屈曲運動生物を模倣した水中推進機構のシミュレーション* (べん毛運動の場合)

小林俊一^{*1}, 菅波正幸^{*2}, 池谷光栄^{*1}

Simulation Study for Propulsion Mechanism Imitating Bending Motion of Organisms in Water (Flagellar Motion)

Shunichi KOBAYASHI, Masayuki SUGANAMI and Mitsuei IKEYA

Organism are quite functional and the application of dynamics in organisms to the field of engineering is very instructive. To make an artificial propulsion mechanism by bending waves, a simulation study of a propulsion mechanism which imitated the bending motion of organisms in water was carried out. As the bending wave motion, flagellar motion, which depends on Stoke's law, was employed. In the simulation, the bending wave of the organism was changed into a construction of the multilink mechanism. This simulation model is defined as the "multilink model". In addition, the simulation model based on the approximate theory of the organism's propulsion is defined as the "approximate organism model". The thrust force ratio and the swimming speed ratio of the multilink model to the approximate organism model were calculated. The relationships between the two ratios and both the number of links and the ratio wavelength/amplitude were clarified.

Key Words: Biomechanics, Robotics, Biological Engineering, Flagellar Motion, Sinusoidal Wave

1. 緒 言

現在, 人工による水中推進機構は, 一部例外的に特殊用途として水流ジェット推進等が用いられているものの, スクリュープロペラの回転運動による推進が主流である。これに反し, 生物の水中推進機構はその多くがヒレによる往復運動や体全体を使った屈曲運動という形態によって実現されている。一般に生物の運動は, 自律的かつ高機能, 高効率であることから, 生物の運動機構を模倣したロボットの研究は, 工学的に極めて有意義であると考えられる。この観点より著者らは水中を屈曲運動により推進する生物に着目, その運動形態を工学的に再現することを最終目標に, 水ヘビのごとき屈曲運動を対象にシミュレーションを行った⁽¹⁾。しかし, 生物の屈曲運動形態を考察すると, 水ヘビの屈曲運動に比べてよりスケールが小さく, 推進のメカニズムも異なる屈曲運動もあり, 例えばストークス近似が成り立つために解析が容易である精子など真核生物のべん毛運動を挙げることが出来る。

上述より, 本研究においては, 精子など真核生物のべん毛運動を対象にシミュレーションを行うこととする。したがって, このシミュレーションはべん毛運動を模倣するマイクロロボットの設計指針ともなりうる。

本報では, 人工的な屈曲推進運動のシミュレーションモデルとして, 柔軟かつ連続的な生物の屈曲波形を離散化した要素構成に置き換え, 多リンク機構で構成することを想定した「多リンクモデル」を提案し, このモデルの原型となる生物の屈曲運動の近似理論に基づくモデルを「生物近似モデル」と定義する。これより多リンクモデルと生物近似モデルの推進力と推進速度を両モデルでの比で評価し, リンク数, 波長/振幅比とどのような関係にあるか検討した結果について報告する。

2. 主 要 記 号

A : 振幅

C_L, C_N : 粘性抵抗定数

D : 推進体断面の直径

ds : 微小長さ

dF_x, dF_{xR} : ds における多リンクモデル, 生物近似モデルの X 方向推進力

* 平成2年8月21日 第2回バイオエンジニアリング部門学術講演会において講演, 原稿受付 平成3年4月15日。

^{*1} 正員, 長岡技術科学大学工学部 (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

^{*2} 長岡技術科学大学大学院。

dF_L, dF_N : ds における接線および法線方向抵抗力

f : 推進体の振動周波数

F_x, F_{xR} : 多リンクモデル, 生物近似モデルの推進力

F_{xm}, F_{xmr} : 多リンクモデル, 生物近似モデルの最大推進力

L : リンク長さ

N : リンク数

V_w : 波速 $= f\lambda$

V_x, V_{xR} : 多リンクモデル, 生物近似モデルの推進速度

V_{xs}, V_{xsr} : 多リンクモデル, 生物近似モデルの定常推進速度

v_{xi}, v_{yi} : 第 i 番めのリンクにおける X, Y 方向移動速度

θ, θ_i : ds の接線が X 軸となす角

λ : 波長

λ_s : 生物近似モデル全長

μ : 流体の粘性係数

3. 基礎式

3.1 仮定条件 一般にべん毛運動は, バクテリアなど原核生物のべん毛のらせん波がべん毛モータ回転により後方に送られるものと, 精子など真核生物のべん毛のくねり平面波がべん毛内部における微小管相互の能動的滑りにより後方に送られるものに大別されるが, 本報は後者を模倣対象としている。

基礎式導出に当たっては, 上述のことを考慮に入れて, 以下に示す仮定事項を設ける。

(1) 本研究で取扱うべん毛運動は精子など真核生物の平面的波動運動とし, 屈曲波形を正弦波とする。

(2) 波数は 1 とする。

(3) 精子等の生物には屈曲体先端に頭部が存在するが, その推進抵抗はモデル化に際して無視する。

3.2 生物近似モデルに関する基礎式

3.2.1 推進力 前述のとおり, 精子など真核生物のべん毛運動を生物近似モデルの対象とした。精子のべん毛は, 一般に太さは $1\mu\text{m}$ 以下, 長さは数十 μm であり⁽²⁾, 精子の運動速度は $100\mu\text{m/s}$ のオーダーである。この運動におけるレイノルズ数は, 1 よりもはるかに小さい。したがって, ストークス近似が成り立ち, 推進は流体の粘性抵抗のみで得られると考える。

生物近似モデルの微小長さ ds における速度と抵抗力を図 1 に示す。推進体は X 軸の正方向のみに移動する。同図より, ds における X 方向推進力, すなわち抵抗力の X 方向成分に対する反力は次式で与えられ

る⁽³⁾。

$$\begin{aligned} dF_{xR} &= dF_N \sin \theta - dF_L \cos \theta \\ &= \{(C_N - C_L) V_w \sin \theta \cos \theta \\ &\quad - V_{xR} (C_N \sin^2 \theta + C_L \cos^2 \theta)\} ds \quad \cdots (1) \end{aligned}$$

上式中の C_N と C_L は推進体の幾何学的形状によって決まる粘性抵抗定数で, それぞれ法線および接線方向抵抗力に対応する。太さに比べて長さが十分大きい円柱では⁽³⁾,

$$C_N = 2C_L = -(4\pi\mu)/\{\ln(D/2\lambda) + 0.5\} \quad \cdots (2)$$

ここで,

$$dF_A = (C_N - C_L) V_w \sin \theta \cos \theta ds$$

$$dF_D = V_{xR} (C_N \sin^2 \theta + C_L \cos^2 \theta) ds$$

とおき⁽⁴⁾, 式(1)についてモデル全長にわたり積分することにより, 屈曲波全体の X 方向推進力は次式で得られる。

$$\begin{aligned} F_{xR} &= \int_0^{\lambda_s} dF_{xR} = \int_0^{\lambda_s} (dF_A - dF_D) \\ &= F_A - F_D \quad \cdots (3) \end{aligned}$$

上式の F_A, F_D は次式となる。

$$F_A = (C_N - C_L) V_w \Phi \quad \cdots (4)$$

$$F_D = \{C_L \lambda_s + (C_N - C_L) \Phi\} V_{xR} \quad \cdots (5)$$

ただし,

$$\Phi = \int_0^{\lambda_s} \sin^2 \theta ds \quad \cdots (6)$$

X 方向の最大推進力 (以下, 最大推進力) F_{xmr} は, 推進速度 V_{xR} が零の状態ので得られるので式(3)~(6)より,

$$F_{xmr} = (C_N - C_L) V_w \Phi \quad \cdots (7)$$

と表される。推進速度 V_{xR} が定常的に零である状態の実例としては, 壁等により推進運動が完全に妨げられている状態に相当する。

なお, 式(6)中の Φ については次式⁽⁴⁾を用いて算

図 1 微小長さ ds における速度と抵抗力 (生物近似モデル)

出する。

$$\Phi = 4A\{E(\chi) - (1 - \chi^2)K(\chi)\}/\chi \dots\dots\dots (8)$$

ただし、

$$\chi^2 = h^2 A^2 / (1 + h^2 A^2)$$

$$h = 2\pi/\lambda$$

$E(\chi)$ は第 2 種完全楕円積分、 $K(\chi)$ は第 1 種完全楕円積分である。

3・2・2 推進速度 生物近似モデルの推進速度は、推進力を表す式(3)の F_{xR} を零として求める⁽⁵⁾。これより X 方向の推進速度 V_{xR} について解き、定常状態の推進速度（以下、定常推進速度）を V_{xSR} とすれば次式が成り立つ。

$$V_{xSR} = V_w \Phi / (\lambda_s + \Phi) \dots\dots\dots (9)$$

3・3 多リンクモデルに関する基礎式

3・3・1 推進力 生物近似モデルにおける屈曲波形を多リンク機構で構成した波形（以降、多リンク構成波形）の第 i 番目リンクの微小長さ ds における速度と抵抗力を図 2 のように設定する。ここで、推進速度 V_x は図 1、生物近似モデルの推進速度 V_{xR} に相当する。 X 方向移動速度 v_{xi} は、生物近似モデルには存在しない速度で、これは多リンク構成波形が仮想する屈曲波形に沿って運動することにより生じる X 方向速度成分である。

微小部分長さ ds における X 方向推進力（抵抗力の X 方向成分に対する反力）は次式で表される。

$$\begin{aligned} dF_{xi} &= -dF_{Li} \cos \theta_i - dF_{Ni} \sin \theta_i \\ &= \{C_L(v_{xi} \cos^2 \theta_i + v_{yi} \sin \theta_i \cos \theta_i - V_x \cos^2 \theta_i) - C_N(v_{yi} \cos \theta_i \sin \theta_i - v_{xi} \sin^2 \theta_i + V_x \sin^2 \theta_i)\} ds \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

多リンクモデルの X 方向推進力 F_x は、上式を一リンクについて長さ方向に積分したものの総和となる。したがって、

$$F_x = \sum_{i=1}^N \left(\int_0^L dF_{xi} \right) \dots\dots\dots (11)$$

最大推進力 F_{xm} は生物近似モデルと同様、推進速度 $V_x = 0$ の状態で生じる。よって式(11)より、

$$F_{xm} = \sum_{i=1}^N \int_0^L \{C_L(v_{xi} \cos^2 \theta_i + v_{yi} \sin \theta_i \cos \theta_i) - C_N(v_{yi} \cos \theta_i \sin \theta_i - v_{xi} \sin^2 \theta_i)\} ds \dots\dots\dots (12)$$

3・3・2 推進速度 生物近似モデルの場合と同様、多リンクモデルの推進速度は、同モデルの推進力を表す式(11)の左辺を零として求める。これより X 方向推進速度 V_x について解き、定常推進速度 V_{xs} とすれば次式を得る。

$$V_{xs} = \frac{\sum_{i=1}^N \left[\int_0^L \{C_L(v_{xi} \cos^2 \theta_i + v_{yi} \sin \theta_i \cos \theta_i) - C_N(v_{yi} \cos \theta_i \sin \theta_i - v_{xi} \sin^2 \theta_i)\} ds \right]}{\sum_{i=1}^N \left[\int_0^L (C_L \cos^2 \theta_i + C_N \sin^2 \theta_i) ds \right]} \dots\dots\dots (13)$$

4. 解析方法

生物近似モデルと多リンクモデルに対して、最大推

進力比 (F_{xm}/F_{mxR} ：多リンクモデルの最大推進力/生物近似モデルの最大推進力) および定常推進速度比 (V_{xs}/V_{xSR} ：多リンクモデルの定常推進速度/生物近似

表 1 推進体諸元

	$\lambda/A=3.0$	$\lambda/A=6.0$	$\lambda/A=12.0$
Wave length λ [μm]	12	12	24
Amplitude A [μm]	4	2	4
Total length of approximate organism model λ_s [μm]	(20.7)	(14.8)	(29.6)
Number of link N	4	8	12
Frequency f [Hz]	35		
C_N/C_L	2		

*Data from sea-urtiln spermatozoa⁽³⁾

図 2 微小長さ ds における速度と抵抗力 (多リンクモデル、 $N=4$ の場合)

モデルの定常推進速度) を屈曲運動 1 周期分について求めた。

解析に用いた定数を表 1 に示す。波長, 振幅, 振動数についてはウニの精子のデータ⁽³⁾ を基に定めた。なお, 生物近似モデル全長 λ_0 は波長 λ と振幅 A が決定されれば定まる値である。

多リンクモデルの推進力を求める際, リンクの X , Y 方向移動速度 v_{xi} , v_{yi} は, 微小時間後 (1 周期の $1/5000$) のリンク移動量から算出した。

5. 解析結果と考察

5.1 最大推進力比, 定常推進速度比とリンク数の関係 最大推進力比 F_{xm}/F_{xmR} および定常推進速度比 V_{xs}/V_{xsR} とリンク数 N の関係を図 3 と図 4 に示す。ただし, F_{xm}/F_{xmR} , V_{xs}/V_{xsR} は周期的変動を伴うため, 両図では推進中の屈曲体先頭が屈曲体中心軸軸上にある状態 (図 1, 2 の状態) での値を示している。

両図より, N が増加することにより, F_{xm}/F_{xmR} , V_{xs}/V_{xsR} は 0.5 に収束し, また, λ/A が大きいほど少ない N で収束することがわかる。これは N および λ/A が大きいほど多リンクモデル形状が生物近似モデルの正弦波に近づくためと考えられる。

図 3 最大推進力比 F_{xm}/F_{xmR} とリンク数 N の関係

図 4 定常推進速度比 V_{xs}/V_{xsR} とリンク要素数 N の関係

また, F_{xm}/F_{xmR} , V_{xs}/V_{xsR} は定性的にも定量的にも極めてよく一致することがわかる。両者の比で示してみると, N が少ない場合, 例えば波長-振幅比 $\lambda/A = 3.0$, $N = 4$ においては, $(F_{xm}/F_{xmR})/(V_{xs}/V_{xsR})$ は 0.968 になるのに対し, N が多くなり, 例えば $N = 36$ に増加した場合, $(F_{xm}/F_{xmR})/(V_{xs}/V_{xsR})$ は 0.998 となる。この例のように F_{xm}/F_{xmR} と V_{xs}/V_{xsR} は N が増加するに従って同一値に近づく。これは基礎式からも

(a) $\lambda/A = 3.0$

(b) $\lambda/A = 6.0$

(c) $\lambda/A = 12.0$

図 5 最大推進力比 F_{xm}/F_{xmR} と定常推進速度比 V_{xs}/V_{xsR} の周期内変動

説明でき、式(13)の分母について式(2)で示した $C_N = 2C_L$ なる関係を適用して

$$C_L \sum_{i=1}^N \left[\int_0^L (1 + \sin^2 \theta_i) ds \right]$$

と変形し、さらに N を ∞ とすれば、式(13)分母は $C_L(\lambda_s + \phi)$ に収束する。これより F_{xm}/F_{xmR} と V_{xs}/V_{xsR} について比較すると両値は一致することになる。

5・2 最大推進力比、定常推進速度比の周期内変動

図5に N をパラメータとした F_{xm}/F_{xmR} , V_{xs}/V_{xsR} の周期内変動を示す。ここで、 F_{xm}/F_{xmR} と V_{xs}/V_{xsR} は、前述したごとく、定性的、定量的に極めてよく一致するので、ここでは同一条件のこれらを一つの図で表している。

F_{xm}/F_{xmR} , V_{xs}/V_{xsR} は N が増加するにつれ、極大値を1.5、極小値を0.5とする周期関数に収束していくことがわかる。ここで、生物近似モデルの最大推進力 F_{xmR} 、定常推進速度 V_{xsR} はこれらを算出する基礎式中に、周期により変動する変数は存在しないことから、一定値となる。したがって多リンクモデルの最大推進力 F_{xm} 、定常推進速度 V_{xs} は、生物近似モデルの一定値となるこれらに対し、 $\pm 50\%$ の範囲で変動することになる。

これは生物近似モデルと多リンクモデルの推進力を示した基礎式において、屈曲体上に生じる速度成分に差異があるためと考えられる。すなわち、屈曲体が前方に推進しないとすれば、生物近似モデル上の任意の点は Y 方向にのみ移動するのに対し、多リンクモデルの場合は剛体による構成なので、各リンクにおいて推進速度以外に X 方向の速度成分、図2における v_{xi} が生じるためであると考えられる。言い換えると、生物近似モデルでの基礎式は、推進体に伸縮性を要求していることになる。実際のべん毛運動生物の伸縮性についてはここで詳しくは言及しないが、多リンクモデルにおいて推進体の伸縮性を考慮しなければ、リンク数 N を無限に増やしても推進速度、推進力に周期性が生じてしまうことになる。

図5の波長/振幅比 λ/A に注目してみると、 λ/A が大きくなるほど少ない N で極大値を1.5、極小値を0.5とする安定した周期関数に収束することがわかる。

6. 結 言

水中を屈曲運動により推進する生物の運動形態を工学的に再現することを最終目標に、そのシミュレーションとして、ストークス近似が成り立つために解析が容易である精子など真核生物のべん毛運動を取り上げた。本報では、人工的な屈曲推進運動のシミュレーションモデルとして、柔軟かつ連続的な生物の屈曲波形を離散化した要素構成に置き換え、多リンク機構で構成することを想定した「多リンクモデル」を提案し、このモデルの原型となる生物の屈曲運動の近似理論に基づくモデルを「生物近似モデル」と定義した。解析に際しては多リンクモデルと生物近似モデルの推進力と推進速度を両モデルでの比で評価し、リンク数、波長/振幅比とどのような関係にあるか検討した。その結果、以下のことが明らかとなった。

- (1) 多リンクモデルのリンク数が増加することにより、最大推進力比、定常推進速度比は極大値1.5、極小値0.5とする安定した周期関数に収束する。
- (2) 屈曲体の波長/振幅比を大きくとれば、少ないリンク数で最大推進力比、定常推進速度比は上記周期関数に収束する。

最後に、平素ご指導を賜っている本学体育保健センター 三宅 仁助教授に感謝の意を表す。

文 献

- (1) 小林・菅波・池谷、屈曲運動生物を模倣した水中推進機構のシミュレーション（水ヘビの屈曲運動の場合）、機論、58-546, C(1992), 526.
- (2) 丸山・岡島、運動と行動、(1975), 180, 岩波書店.
- (3) Gray, J. and Hancock, G. J., *J. Exp. Biol.*, 32(1955), 802.
- (4) Silvester, N. R. and Holwill, M. E. J., *J. Theor. Biol.*, 35(1972), 505.
- (5) 平本・ほか8名、細胞運動、(1974), 84, 東京大学出版会.