser. NO. 54, (1970), 1.
- (26) 畑・青山・出光・トライボレビュー, 12(1986), 36.