LQI 制御による磁気軸受の制御*

滝田 好宏^{*1}, 背戸 一登^{*1}

Control Method of Magnetic Bearing Using LQI Theory

Yoshihiro TAKITA and Kazuo SETO

This paper proposes the use of an LQI (linear quadratic optimum control with integral action) theory instead of the conventional PID control for magnetic bearings. The principal advantages of a magnetic bearing are to provide friction-free and high-speed rotation without any physical contact. Many articles discuss conventional control theory for magnetic bearings. Modern control theory has demonstrated more effective vibration control for mechanical structures. The advent of improved microelectronics has led to increased control frequencies and improved stability. This paper discusses a controlling system design using the LQI theory for a magnetic bearing, and the experimental results demonstrate the advantages.

Key Words: Application of Control, Magnetic Bearing, LQI Theory, Discrete Time System, Microprocessor, Software Servo

1. はじめに

機械は小形, 軽量, 省エネルギー化と同時に高速, 高精度化が求められている。その要求を具体化するために, 機械に制御系を内蔵するいわゆるメカトロニクス化が必要不可欠なものとなっている。機械の構造系と制御系は機械の性能に密接に関係することから, それらを同時に最適化設計することによってより高度な機械が実現される。しかし, 現状では機械系を設計した後に制御系を設計することが多く, 制御装置が複雑化する例が見受けられる。今後, メカトロニクス化のための統合技術の体系化が急務であろう。

一般的な機械の制御装置には処理の高速化のためにアナログコントローラが用いられてきたが, マイクロエレクトロニクス技術から生み出された, CPU と演算プロセッサ, DSP (デジタル・シグナル・プロセッサ), トランスピュータ等によって高度な演算が可能になり, ロボットや振動の制御に用いられるようになってきているが, その利用技術が確立されているとはいえない。

制御装置のデジタル化が要求される分野に磁気浮

上装置がある。このような装置は電磁マグネットの吸引力を制御することによって制御対象を支持する装置で, 制御対象の振動特性の変化に対応した適応制御やロバスト制御を実現するために, アナログ制御装置での対応は難しい。そのような理由でデジタル制御装置の使用が研究^{(1)~(3)}され始めているが, これらの研究の制御方式は古典制御理論からのアプローチがほとんどである。今後, 磁気軸受を用いた真空ポンプ, モータ, フライス盤や磁気浮上式鉄道等の高速, 高精度化のために, 現代制御理論などの高度な制御理論を適用する技術の開発が必要と考えられる。

本研究では, 磁気浮上装置の制御に LQI (Linear Quadratic Optimum Control with Integral action) 制御⁽⁴⁾の有効性を検討する。LQI 制御は LQ 制御に積分器を付加したもので, LQ 制御より定常偏差をより小さくできるもので, 高い位置決め精度が要求される磁気軸受などに有効な制御方式と考えられる。

まず, LQI 制御の離散時間系における設計法を述べる。この設計法によって二次形式の評価関数を最小にする積分ゲインと状態フィードバックゲインが同時に求められることを示す。水平 2 方向に支持する磁気軸受装置を試作し, この制御装置を 32 ビットマイクロコンピュータで構成している。この制御プログラムに

* 原稿受付 平成 3 年 9 月 3 日。

*¹ 正員, 防衛大学校(〒239 横須賀市走水 1-10-20)。

LQI 制御を適用して制御実験を行った。その結果、本制御方式の有効性が確認されたので報告する。

2. 磁気軸受の動特性解析

2.1 磁気軸受の概要 本来の磁気軸受は二つのラジアル軸受とスラスト軸で構成されているが、本研究では制御理論の適用を目的として、図1に示ようなラジアル軸受と空気浮上装置から成る磁気軸受装置を使用した。空気浮上装置は鉛直方向にロータを浮上させ水平方向の摩擦を小さくする役割を果たす。磁気軸受は四つの電磁石、ロータ、ギャップセンサで構成されている。この軸受の制御装置は32ビットマイクロコンピュータ、AD、DA変換器、電流増幅器によって構成されている。マイクロコンピュータは、ギャップセンサから各部の変位を測定し、速度を計算してLQI制御理論に基づいて求めたゲインを用いてロータの位置制御を行う。

2.2 運動解析 図1においてロータは剛体とする。一般的なアナログ制御系を用いると、電磁石の誘導コイルに流れる電流が一定のときの吸引力はロータまでの距離によって大きく変化するため、理論的な制御力と実際の制御力に大きな開きが生じる。ここでは、コンピュータ制御の特徴を生かして、電磁石に必要な

吸引力を発生するように制御電流を流すために、測定距離と制御電流と吸引力を関数近似している。ロータの制御はX方向とY方向について行うが、おのおのの方向は干渉しないで運動するものとして、XZ面の力学モデルが図2のように作成できる。ここで各変数は次のように定義する。

a : Z方向センサ取付け位置

e : X方向センサ取付け位置

f : 制御力

b : 制御力の作用点

d : ロータの直径

h : ロータの高さ

I_θ : 慣性モーメント

k_t : 空気浮上装置のばね定数

m : ロータ質量

x_x : X方向センサが検出する変位

x_z : Z方向センサが検出する変位

θ : XZ面に直角な軸の回転角

この系の運動方程式を導いて、制御に用いるために状態方程式で表すと次のようになる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t) \quad \cdots (1)$$

ここで、

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dot{x}_1(t), \theta(t), \dot{\theta}(t)]^T \quad \cdots (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_t}{I_\theta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m} \\ 0 \\ -\frac{b}{I_\theta} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad \cdots (3)$$

x 方向の変位 x_1 は回転角 θ が微小であれば

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{x_z}{a}$$

から

$$x_1 = x_x - e\theta = x_x - \frac{x_z e}{a} \quad \cdots (4)$$

となる。また、

$$k_t = \frac{d^2}{2} k_1 \quad \cdots (5)$$

$$u(t) = f(t) \quad \cdots (6)$$

なお、 θ の回転が無視できる場合には

$$\mathbf{x}(t) = [x_x(t), \dot{x}_x(t)]^T \quad \cdots (7)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = [1 \ 0] \quad \cdots (8)$$

となる。

図1 磁気軸受装置の構成

図2 磁気軸受の力学モデル

コンピュータで直接制御するために、離散時間系で表すと、

$$x(k+1) = Px(k) + qu(k) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$P = e^{At}, Q = \int_0^t e^{A\eta} d\eta, q = Qb$$

となる。ここに、 Δt はサンプリング間隔である。

3. LQI 制御の適用

図3に磁気軸受の制御に適用する LQI 制御のブロック線図を示す。この図において、 r は目標値、 G は制御対象の動特性、 K_f は状態フィードバックゲイン、 K_0 は積分ゲインである。この制御系の大きな特徴は、ステップ入力に対する定常偏差を零にするための積分器が LQ 制御の前段に配置されていることである。

LQI 制御系の状態方程式は、式(9)に積分を含めて拡大すると次のようになる。

$$X(k+1) = P_1 X(k) + q_1 d(k) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに

$$X(k) = [y(k) \ s(k)]^T \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1 & cP \\ 0 & P \end{bmatrix}, q_1 = \begin{bmatrix} cP \\ q \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$s(k) = x(k) - x(k-1) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$d(k) = u(k) - u(k-1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

この系において最小化する評価関数 J

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} ((r(k+1) - y(k+1))^2 + \omega(u(k) - u(k+1))^2) \quad \dots\dots\dots (15)$$

を定義する。ここで、 ω は正の重みである。

この評価関数を最小化する最適状態フィードバックゲイン K_f と積分ゲイン K_0 は次のリッカチ方程式の収束解によって同時に求められる。

$$H(n+1) = P_1^T H(n) P_1 - P_1^T H(n) q_1 K(n) + W \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし

$$K(n) = (\omega + q_1^T H(n) q_1)^{-1} q_1^T H(n) P_1 = [K_0, K_f] \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 H は 3×3 または 5×5 の対称行列、 W は $W(1,1)=1$ 、それ以外の項は零にとる。

4. 磁気軸受の制御システム

図4に本研究で構成した磁気軸受の制御システムの概要を示す。この制御装置は、32ビットマイクロコンピュータを中心にマルチプレクサ付き AD 変換器、DA 変換器、電流増幅器によって構成されている。マイクロコンピュータには浮動小数演算を高速に行うために数値演算プロセッサを付加している。これによ

って C 言語で記述した 2 方向制御のプログラムのサンプリング間隔は 1.46 ms であった。

LQI 制御のプログラムは次のような処理を行っている。まず、ギャプセンサによって検出したロータのラジアル方向とスラスト方向の変位を AD 変換する。おのおの変位の差分を計算して速度として、LQI 制御の状態量として用いる。制御量は目標値との誤差を積分し積分ゲインを掛け、その値から状態フィードバック量を差し引いて得られる。この制御量は DA 変換器と電流増幅器を通して制御力に変換され、ロータに吸引力を発生し目標位置に保持するように制御される。

電磁石の吸引力と制御量との関係を実験によって求めると図5のようになる。この結果、吸引力は次式で近似することができる。

図3 LQI 制御システム

図4 制御装置の構成

図5 電磁石とロータのすきまによる吸引力の変化

$$f = a_f \frac{i^2}{x_\theta} \quad [\text{N}] \quad (18)$$

ここで、 a_f は電磁石によって定まる値、 i は DA 変換器に設定された無次元の制御量で電流増幅器によって電流に変換される、 x_θ はロータと磁極との間隔を示す。

5. 数 値 解 析

表 1 に本研究で用いた磁気軸受の諸元を示す。もし、 b が零の場合には θ 周りの振動モードを励起することではなく、式(1)の各行列は式(7)、(8)で表せる。ところが、この式を用いた制御系では、いったん θ 周りに振動が起きるとその振動を抑えることは難しい。この実験装置では b が 0.0115 m なので、これによる影響を調べている。

式(8)の行列から LQI 制御系を設計した場合(条件 1)のステップ入力による応答解析を図 6 に示す。こ

表 1 磁気軸受の諸元

Rotor Mass	$m = 2.34$ [kg]
Rotor Inertia of θ Axis	$I_g = 1.563 \times 10^{-3}$ [kgm ²]
Rotor Dimensions	
Diameter	$d = 0.0767$ [m]
Height	$h = 0.065$ [m]
Spring Constant of Air Suspension	
	$k_1 = 6.79 \times 10^3$ [N/m]
Sensing point	$a = 0.03$ [m]
	$e = 0.0325$ [m]
Acting point of f	$b = 0.0115$ [m]
Magnet factor	$a_f = 13.38 \times 10^{-3}$ [N m]

図 6 低次元モデルによる時間応答解析

こでは、式(3)の制御対象を次数を縮小した制御系で制御したために、重み ω が小さくなるに従ってスピルオーバー不安定を引き起こしている。この不安定現象は制御しない θ 周りの振動モードの励起によるものである。

そこで、 θ 周りの運動を含む式(3)を用いて設計した場合(条件 2)のステップ応答の解析結果を図 7 に示す。この図と図 6 との比較によって、重みが 0.00001 の場合でスピルオーバー不安定が抑制されていることがわかる。ここで用いた制御系の固有値を、重みの変化によって Z 平面にプロットすると図 8 のようになる。この図から固有値は常に単位円内にあり安定である。なお、重みを小さく設定すると制御系の固有振

図 7 ロッキング振動を考慮した場合の時間応答解析

図 8 重み係数の変化による固有値の軌跡

動数が高くなることがわかる。

6. 実 験

図 9 に本研究で使用した実験装置の外観を示す。マイクロコンピュータでは、LQI 制御理論に基づいた数

図 9 実験装置の外観

値解析と制御実験が行えるプログラムを開発している。制御実験のプログラムは 2 方向が同時に制御できるように作成されている。磁気軸受に LQI 制御系を適用した場合の制御効果を調べるために、周波数応答アナライザの正弦波試験信号を目標値に入力して、 x_x と x_z の周波数応答を測定している。

条件 1 で制御系を構成した場合の x_x , x_z の周波数応答を図 10 に示す。この図から、 x_z の応答は重みを小さくするに従って 20 Hz 付近の振幅が大きくなり、スピルオーバを引き起こしている。この不安定を防止するためには、条件 1 ではモデル化されていない θ 回の制御を行う必要がある。

条件 2 で設計した制御プログラムによる周波数応答を図 11 に示す。図 11 と図 10 との比較から、重みが 0.0001 の場合に不安定現象は良好に抑制されていることがわかる。この制御プログラムを用いて、目標値を零から 0.2 mm に変化させた場合のステップ応答を図 12 に示す。この応答は重み 0.0001 の場合である

図 10 低次元モデルの制御系による周波数応答 (実験結果)

図 11 ロッキング振動を考慮した制御系による周波数応答実験結果

図 12 ステップ応答の実験結果

が、図 7 の数値解析の重み 0.000 01 の場合に類似する実験結果になっている。このように、離散時間系の LQI 制御が磁気軸受に有効な制御方式であることが、これらの実験結果によって示された。

7. む す び

LQI 制御を磁気軸受の制御に用いるための制御系

の設計法を示し、それに基づいた実験を行って次の知見を得た。

(1) 離散時間系の LQI 制御系は積分とフィードバックゲインが同時に求まるので制御系の設計が容易であり、定常偏差が問題になる磁気軸受の制御に有効である。

(2) ソフトウェアサーボを用いることによって、電磁石の吸引力を磁極とロータの間隔で関数近似すれば、アナログ制御系に比較して広い範囲で制御特性を維持することが可能である。

(3) 2 方向制御の場合のサンプリング間隔は 1.46 ms であり、十分な制御効果が得られた。

(4) ロッキング振動によるスピルオーバー対策として回転を検出するセンサを付加してモデル化し、良好な制御効果が得られた。

LQI 制御が磁気軸受の制御方式としての有効性を示すために、実際の磁気軸受への応用が今後の課題である。

文 献

- (1) Schweiter G., *The International Conference on Advanced Mechatronics* (JSME), (1989), 529-534.
- (2) Bleuler H. and Matsushita O., 文献(1)の 541 ページ.
- (3) 石田, 機論, 57-534, C (1991), 234-239.
- (4) 高橋, デジタル制御, (1985), 97-120, 岩波.