巻上げ式天井クレーンの非線形制御*

小林 正 人*¹, 田 村 捷 利*²

Nonlinear Control of Overhead Traveling Crane with Winding Mechanism

Masahito KOBAYASHI and Katsutoshi TAMURA

A design of a nonlinear controller for overhead traveling cranes with winding mechanism is shown. The nonlinearity is due to the change in the loop length while a load is wound up and down, and is a cause of undesired load swing in the crane operation. The proposed nonlinear controller compensates it and reduces the swing considerably. A local stability of the closed system with the controller is proven. Experimental results illustrate the effectiveness of the controller.

Key Words: Automatic Control, Nonlinear Control, Stability, Materials Handling Equipment, Overhead Traveling Crane, Single-Input Double-Output Mechanical System

1. ま え が き

巻上げ機構を有する天井クレーンは、トロリの走行用モータと荷物の巻上げ用モータを入力機構として持ち、トロリの位置、荷物のロープ長、振れ角を出力とする2入力3出力システムであり、入力数に比べ出力数が多いことから入力に対し出力が互いに干渉を及ぼし合う。特に、荷物とロープは可変長の単振り子となり、トロリ移動中のロープ長の変化すなわち荷物の上下移動が振れ角に大きな影響を与える。これら巻上げ式天井クレーンに対し、過去において、主に最短時間法によるオープンループ制御⁽¹⁾⁽²⁾、最適レギュレータによるフィードバック制御⁽³⁾⁽⁴⁾が報告され、特に後者に関しては外乱にも強いロバストな制御システムが構成でき良好な結果が得られている。しかし、最適レギュレータによるフィードバック制御においても以下の三つの解決しなければならない問題が残されている。

(1) 動摩擦項などの損失を無視した理想的な天井クレーンモデルに対し制御系を構成している。

(2) 評価関数を最小にする入力および状態を得ることができても、評価関数が積分形式で与えられているため、瞬時の挙動を指定することができない。そのため、設計に際し試行錯誤的要素が多く、希望する状態の挙動で動く制御システムを得るのに時間がかかる。

(3) 非線形な天井クレーンを、線形モデルとして制御系を構成しているため、得られた制御システムは最適なものとはならない。特に、可変ロープ長を一定値としているため、広範囲なロープ長の変化に対して荷振れ現象を引き起こす。

本研究では、問題点(1)の解決に当たり、システムのモデリングにおいてニュートンの法則およびキルヒホッフの電圧法則を用いて実システムにより近い非線形運動方程式を導いている。問題点(2)、(3)に対しては、2入力3出力の巻上げ式天井クレーンシステムを、ロープ長を時変系としてとらえた1入力2出力の非線形時変走行・振れ角系と1入力1出力の巻上げ系の二つの非干渉システムに分離している。そして、走行・振れ角系には1入力2出力非線形時変制御⁽⁵⁾で設計を行い、巻上げ系にはモデル・マッチング制御で設計を行う天井クレーンシステムを提案する。これにより、トロリ移動中のロープ長の可動範囲全域にわた

* 平成4年3月13日北陸信越支部第29期総会講演会において講演、原稿受付 平成3年10月23日。

¹ 正員、(株)日立製作所 機械研究所(●300 土浦市神立町502)。

² 正員、上智大学理工学部(●102 東京都千代田区紀尾井町7)。

り閉ループシステムの状態の指数漸近安定性が保持されるだけでなく、設定した軌道に荷物が追従する実験システムを実現でき良好な実験結果を得た。

2. 巻上げ式天井クレーンの力学モデル

2.1 巻上げ式天井クレーンのモデル 本論文で扱う巻上げ式天井クレーンのモデルを図1に示す。ここで、図中の記号の物理的意味は以下に示すとおりである。

- x : トロリの位置 m
- y : ロープ長 m
- θ : 荷物の振れ角 rad
- u_1, u_2 : 入力電圧 V
- m_1 : トロリの質量 kg
- m_2 : 荷物の質量 kg
- T : ロープ張力 N
- F : レールとの摩擦 N
- r_1 : 車輪半径 m
- r_2 : ドラム半径 m
- R_1, R_2 : 電機子抵抗 Ω
- i_1, i_2 : 電機子電流 A
- k_{e1}, k_{e2} : 逆起電機係数 V·s/rad
- J_1, J_2 : 等価慣性モーメント kg·m²
- k_{T1}, k_{T2} : トルク定数 N·m/A
- ψ_1, ψ_2 : モータの回転角 rad
- $k_1 = x/\psi_1$ m/rad
- $k_2 = y/\psi_2$ m/rad
- F_1 : 車輪の回転抵抗 N
- F_2 : ドラムの回転抵抗 N
- g : 重力加速度 m/s²

図1 巻上げ式天井クレーンのモデル

添 字

- 1: 走行用モータ
- 2: 巻上げ用モータ

2.2 非線形運動方程式の導入 図1に示される巻上げ式天井クレーンの非線形運動方程式をニュートンの第2法則およびキルヒホッフの電圧法則を用いて、各内部構造に基づいて求める。ただし、(1)荷物は質点、(2)ロープの質量は無視できる、(3)トロリに逆入力（印加しない）、(4)荷物はトロリの進行方向に直角な横振れを生じない、といった仮定を設ける。

トロリの走行に関する運動方程式は次式となる。

$$\ddot{x}(t) = -\alpha_1 \dot{x}(t) + \beta_1 u_1(t) - \gamma_1 + \delta_1 T(t) \sin \theta(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &\triangleq \frac{k_{T1} k_{e1}}{(J_1 + m_1 r_1 k_1) R_1} \\ \beta_1 &\triangleq \frac{k_1 k_{T1}}{(J_1 + m_1 r_1 k_1) R_1} \\ \gamma_1 &\triangleq \frac{k_1 r_1}{J_1 + m_1 r_1 k_1} F_1 \\ \delta_1 &\triangleq \frac{k_1 r_1}{J_1 + m_1 r_1 k_1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

荷物の振れ角に関する運動方程式は次式となる。通常は、左辺を角加速度 $\ddot{\theta}(t)$ ととるが、ここでは、運動方程式の構造に着目し左辺を $\{y(t) \sin \theta(t)\}'$ とすることで、非線形項の数を少なくすることができる。

$$\{y(t) \sin \theta(t)\}' = -\ddot{x}(t) - \frac{T(t)}{m_2 y(t)} \{y(t) \sin \theta(t)\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、ロープ張力 $T(t)$ は次式となる。

$$T(t) = \frac{m_2 [g - \{y(t) \cos \theta(t)\}']}{\cos \theta(t)} \quad \dots\dots\dots (4)$$

荷物の巻上げに関する運動方程式は次式となる。

$$\ddot{y}(t) = -\alpha_2 \dot{y}(t) + \beta_2 u_2(t) - \gamma_2 \{\theta(t)\} + \delta_2 m_2 W(t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 &\triangleq \frac{k_{T2} k_{e2}}{(J_2 + m_2 r_2 k_2) R_2} \\ \beta_2 &\triangleq \frac{k_2 k_{T2}}{(J_2 + m_2 r_2 k_2) R_2} \\ \gamma_2 &\triangleq \frac{k_2 r_2}{J_2 + m_2 r_2 k_2} \left(F_2 - \frac{r_2 g}{\cos \theta(t)} \right) \\ \delta_2 &\triangleq \frac{k_2 r_2}{J_2 + m_2 r_2 k_2} \\ W(t) &\triangleq 2 \dot{y}(t) \dot{\theta}(t) \tan \theta(t) \\ &\quad + y(t) \ddot{\theta}(t) \tan \theta(t) + y(t) \dot{\theta}(t)^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(4)および式(5)に対して以下の仮定を設ける。巻上げ巻下げの加速度 $\ddot{y}(t)$ が張力に及ぼす影響は、重力加速度に比べて微小であるからロープ張力 T を

次式とする。

$$T(t) \doteq \frac{m_2 g}{\cos \theta(t)} \quad \dots\dots\dots (7)$$

また、振れ角系が巻上げ系に及ぼす影響は微小であるから次式が成立するものとする。

$$\delta_2 \doteq W(t) \doteq 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

2・3 非線形運動方程式の決定 巻上げ式天井クレーンシステムは、ロープ長 $y(t)$ を時変系としてとらえた1入力2出力非線形時変走行・振れ角系(9)と、1入力1出力の巻上げ系式(10)の二つの非干渉システムに分離して議論できる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \{y(t) \sin \theta(t)\}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \dot{x}(t) - \gamma_1 + \delta_1 m_2 g \tan \theta(t) + \beta_1 u_1(t) \\ -\frac{g}{y(t) \cos \theta(t)} (y(t) \sin \theta(t)) \end{bmatrix} \quad \dots\dots (9 \cdot a)$$

$$\ddot{y}(t) = -\alpha_2 \dot{y}(t) + \beta_2 u_2(t) - \gamma_2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、ドラムの回転抵抗 F_2 は速度の正負によって異なるので動摩擦 γ_2 を次のように置き直す。

$$\gamma_2 \triangleq \begin{cases} \gamma_{2 \text{ down}} : \dot{y}(t) > 0 \\ \gamma_{2 \text{ up}} : \dot{y}(t) < 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

式(9)、(10)の二つのシステムの関係を図2に示す。従来のモデリングは、ロープ長 $y(t)$ を一定値として線形化・定数化していたが、ここではロープ長を走行・振れ角系の時変信号として処理していること、非線形運動方程式の構造に着目した状態変数を用いていること、さらに平衡点周りでの線形化近似を行っていないことが特長である。

2・4 パラメータ同定 実際に本論文で用いた模型クレーンのパラメータ値(荷物質質量 $m_2=2.4 \text{ kg}$)を以下に示す。これはプラントにステップ入力を印加し、オフラインで同定した結果である⁽⁴⁾。

$$\alpha_1=3.85, \alpha_2=1.348$$

$$\beta_1=0.249, \beta_2=0.0149$$

$$\gamma_1=0.559, \gamma_{2 \text{ down}}=0.059$$

$$\delta_1=0.06, \gamma_{2 \text{ up}}=-0.0454$$

3. 制御目的および運動方法

3・1 制御目的 制御目的は、ロープ長可動範囲全域にわたり以下の五つの目的を達成する制御システムの実現である。

- (1) 目標地点で正しく停止
- (2) 目標地点で荷振れがない
- (3) 目標地点に短時間で到達
- (4) 走行中の荷振れおよび外乱を抑制
- (5) 確実な障害物の回避

走行・振れ角系は、制御目的(1)～(4)の達成のため、1入力2出力非線形時変制御系を用い、位置制御システムおよび速度制御システムを構成する。巻上げ系は、制御目的(5)の達成のため、モデル・マッチング制御系で構成を行う。

3・2 運転区間の設定 上記の制御目的達成のため、以下に述べる二つの運転方法のいずれかを選んで運転を行う。

運転方法 I : この運転方法は、確実に各目標地 O_A 、 O_B を荷物が通るため、走行途中に何らかの障害物が存在している場合この運転方法を採用する(図3)。

運転方法 II : この運転方法は、途中で障害物の存在しない場合に、荷物移動の迅速化を達成するために採用する。また、確実に点 O_B を荷物が通るため、荷物の初期位置が高く B 区間で点 O_B 以下に障害物が存在する場合にはこれを採用する(図4)。

図3および図4の運転区間の説明を行う。

Section A [$O_0 \sim O_A$] : 巻上げ区間(位置制御区間)

目標地点 O_A を障害物が十分回避できる高さにとる。走行・振れ角系は、1入力2出力非線形時変制御の位置制御で点 O_A まで運転を行う。巻上げ系は、モデ

図2 巻上げ式天井クレーンシステム

ル・マッチング制御で点 O_A まで巻上げを行う。

Section B [$O_A \sim O_B$] : 走行区間 (速度制御区間)

目標地点 O_B を障害物を十分回避できる位置にとる。走行・振れ角系は、1入力2出力非線形時変制御の速度制御でトロリの最大速度まで加速させ定常速度走行運転を行う。巻上げ系は、方法Iでは、すでに障害物を回避できるまで荷物は巻上げられているのでその状態を保つ。方法IIでは、モデル・マッチング制御で点 O_B まで巻上げまたは巻下げを行う。

Section C [$O_B \sim O_C$] : 巻下げ区間 (位置制御区間)

目標地点 O_C を最終目標値にとる。走行・振れ角系は、1入力2出力非線形時変制御の位置制御で荷振れがないように減速し、点 O_C で停止する。巻上げ系は、モデル・マッチング制御で点 O_C まで巻上げまたは巻下げを行う。

従来の線形制御系による設計では、ロープ長を一定値と定数化していたために定数化を行ったロープ長付近での荷物の上下動しか許されていなかった。必然的に、出発点 O_A と目標地点 O_C の高さは、等しいか近接していなければならなかった。しかし、本論文で提案している1入力2出力非線形時変制御系を走行・振れ角系に適用することで任意の出発点から任意の目標地点に荷振れを抑制しながら荷物を移動することが可能となり、例えば図4に示すようにロープ長の変動が激しい場合においても良好な結果を得ることができる。

図3 運転方法I

図4 運転方法II

4. 走行系・振れ角系の非線形制御系の設計

天井クレーンの走行・振れ角系は、1入力2出力システムである。1入力2出力系の設計指針は、ステップ状の目標値入力に対し、第1の出力をステップ状の目標値入力に、第2の出力を零に漸近的に収束させることである。本天井クレーンシステムでは、第1の出力をトロリの位置 x に、第2の出力を荷物の振れ角 θ にとる。

4.1 非線形制御系の設計

ロープ長 $y(t)$ の影響を時変系としてとらえた1入力2出力非線形時変システムの走行・振れ角系式(9)に対し、1入力2出力非線形時変制御系⁽⁵⁾の設計を行う。以下では、先に述べた運転区間のA区間、C区間で用いる位置制御系の設計法について述べる。B区間で用いる速度制御系も同様に議論できる。本制御系の設計の特長は以下である。

(1) 閉ループ系の固有値を設計者が指定することで、任意に制御システムの動特性を決定することができる。また、その調整が容易である。

(2) 可変ロープ長の可動範囲全域の移動に対し、閉ループ系の状態の指数漸近安定性が保証できる。

まず、第1の入力として、次の非線形時変フィードバック入力 $u_{1N}(t)$ を式(9・a)に施す。

$$u_1(t) = u_{1L}(t) - \frac{1}{\beta_1} \{ -\alpha_1 \dot{x}(t) - \gamma_1 + \delta_1 m_2 g \tan \theta(t) \} \\ \triangleq u_{1L}(t) - u_{1N}(t) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、状態ベクトルを

$$X_1(t) = [x(t), \dot{x}(t), y(t) \sin \theta(t), \{y(t) \sin \theta(t)\}^T] \quad \dots\dots\dots (13)$$

と置くと、準線形状態方程式が次のように得られる。

$$\dot{X}_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-g}{y(t) \cos \theta(t)} & 0 \end{bmatrix} X_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_1 \\ 0 \\ -\beta_1 \end{bmatrix} u_{1L}(t) \\ \triangleq A_0(X_1, t) X_1(t) + B_0 u_{1L}(t) \quad \dots\dots\dots (14)$$

次に、第2、3の入力として、次式の非線形時変状態フィードバック入力 $u_{1F}(t)$ とステップ状目標値ゲイン入力 $u_{1V}(t)$ を施す。ただし、 $v_1(t)$ はステップ状目

図5 走行・振れ角系の非線形フィードバック

標位置入力とする。

$$u_{1L}(t) = \frac{1}{\beta_1} \{k_1(t)x + k_2(t)\dot{x} + k_3(t)(y(t)\sin\theta(t)) + k_4(t)(y(t)\sin\theta(t))'\} + \frac{1}{\beta_1} h_1(t)v_1(t) \\ \triangleq u_{1F}(t) + u_{1V}(t) \quad \dots\dots\dots (15)$$

すると、閉ループシステムは次式となる。

$$\dot{X}_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_1(t) & k_2(t) & k_3(t) & k_4(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_1(t) & -k_2(t) & -k_3(t) - \frac{g}{y(t)\cos\theta(t)} & -k_4(t) \end{bmatrix} X_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ h_1(t) \\ 0 \\ -h_1(t) \end{bmatrix} v_1(t) \\ \triangleq A_c(X_1, t)X_1(t) + B_c(X_1, t)v_1(t) \quad \dots\dots\dots (16)$$

この閉ループシステムの固有多項式を $P_c(\sigma(t))$ とする。

ところで、設計者の希望する閉ループシステムの固有多項式 $P_M(\sigma)$ を、次式に設定する。

$$P_M(\sigma) = (\sigma + \lambda_{M1})(\sigma + \lambda_{M2})(\sigma^2 + 2\xi\omega\sigma + \omega^2) \\ \triangleq \sigma^4 + P_{M3}\sigma^3 + P_{M2}\sigma^2 + P_{M1}\sigma + P_{M0} \quad \dots\dots\dots (17)$$

いま、 $P_c(\sigma(t))$ の固有値を $P_M(\sigma)$ の固有値に配置するために、各係数の比較を行う。すると、式(15)の各フィードバック係数およびステップ状目標値ゲインは次式となる。

$$\left. \begin{aligned} k_1(t) &= -\frac{y(t)\cos\theta(t)}{g} P_{M0} \\ k_2(t) &= -\frac{y(t)\cos\theta(t)}{g} P_{M1} \\ k_3(t) &= P_{M2} - \frac{g}{y(t)\cos\theta(t)} + k_1(t) \\ k_4(t) &= P_{M3} + k_2(t) \\ h_1(t) &= \frac{y(t)\cos\theta(t)}{g} P_{M0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

以上の設計の構成を図5に示す。図からもわかるように、走行・振れ角系に印加する入力 $u_1(t)$ は、走行系(9・a)のすべての非線形項をキャンセルする非線形フィードバック入力 $u_{1N}(t)$ と、状態空間方程式(14)に対し安定化固有値配置を行う非線形時変フィードバック入力 $u_{1F}(t)$ とステップ状目標値ゲイン入力 $u_{1V}(t)$ との和よりなる。

4・2 閉ループシステムの指数漸近安定性の証明 ここでは、局所安定性を保証する次の補題を用い、定理1で閉ループシステム式(16)の零解の指数漸近安定性の証明を行い、定理2で目標値ゲイン入力にステップ状の入力を印加した時の誤差システムの安定性の証明を行う。

[補題] ⁽⁶⁾ 非線形微分方程式

$$\dot{x}(t) = \{A + B(t) + C(x, t)\}x(t) \quad \dots\dots\dots (19)$$

において、 $B(t)$, $C(x, t)$ は、 $0 < t < \infty$ で連続とする。もし

① A のすべての固有値は負の実部をもつ

$$\textcircled{2} \lim_{t \rightarrow \infty} \|B(t)\| = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\textcircled{3} \lim_{\|x\| \rightarrow 0} \|C(x, t)\| = 0 \quad (t \text{ について一様}) \quad \dots\dots\dots (21)$$

ならば、式(19)の零解は指数漸近安定である。

安定性の証明に当たり、次の仮定を設ける。

(1) ロープ長 $y(t)$ は、 $t \rightarrow \infty$ で一定値 y_e に収束する。すなわち、次式が成立するものとする。

$$y(t) = y_e + \bar{y}(t) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{y}(t)| = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

(2) 振れ角 $\theta(t)$ は、 $|\theta(t)| < \pi/2$ を満たす。

《定理1》 閉ループシステム式(16)の自由系 $\dot{X}_1(t) = A_c(X_1, t)X_1(t)$ の零解は指数漸近安定である。

(証明) 以下では、式(16)の自由系が式(19)の形に変形でき、 A , $B(t)$, $C(x, t)$ が補題の①～③の条件を満たすことを示す。

式(16)に式(18)を代入し、整理すると次式になる。

$$\dot{X}_1(t) = A_c(X_1, t)X_1(t) = A^*\{y(t)\}X_1(t) + C^*(X_1, t)X_1(t) \quad \dots\dots\dots (24)$$

ただし、

$$A^*\{y(t)\} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{y(t)}{g}P_{M0} & -\frac{y(t)}{g}P_{M1} & P_{M2} - \frac{g}{y(t)} - \frac{y(t)}{g}P_{M0} & P_{M3} - \frac{y(t)}{g}P_{M1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{y(t)}{g}P_{M0} & \frac{y(t)}{g}P_{M1} & -P_{M2} + \frac{y(t)}{g}P_{M0} & -P_{M3} + \frac{y(t)}{g}P_{M1} \end{bmatrix}$$

$$C^*(X_1, t) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{y(t)}{g}P_{M0}(\cos \theta - 1) & -\frac{y(t)}{g}P_{M1}(\cos \theta - 1) \\ 0 & 0 & * \\ \frac{y(t)}{g}P_{M0}(\cos \theta - 1) & \frac{y(t)}{g}P_{M1}(\cos \theta - 1) \\ 0 & 0 \\ -\frac{g}{y(t)}\left(\frac{1}{\cos \theta} - 1\right) - \frac{y(t)}{g}P_{M0}(\cos \theta - 1) & -\frac{y(t)}{g}P_{M1}(\cos \theta - 1) \\ * & 0 & 0 \\ \frac{y(t)}{g}P_{M0}(\cos \theta - 1) & \frac{y(t)}{g}P_{M1}(\cos \theta - 1) \end{bmatrix}$$

さらに、式(22)を代入すると

$$\dot{X}_1(t) = (A^* + B^*(t) + C^*(X_1, t))X_1(t) \quad \dots\dots\dots (25)$$

ただし、

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{y_e}{g}P_{M0} & -\frac{y_e}{g}P_{M1} & P_{M2} - \frac{g}{y_e} - \frac{y_e}{g}P_{M0} & P_{M3} - \frac{y_e}{g}P_{M1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{y_e}{g}P_{M0} & \frac{y_e}{g}P_{M1} & -P_{M2} + \frac{y_e}{g}P_{M0} & -P_{M3} + \frac{y_e}{g}P_{M1} \end{bmatrix}$$

$$B^*(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M0} & -\frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M1} & \frac{g}{y_e} - \frac{g}{y_e + \bar{y}(t)} - \frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M0} & -\frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M0} & \frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M1} & \frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M0} & \frac{\bar{y}(t)}{g}P_{M1} \end{bmatrix}$$

A^* が補題の条件①を満たすことは次式より明らかである。ここで、 E は単位行列である。

$$|\sigma E - A^*| = P_M(\sigma) \quad \dots\dots\dots (26)$$

式(25)より $B^*(t)$ が補題の条件②を満たすことは明らかである。式(24)より式 $C^*(X_1, t)$ が補題の条件③を満たすことは明らかである。

図 6 本制御系による実験結果 (運転方法 I)

図 8 本制御系による実験結果 (運転方法 II)

図 7 最適レギュレータによる実験結果 (転方法 I)

図 9 ゲイン固定極配置系による実験結果 (運転方法 II)

《定理2》 閉ループシステム式(16)において、ステップ状目標値ゲイン入力を $v_1(t)=d$ した時、状態 $[d \ 0 \ 0 \ 0]^T$ は局所的に指数漸近安定な平衡点である。

(証明) 式(18)より、 $h_1(t)=-k_1(t)$ が成立する。これより、閉ループシステム式(16)は新たな状態を

$$\hat{X}_1(t)=[x(t)-d, (x(t)-d), y(t) \sin \theta(t), \{y(t) \sin \theta(t)\} \cdots \cdots \cdots (27)$$

とした。次式の自由系となる。

$$\dot{\hat{X}}_1(t)=A_c(X_1, t)\hat{X}_1(t) \cdots \cdots \cdots (28)$$

したがって、定理1より式(28)の零解は局所的に指数漸近安定である。

5. 実験結果

ここでは巻上げ式天井模型クレーン装置⁽⁴⁾を用いて、4章で議論した非線形制御系の実験結果を示す。比較のため、従来から研究されてきた線形制御系の最適レギュレータ⁽⁴⁾および固定ゲイン極配置の実験結果も併せて載せる。

(1) 固有値配置に関する実験結果(運転方法1)

図6に本制御系で運転した実験結果を、図7に最適レギュレータで運転した実験結果を示す。両者を比較することで本制御系の固有値配置に関する有効性について確認する。

比較のため運転区間および巻上げ系の制御則は同じものを使用する。途中の障害物を想定し各区間の目標地点を以下のように設定した。

$$O_0=(0, 1), O_A=(1, 0.6), O_B=(3, 0.6), O_C=(4, 0.9)$$

B区間のステップ状目標速度は、0.64 m/sとした。巻上げ系の制御則は、状態 $y, \dot{y}$ と入力 u_2 に対する二次形式評価関数を最小にする最適レギュレータで構成し、各区間の閉ループ系の極の値は以下である。

$$A \text{ 区間} \cdots \cdots -0.81, -1.84$$

$$B \text{ 区間} \cdots \cdots -1.23 \pm 0.77j$$

$$C \text{ 区間} \cdots \cdots -1.23 \pm 0.77j$$

本制御系による固有値の設定は、振れの周期を1回で抑えることを念頭におき、以下のようにすべて実軸上に固有値を配置した。

$$A \text{ 区間} \cdots \cdots -1, -1, -2, -2$$

$$B \text{ 区間} \cdots \cdots -4, -2, -2$$

$$C \text{ 区間} \cdots \cdots -4, -4, -2, -2$$

一方、最適レギュレータでは、状態 $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$ と入力 u_1 に対する二次形式評価関数を設定し、得られた閉ループ系の極は以下である。ただし、ロープ長は、 $y(t) \leq 0.8$ m と定数化を行っている。

$$A \text{ 区間} \cdots \cdots -0.29, -4.05, -1.17 \pm 3.0j$$

$$B \text{ 区間} \cdots \cdots -6.12, -0.88 \pm 3.09j$$

$$C \text{ 区間} \cdots \cdots -0.9, -5.14, -0.96 \pm 3.04j$$

トロリの目標位置への到達時間は、図6と図7はほぼ等しい。一方、荷の振れ角は、本制御系による実験結果は最適レギュレータに比べ抑制されているだけでなく、振れ角の回数も少なくなっている。また、最適レギュレータでは、各区間で極の位置がすべて変わるため各区間の始めで急激な入力が発生する。これより1章の問題点(2)で述べたように、評価関数を最小にする最適な入力が天井クレーンシステムにとって最適であるとは限らないことがわかる。

(2) ロープ長の影響に関する実験結果(運転方法II)

従来から巻上げ式天井クレーンに線形制御系(極配置、最適レギュレータ、etc)を構成するに当たり、ロープ長の定数化が行われてきた。このことは、1章の問題点(3)で述べた。しかし、その定数化の影響や弊害については何ら報告されていなかった。ここでは、広範囲にロープ長を変化させた実験結果を示すことで、従来の線形制御系(極配置)の問題点を指摘し、本制御系の有効性を確認する。図8に本制御系で運転した実験結果を、図9にゲイン固定極配置系で運転した実験結果を示す。

比較のため運転区間、巻上げ系の制御則、そして、本制御系の閉ループ系の固有値とゲイン固定極配置系の閉ループ系の極(固有値)は同じものを設定する。各区間の目標地点は、以下のように設定した。ただし、点 O_B の高さ * は特に規定しなかった。

$$O_0=(0, 0.3), O_B=(3, *), O_C=(4, 0.9)$$

B区間のステップ状目標速度は、0.64 m/sとした。巻上げ制御則は、モデル・マッチング則を用い、初期位置 $y(0)=0.3$ m、目標位置 $y(\infty)=0.9$ m となるように規範モデル

$$y_M = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(s + \lambda_1)(s + \lambda_2)} v_2 \cdots \cdots \cdots (29)$$

において、 $\lambda_1=1, \lambda_2=1, v_2=0.9$ と設定した。

本制御系の閉ループ系の固有値と極配置系の閉ループ系の極(固有値)は次のように同じ値に設定した。

$$B \text{ 区間} \cdots \cdots -4, -2, -2$$

$$C \text{ 区間} \cdots \cdots -4, -4, -2, -2$$

ここで、ゲイン固定極配置系は、準線形状態方程式(14)において4行3列目の要素を振れ角 θ が微小として線形化し、ロープ長 $y(t)$ を初期長さの0.3 mに定数化して設計した。

図9のゲイン固定極配置系は、運転開始時は図9の

本制御系の結果と等しいが、ロープ長が0.3 mからずれるに伴い状態の振動現象が現われた。目標地点では、トロリは目標位置からの定常偏差が生じ、荷物は振動したままの状態を保っている。これは、実際の振れを過小評価したためであると考えられる。

6. お わ り に

本論文の特長は次のものである。

(1) 2入力3出力の巻上げ式天井クレーンシステムを、ロープ長を時変系としてとらえた1入力2出力の非線形時変走行・振れ角系と1入力1出力の巻上げ系の二つの非干渉システムに分離してモデリングを行った。その際、非線形運動方程式の構造に着目した状態変数を用いた。

(2) 走行・振れ角系には1入力2出力非線形時変制御で設計を行い、巻上げ系にはモデル・マッチング制御で設計を行う天井クレーンシステムを実現した。さらに、ロープ長の可動範囲全域にわたった閉ループ

システムの状態の指数漸近安定性を証明した。

(3) 本制御系を巻上げ式天井クレーンシステムで実験を行い、従来の線形制御系で問題となっていたロープ長の定数化に伴い状態が振動することおよび動特性を指定できないことなどを解決する良好な結果を得た。

文 献

- (1) 西村・中谷・米澤, クレーンの最短時間制御(3), 第20回計測自動制御学会学術講演会予稿集, (1981-7), 307-308.
- (2) 石田・示村, 巻上げ型走行クレーンの最短時間制御とフィードバック制御の比較について, 第22回自動制御連合講演会予稿集, (1979-10), 365-366.
- (3) 進藤・孫・坂和, コンテナ・クレーンの振れ止め制御, 計測自動制御学会論文集, 19-5, (1983), 430-432.
- (4) 田村・常川・小林, 適応同定機構を有する巻上げ式天井クレーンの制御, 機論, 54-504, C (1988), 1795-1803.
- (5) 小林・田村, ある種の1入力2出力機械システムの非線形制御と重心移動型倒立振り子への応用, 計測自動制御学会論文集, 26-12, (1990), 1384-1391.
- (6) 山本, 常微分方程式の安定性, (1979), 148-157 実教出版.