柔軟なセル生産のための最適加工経路 と加工条件の決定*

宋 相 載*¹, 崔 貞 姫*²

Optimization Analysis of Flexible Cellular Manufacturing : Route Selection and Determining the Optimal Production Conditions for Cellular Layout

Sangjae SONG and Junghee CHOI

This paper describes a procedure for optimizing the route selection and production conditions in alternate process plans under a cellular manufacturing environment. The problem associated with determining the optimal values of the machining speeds, overtime, and intercell flow is formulated as Nonlinear Mixed Integer Programming (NMIP) in order to minimize the total production change cost. This is achieved by introducing the marginal cost analysis into an NMIP, which will compute the optimal machining speed, overtime, intercell flow, and routing. The application of this procedure offers greater flexibility to take advantage of the cellular manufacturing due to the optimum use of resources. A solution procedure for this problem was developed and a numerical example is included.

Key Words : Production Systems, Jobbing Production, Flexible Cellular Manufacturing, GT Cell Layout, Process Planning, Nonlinear Mixed Integer Programming, Production Management, Production Conditions, Flexibility

1. 緒 論

生産の実施のために、機械加工の固有技術的な観点から、生産変換過程の各工程でなされる具体的作業に関する意思決定を行わなければならない。機械加工では、加工手順、機械や治工具の選択、加工条件の設定、生産時間・費用の計算が主たる意思決定課題となる。その意思決定課題を取扱う工程設計における過去の研究を大別すると、次のようになる。

(1) 自動工程設計

- ・バリエーション (Variant) 方式
- ・創成的 (Generative) 方式

(2) 理論解析

- ・最適加工条件の決定
- ・加工順序の決定

既存の自動工程設計システム⁽¹⁾は、簡単な形状の部品を対象にしており、部品の多様化に対して柔軟にかつ迅速に対応するまでには至っていない。

一方、理論解析においては、需要状態に応じて、最小時間、最小費用、最大利潤率基準に基づく最適な生

産加工条件について解析がなされている⁽²⁾。また多品目・多段階生産システムを対象にして、最適な生産順序を決定する問題と最適生産速度を同時に決定する問題を二つの部分問題に分割して解く最適アルゴリズムが提案された⁽³⁾。

本研究では、同じ加工機能を持つ複数台の代替機械からなる多段階生産システムを対象にし、市場の不確実性を吸収する加工条件の変更と残業といった二つの対策方法について理論解析を行う。予測外の新たな製品の受注により、生産量、負荷、スケジュール面で生じる不確実性を積極的に考慮して、限定された生産能力の範囲内で、客先の納期に間に合うように加工条件（もしこれで納期に間に合わせられない場合は最適な残業時間）、その受注製品の加工経路、ならびに各工程での生産開始時刻などを最も経済的に決定することをねらいとする。それは、予測に基づいて各機械にすでになされた負荷均衡状態と GT セルレイアウトにおける機械配置状態を考慮して、受注生産量を決められた納期までに必ず生産するために加工条件の変更、残業、遊休機械を求めて他のセルへの移動などの三つの方策を同時に考える割増生産費用の総和を最小化する問題としてモデル化される。

* 原稿受付 平成3年9月12日。

*¹ 正員、広島工業大学 (〒731-51 広島市佐伯区三宅 2-1-1)。

*² 准員、釜山大学工学部 (韓国)。

2. フレキシブルな工程設計と日程計画

既存の状態の変化や更新には新たな費用を必要とする。製品の変化に対して生産形態の変更は、多くの機会損失費用を伴う。ところが、生産システムの機械配置状態を考慮する柔軟な工程設計方法と作業割当可能な生産能力を機械加工条件などで調整しながら、受注製品の納期を客先希望納期に間に合うように生産条件（ここでは残業のみを考える）を極力調整することによって、予測外の受注製品に対して最適にかつ柔軟に対処することができる。

従来のレイアウト計画は、予測に基づく各製品に対し、工程設計の段階で決められた加工経路を用いて機械の配置やセルの構成を行っている。これは製品の開発や変更がひん繁に行われる現在の市場状況に対しては、迅速に対応することができない。新しい製品に対し、柔軟にかつ迅速に対応できる工程設計システムとして自動工程設計システムが多く開発されている⁽¹⁾。

バリエーション方式では、各部品の GT 分類やコード、工程計画などがデータベースに整合化されていて、新しい製品が出現するたび、その製品をコード化して最も類似している部品の工程設計をデータベースから引き出す。これは工程設計の処理を行うプログラムと共通のデータベースを統合化することによってシステムの硬直化を招き、動的市場状況に適時的で柔軟に対処していくことは難しい。

一方、創成的方式は、部品や機械、工具、工程設計ルールなどを論理化することによって、データの資源化を図る最も高度な自動工程設計システムである。しかし、これもごく簡単な円筒物に対してのみ実現可能であるといわれている。

そこで、これまでの理論的工程設計法に比べて、本研究の特徴として次のことがあげられる。

図 1 柔軟な工程設計

① 生産システム形態 (GT セルレイアウト) を工程計画に反映していること

② 加工機能が同一な複数の代替機械を考慮していることとそれらの機械での生産開始可能な時刻は互いに異なること

③ 市場の不確実性を吸収するため、残業、機械加工条件の変更、遊休機械を求めて、他のセルへの移動などを同時に考慮すること

④ ③のもとで加工開始時刻を決めること

①は、計画期間の間、予測される全製品の工程計画から得られる情報を基にセルレイアウトが既に構成されていたとき (図 1 の→で示す管理情報の流れ)、予測外の新製品が出現した場合、既存のレイアウト状態を考慮して新製品の工程計画を立てることでレイアウトの変更を避けることができる (図 1 の-.->に示す管理情報の流れ)。

②は、限られた資源のもとで新製品の受注生産量を決められた納期までに必ず生産するため、代替機械を考え、その各機械での変化する負荷状況を考慮する。

③と④は、個別注文を受けるために、工場内の仕事量の起伏が激しく、そのため負荷計画がたて難く、納期に合わせる事が難しくなる。そのゆえ、ここでは、加工条件の変更、残業、他の加工セルへの移動の三つの方策のうち、どれを用いて、いつ、どの機械で受注品を生産するかを最適に決める。

3. 生産モデルの構築と定式化

3.1 前提条件 セル生産において柔軟な工程設計を行うため、次の前提条件を置く。

(1) 予測外に発生する新製品は、同一製品群内の同じ加工種類を有するものとする。

(2) 計画期間 t ($=1, 2, \dots, T$) の初期で受ける類似製品群 G_i の受注品 p_i は、納期 d_i 後、受注生産量 q_i を納入する。

(3) 市場の不確実性は、残業、生産速度の変更、セル間の移動の三つの組合せによって吸収する。

(4) すべての機械は既にいくつかの加工セルに分けられて配置されている。

(5) 受注品 p_i の加工種類 l ($=1, 2, \dots, \sigma$) とその間の加工優先順位は既知である。

(6) 加工種類 l の加工機能を持つ代替機械 K_l ($=1, 2, \dots, K_l$) は既知であり、一度に一つの作業を処理する。

(7) 受注品 p_i が他のセルで委託生産を行う場合は、グループ段取り時間 S_i [min] が要る。

(8) セル内での運搬時間は無視でき、セル間の移

動に対しては準備時間 Y_i [min] が要る。

(9) 運搬は個別に行う。

3・2 定式化 期間 t の初期に、予測外の受注品 p_i の注文を納期 d_i と受注量 q_i の納入条件で受けたとき、その受注品を決められた納期内に必ず生産するために最適な加工経路と各機械での加工条件、生産開始時刻、ならびに残業時間を最適に決定する。ここでは、製品群 i の受注品を集計して単一製品・複数台の代替機械を持つ多段階生産システムとして議論する。また、加工条件としては、切削条件、切込み量、送り速度のうち切削速度のみを考慮する。一方、生産条件としては、不確実性を吸収するためにいくつかの方策が考えられるが、ここでは残業のみについて、最適残業時間を決める。これらの意思決定問題は、割増総生産費用を最小化する非線形の混合整数計画問題として定式化される。

3・2・1 制約条件

(1) 生産可能時間 加工種類 l ($l=1, 2, \dots, \sigma$) に対する機械 k_l ($k_l=1, 2, \dots, K_l$) は、生産費用最小化のもとで切削速度 $v_{k_l}^l$ で毎期生産を行っており（ここでは定時運転と呼ぶ）、 t ($t=1, 2, \dots, T$) 期末までに生産しなければならない仕事量が既に負荷されている。受注を受けた時点 $t=0$ に設定した場合、各機械での利用可能時間は、切削速度 $v_{k_l}^l$ 下での生産余力 $(d_i - t_{k_l}^l)$ と期間 $t_{k_l}^l$ までの仕事量を最大切削速度 $v_{k_l}^{max}$ で生産を行ったとき得られる生産余力 $(t_{k_l}^l - t_{k_l}^l)$ の和として考える。

ただし、最も早く生産開始可能な時刻 $t_{k_l}^l$ は $t_{k_l}^l v_{k_l}^l / v_{k_l}^{max}$ で与えられる (図2)。

$$\left\{ \tau_{ikl}(v_{k_l}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikl} < d_i - t_{k_l}^l$$

$$(k_l=1, 2, \dots, K_l, l=1, 2, \dots, \sigma) \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\tau_{ikl}(v_{k_l})$: 受注品 i の機械 k_l で切削速度 v_{k_l} で生産を行う時の加工時間、 η : 運搬係数、 ω : 運搬速度、 d_{IE} : セル間の運搬距離、 x_{ikl} : 受注品 i の機械 k_l

図2 各機械での生産可能時間

での生産量、 ξ_i は 0-1 形変数で、次式で与えられる。

$$\xi_i = \begin{cases} 1, & \sum_{k_l \in M_r} x_{ikl} > 1, (i \in G_r) \\ 0, & \sum_{k_l \in M_r} x_{ikl} = 0, (i \in G_r) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

G_r : セル r 内で生産する類似製品群の集合、 M_r : セル r 内に属する機械の集合

(2) 受注生産量 定常運転での生産量 x_{ikl} と残業による残業生産量 y_{ikl} に分けられる受注品の生産量に関する制約式は、次のようになる。

$$\sum_{k_l=1}^{K_l} x_{ikl} + y_{ikl} = q_i, (l=1, 2, \dots, \sigma) \dots\dots\dots (3)$$

(3) 加工優先順序 製品完成までに必要な加工種類の間には、次の加工優先順序が守られなければならない。

$$T_{k_l} + \left\{ \tau_{ikl}(v_{k_l}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikl} \leq T_{k_{l+1}} \\ (k_l=1, 2, \dots, K_l, l=2, \dots, \sigma) \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 T_{k_l} : 工程 l の機械 k_l での加工開始時刻。

(4) 生産完了 納期内に必ず全工程が完了しなければならない。

$$\sigma \leq \frac{1}{q_i} \left(\sum_{l=1}^{\sigma} \sum_{k_l=1}^{K_l} x_{ikl} + y_{ikl} \right) \dots\dots\dots (5)$$

(5) 納期 最終工程 σ での完了時刻 F_σ は次の式を満たさなければならない。

$$F_\sigma = T_{k_\sigma} + \left\{ \tau_{ik\sigma}(v_{k_\sigma}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ik\sigma} \leq d_i \dots\dots\dots (6)$$

(6) 機械性能 生産費用最小化に基づく定時切削速度を $v_{k_l}^l$ 、最大切削速度を $v_{k_l}^{max}$ とした場合、各機械での切削速度は次の制約式を満たさねばならない。

$$v_{k_l}^l \leq v_{k_l} \leq v_{k_l}^{max} \dots\dots\dots (7)$$

上式から各機械での生産開始可能な時刻は、次式で与える時間範囲内で任意に選ぶことができる。

$$t_{k_l}^l \leq t_{k_l} \leq d_i \dots\dots\dots (8) \\ (k_l=1, 2, \dots, K_l, l=1, 2, \dots, \sigma)$$

(7) 残業可能時間 残業時間の上限値として次の式を用いる。

$$\tau_{ikl}(v_{k_l}) y_{ikl} \leq O^{max} \\ (k_l=1, 2, \dots, K_l, l=1, 2, \dots, \sigma) \dots\dots\dots (9)$$

3・2・2 評価基準 計画変更によって伴う割増総生産費用は、切削速度を高めることによって増加する生産費用 $f(v_{k_l})$ と、機械余力を求めて他のセルに移動を行う場合のセル間の運搬費用、類似製品群の分割によるグループ段取り費用および残業による追加生産費

用の総和となる。

$$\min \sum_{l=1}^{\sigma} \sum_{k_l=1}^{K_l} \left[f(v_{kl}) + \left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_l S_i \right\} \xi_i \right] x_{ikl} + g(v_{kl}) y_{ikl} \quad \dots (10)$$

ただし, c_p : 単位時間当たりの運搬費用 [¥/h], c_l : 単位時間当たり直接労務費 [¥/h], $g(v_{kl})$: 製品 1 個当たりの残業費用 [¥/pc] で次式のように与えられる。

$$g(v_{kl}) = f(v_{kl}) + b_l \tau_{ikl}(v_{kl}) \quad \dots (11)$$

ここに b_l : 単位時間当たり残業費 [¥/h]。

機械 k_l での製品 1 個当たり割増生産費用 $f(v_{kl})$ [¥/pc] は次式を用いる。

$$f(v_{kl}) = \begin{cases} \alpha_{kl} v_{kl}^{m_{kl}} + \frac{\beta_{kl}}{v_{kl}}, & v_{kl}^e < v_{kl} \leq v_{kl}^{\max} \\ 0, & v_{kl}^e = v_{kl} \end{cases} \quad \dots (12)$$

$$(k_l = 1, 2, \dots, K_l, l = 1, 2, \dots, \sigma)$$

ここに費用係数 α_{kl}, β_{kl} は切削様式によって変わる定数で,

$$\alpha_{kl} = (\text{直接費用} + \text{間接費用} + \text{工具費用}) \lambda_{kl},$$

$$\beta_{kl} = (\text{直接費用} + \text{間接費用} + \text{加工間接費用}) \lambda_{kl} / C^{m_{kl}+1},$$

$$\lambda_{kl} = \begin{cases} \pi D L / 1000 \text{ s: 旋削・穴あけ・中ぐり加工} \\ \pi D (L + l) / 1000 \text{ sZ: フライス加工,} \end{cases}$$

$$m_{kl}: \text{工具寿命こう配定数 } (m_{kl} = 1/n_{kl} - 1).$$

制約条件式 (1) ~ (9) 下で評価関数 (10) を最小にする加工開始時刻 t_{kl} , 最適な切削速度 v_{kl} (加工開始時刻から間接的に求められる), 最適生産量 x_{ikl} および最適な残業時間などを同時に決定する。

4. 解 法

4.1 基本方針 機械加工条件を最適に決める問題と加工経路を最適に決定するための各工程での生産量・残業量を求めるその二つの問題は, 次のように定式化することができる。

[問題 P]

$$\min \sum_{l=1}^{\sigma} \sum_{k_l=1}^{K_l} \left[f(v_{kl}) + \left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_l S_i \right\} \xi_i \right] x_{ikl} + g(v_{kl}) y_{ikl}$$

制約条件

$$\left\{ \tau_{ikl}(v_{kl}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikl} \leq d_i - t_{kl}^e$$

$$\sum_{k_l=1}^{K_l} x_{ikl} + y_{ikl} = q_i$$

$$T_{kl} + \left\{ \tau_{ikl}(v_{kl}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) \right\} x_{ikl} \leq d_i$$

$$+ S_i \xi_i \left\{ x_{ikl} \leq T_{kl+1} \right.$$

$$\sigma \leq \frac{1}{q_i} \left(\sum_{l=1}^{\sigma} \sum_{k_l=1}^{K_l} x_{ikl} + y_{ikl} \right)$$

$$F_{\sigma} = T_{k\sigma} + \left\{ \tau_{ik\sigma}(v_{k\sigma}) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) \right.$$

$$\left. + S_i \xi_i \right\} x_{ik\sigma} \leq d_i$$

$$v_{kl}^e \leq v_{kl} \leq v_{kl}^{\max}$$

$$t_{kl}^e \leq t_{kl} \leq d_i$$

$$\tau_{ikl}(v_{kl}) y_{ikl} \leq O^{\max}$$

$$x_{ikl} \geq 0, y_{ikl} \geq 0, x_{ikl}: \text{正整数}$$

$$y_{ikl}: \text{正整数}$$

$$\xi_i = 0, 1$$

$$(k_l = 1, 2, \dots, K_l, l = 1, 2, \dots, \sigma)$$

この問題は, 機械加工条件 v_{kl} が変わることによって, 加工経路を決める正整数計画問題が変わる, いわば非線形混合整数計画問題である。原理的には, v_{kl} の値を v_{kl}^e から $v_{kl}^{\max}$ まで連続的に変えながらそれに相当する正整数計画問題を解けば, 最適な v_{kl} (または加工開始時刻) と加工経路が一意的に決まる。これまで, 小規模な混合整数計画問題を解く最適アルゴリズムはいくつか開発されているが, 非線形の混合整数計画問題を解く最適化アルゴリズムは生産モデルにおける問題の構造を利用して工夫するしかない。

本研究では, 三つの追加生産費用から構成される割増生産費用のうち, 代替可能な二つの費用関数, すなわち機械加工条件の変更に伴う追加生産費用 $f(v_{kl})$ と残業生産費用 $g(v_{kl})$ に対して限界生産費用分析を用いて最適な解法アルゴリズムを提案する。

4.2 解析 割増生産費用最小化の生産モデルを解析するに当たり, 割増生産費用関数 $f(v_{kl})$ と $g(v_{kl})$ は次の性質 1 と 2 を同時に満たしているものとする (図 3 を参照)。また, $f(v_{kl})$ と $g(v_{kl})$ を切削速度 v_{kl} で生産を行うとき短縮可能な時間 $\Delta t_{kl} = \lambda_{kl} / (v_{kl} - v_{kl}^e)$ として $f(t_{kl})$ と $g(t_{kl})$ に書き直して以下解析を行う。

《性質 1》 両費用関数は, 連続で微分可能であり,

図 3 割増費用関数 $f(t_{kl})$ と $g(t_{kl})$ との関係

下に凸な関数で、次の条件を満たす。

$$\begin{aligned} f'(t_{kl}) &> 0, \quad t''(t_{kl}) > 0 \\ g'(t_{kl}) &> 0, \quad g''(t_{kl}) > 0 \end{aligned}$$

《性質2》 受注製品の納期を守るため、残業生産を行う場合は、切削速度を最小生産費用速度 v_{kl}^a に固定して残業時間の長さのみを調節することより、残業時間の長さで切削速度の両方を調整することが最適な方策である。

これは図3から明らかである。もし、最小費用速度 v_{kl}^a で受注製品を生産すると t_{kl} までの生産時間が必要とするならば、その t_{kl} のすべての時間を残業で賄おうとすると u の生産費用が要る。ところが、 t_{kl}^a までは切削速度をあげることで、その残りの時間 r までは残業によって生産を行えば、生産費用は s となる。したがって $s < u$ という関係は常に成り立つ。

《性質3》 性質2のもとで、

$$t > t_{kl}^a \text{ の領域では, } b_l < f'(t_{kl})$$

$$t \leq t_{kl}^a \text{ の領域では, } b_l \geq f'(t_{kl})$$

であることから次のことがいえる。受注条件に応えるために必要とする時間が t_{kl}^a より長い場合は、まず t_{kl}^a までは切削速度をあげ、残り時間は残業によって生産を行うことが最適な方策である。

これらの性質を用いて解法を述べる。性質1を満たす費用関数のもとで、目的関数(10)を最小化する問題は、性質3から切削速度 v_{kl} を以下四つのケースに分け、そのもとで最適な生産量 x_{ikl} と残業生産量 y_{ikl} を同時に決める。その後、最適な生産量と残業量の条件下で v_{kl} を最適化する問題分割法を導入する。また、各ケースで定義される整数計画問題は計算効率の面から、 x_{ikl} を連続変数として考え、線形計画問題として解く。

ケース1 定時生産条件 v_{kl}^a のもとでの生産余力で納期に間に合わせることが可能な場合

ここでは、機械 kl で生産される生産量 x_{ikl} だけを決定する次の正整数問題を解けばよい。

[問題1]

$$\min \sum_{i=1}^{\sigma} \sum_{k=1}^{K_i} \left[\left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_i S_i \right\} \xi_i \right] x_{ikl} \quad \dots\dots\dots (13)$$

制約条件：(1)～(6), $x_{ikl} \geq 0$, 正整数

ケース2 製品1個当たり t_{kl}^a までの生産時間増加で納期に間に合わせることが可能な場合

元問題Pは、 $f'(t_{kl}) = b_l$ である切削速度 v_{kl}^a のもとで各機械での最適な生産量 x_{ikl}^* を決める問題P2と最適な生産量 x_{ikl}^* のもとで最適な加工条件 v_{kl}^* を決める問題P3に分けて、両問題を繰返して解く。

[問題P2]

$$\min \sum_{i=1}^{\sigma} \sum_{k=1}^{K_i} \left[f(v_{kl}^a) + \left\{ c_p \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i \right) + c_i S_i \right\} \xi_i \right] x_{ikl} \quad \dots\dots\dots (14)$$

制約条件

$$\left\{ \tau_{ikl}(v_{kl}^a) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikl} \leq d_i - t_{kl}^a \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\sum_{k=1}^{K_i} x_{ikl} = q_i \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$T_{kl} + \left\{ \tau_{ikl}(v_{kl}^a) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ikl} \leq T_{kl+1} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\sigma \leq \frac{1}{q_i} \sum_{i=1}^{\sigma} \sum_{k=1}^{K_i} x_{ikl} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$F_{\sigma} = T_{k\sigma} + \left\{ \tau_{ik\sigma}(v_{kl}^a) + \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i \right\} x_{ik\sigma} \leq d_i \quad \dots\dots\dots (19)$$

$x_{ikl} \geq 0$, 正整数

$$(k=1, 2, \dots, K_l, \quad l=1, 2, \dots, \sigma)$$

正整数問題P2を解き、もし $F_{\sigma} = d_i$ であるならば、 x_{ikl} は各機械での最適な生産量であり、その時の加工経路が受注製品の最適加工工程となる。また、受注製品の各機械での生産開始時刻は、

$$T_{kl} = \min_{k,l} (t_{kl}^c - t_{kl}^a)$$

となる。

一方、 $F_{\sigma} < d_i$ ならば、得られた最適生産量 x_{ikl}^* を元問題Pに代入して次の問題を解いて各機械での最適な切削速度 v_{kl}^* を決める。

[問題P3]

$$\min \sum_{i=1}^{\sigma} \sum_{k=1}^{K_i} \left(a_{kl} v_{kl}^{m_{kl}} + \frac{\beta_{kl}}{v_{kl}} \right) x_{ikl}^* \quad \dots\dots\dots (20)$$

制約条件

$$\tau_{ikl}(v_{kl}) x_{ikl}^* \leq d_i' - t_{kl}^a \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$v_{kl}^c < v_{kl} \leq v_{kl}^a \quad \dots\dots\dots (22)$$

ただし、

$$d_i' = d_i - \left(\frac{\eta}{\omega} d_{IE} + Y_i + S_i \right) \xi_i x_{ikl}^*$$

問題P2の最適値 Z_2 と問題P3の最適値 Z_3 が一致するまで、両問題を繰返し解く。

問題P3は他の問題と異なる性質(1)を持つ非線形最適化問題である。非線形最適化問題P3を解くに当たって、次のラグランジュ関数を定義する。

$$\begin{aligned} L(v, \theta) = & \sum_{i=1}^{\sigma} \sum_{k=1}^{K_i} \left[\left(a_{kl} v_{kl}^{m_{kl}} + \frac{\beta_{kl}}{v_{kl}} \right) x_{ikl}^* \right. \\ & \left. + \theta_{kl} \{ \tau_{ikl}(v_{kl}) x_{ikl}^* - (d_i' - t_{kl}^a) \} \right] \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここに $\theta=(\theta_{ki})$ はラグランジュ乗数である。これに Kuhn-Tucker の最適性条件を適用すれば、 $L(v, \theta)$ を最小にする最適切削速度 v_{ki}^* に対して、次の条件を満足する $\theta_{ki}^* \geq 0$ が存在する。

$$\frac{\partial L(v^*, \theta^*)}{\partial v_{ki}} = x_{iki}^* \left(m_{ki} a_{ki} v_{ki}^{*m_{ki}-1} - \frac{\beta_{ki}}{v_{ki}^{*2}} \right) + \theta_{ki}^* \left(\frac{\partial \tau_{iki}(v_{ki}^*)}{\partial v_{ki}} x_{iki}^* \right) = 0 \quad (24)$$

$$\theta_{ki}^* \frac{\partial L(v^*, \theta^*)}{\partial \theta_{ki}} = \theta_{ki}^* (\tau_{iki}(v_{ki}^*) x_{iki}^* - (d_i' - t_{ki}^a)) = 0 \quad (25)$$

上の二つの条件から、最適切削速度は次のように求められる。

① $\tau_{iki}(v_{ki}^*) x_{iki}^* < d_i' - t_{ki}^a$ ならば、式(25)から $\theta_{ki}^* = 0$ 。したがって式(24)より

$$x_{iki}^* \left(m_{ki} a_{ki} v_{ki}^{*m_{ki}-1} - \frac{\beta_{ki}}{v_{ki}^{*2}} \right) = 0$$

から最適切削速度 v_{ki}^* が求められる。

② $\tau_{iki}(v_{ki}^*) x_{iki}^* = d_i' - t_{ki}^a$ ならば、最適切削速度は $v_{ki}^* = d_i' - t_{ki}^a / \tau_{iki}(v_{ki}^*) x_{iki}^*$ となる。

ケース3 製品1個当たり t_{ki}^a から $t_{ki}^a + O^{\max}$ までの生産時間増加によって納期に間に合わせることが可能な場合

ここでは、各機械での最適な生産量 x_{iki} と最適な残業時間の長さ、各機械での加工条件を同時に決める元問題 P を解かなければならない。

まず、 $0 < t_{ki} \leq t_{ki}^a$ までは切削速度を高めることで、残りの時間 $O^{\max} - t_{ki}^a$ までは残業によって受注品に対処することが最適な方策である。

切削速度 v_{ki}^a を元問題 P に代入して正整数問題を解く。その時、各機械での最適な生産量は x_{iki}^* 、最適な残業時間は、 $\tau_{iki}(v_{ki}^a) y_{iki}^*$ で与えられる。各機械での最適な加工条件 v_{ki}^* は最適生産量 x_{iki}^* と残業生産量 y_{iki}^* のもとで v_{ki}^a で得られる。

ケース4 製品1個当たり $t_{ki}^a + O^{\max}$ から $t_{ki}^a + O^{\max}$ までの生産時間増加によって納期に間に合わせることが可能な場合

加工条件を v_{ki}^a から $v_{ki}^{\max}$ の間まで高められることを加味すれば、ケース3と同様に元問題 P を解かなければならない。ここでは、まず最大の切削速度 $v_{ki}^{\max}$ を各工程の機械加工条件として設定し、元問題 P を解く。

もし、 $\tau_{iki}(v_{ki}^{\max}) y_{iki}^* = O^{\max}$ であるならば、その時の加工条件 $v_{ki}^{\max}$ 、生産量 x_{iki}^* 、残業生産量 y_{iki}^* がそれぞれ最適解となる。

さもなければ、問題 P3 にケース4で得られた最適

生産量 x_{iki}^* を代入した次の問題 P4 (最適値を Z_4) に対し、ケース2と同様に $Z^* = Z_4$ となるまで繰返して解くことで最適解を得る (Z^* は問題 P の最適値)。

[問題 P4]

目的関数：式(20)

制約条件：

$$\tau_{iki}(v_{ki}) x_{iki}^* \leq d_i' - t_{ki}^a \quad (26)$$

$$v_{ki}^a < v_{ki} \leq v_{ki}^{\max} \quad (27)$$

4.3 最適アルゴリズム 受注製品の生産実施に当たり、上述の四つのケースのうちどれに相当するかを見分けることができればよい。

[ステップ1] 切削速度を v_{ki}^a に固定して元の問題 P を解き、その時最適生産量を x_{iki}^* 、最適残業量を y_{iki}^* とする。もし実行不可能であるならば、ステップ3へいく。

[ステップ2] $O_{ki} = 0$ ならば、ケース2の問題 P2 と問題 P3 を $Z_2 = Z_3$ になるまで繰返して解く。もし $0 < O_{ki}$ ならば、ケース3の解法に基づいて問題 P を解く。

[ステップ3] ケース4の解法により、問題 P と

図4 受注製品の代替加工経路(→)と最適加工経路(⇨)

図5 既存の類似製品群の加工経路とセルレイアウト

P4を $Z^*=Z_4$ になるまで繰返し解く。

5. 数値計算例

前章で展開した理論と最適化アルゴリズムを単一製品群、複数の代替工程を持つ多段階生産システムに応用し、最適加工経路と最適切削速度、最適残業時間決定について数値例を示す。受注製品は図4に示すように、4段階($\sigma=4$)からなる工程を経て完成される。各機械は図5に図示するように、二つの加工セルに配置されている。

受注製品の注文量 q_i は50個、納期 d_i は53.33[h](=3200[min])、最大の残業時間 $O^{\max}$ は8[h](=480[min])、運搬装置の走行速度 ω は30[m/min]、運搬係数 η は1、グループ段取り時間 S_i は30分、セル間の運搬時間は20分(= $Y_i+d_{IE}/30$)、直接労務費 c_l は25[¥/min]、運搬費用 c_p は33[¥/min]と設定する。その他の工程の各機械における設定された加工データは表1に示す。

[ステップ1] 各機械で $f'(t_{kl})=b_l$ である切削速

度 v_{kl}^* は表2のようになる。

表2の切削条件を問題Pに代入して各工程での最適な生産量と残業時間を求めると、表3のようになり、その時の最小値は4933652円、最適加工経路は図4の太い実線で与えられる。

[ステップ2] 残業時間が $0 < O_{kl}$ なので、ケース2で設定した問題P3を解く。その時、最適切削速度は表3に与える。その時目的関数の値は4680541.1円となる。

最適切削速度 v_{kl}^* を元問題に代入して解くと、最適値は $Z^*=Z_3=4680541.1$ 円となり、その時の予測製品と受注製品に対する最適生産情報は表3に与える。最適化アルゴリズムによって求められた受注製品の加工開始時刻と生産量、残業時間を図示したガント・チャートを図6に示す。

6. 結 論

(1) 複数の代替機械を持つ多段階生産システムを対象にして、最適な生産速度、最適な残業時間、加工

表1 4段階生産システムにおける受注製品の生産情報

Machine	m_{kl}	Direct labor cost and overhead [¥/min]	Tool cost [¥/edge]	C_{kl} [m/min]	λ_{kl}	v_{kl}^c [m/min]	v_{kl}^e [m/min]	Released Work Load [min]
L ₁₁	1.4	50	250	400	2.0	100	140	350
L ₂₁	1.5	40	500	250	2.2	120	150	400
L ₃₁	1.7	45	300	450	1.9	125	150	280
L ₄₁	2.0	30	700	350	1.5	150	180	300
D ₁₂	2.0	50	300	350	1.6	80	120	520
D ₂₂	1.8	25	300	270	1.5	100	140	460
D ₃₂	1.7	40	600	400	1.6	130	150	330
G ₁₃	1.2	70	600	290	3.0	100	150	450
G ₂₃	1.6	50	450	400	2.4	120	150	300
G ₃₃	1.4	30	500	360	2.4	150	200	370
B	1.5	50	800	300	1.6	90	130	420

表2 $f'(t_{kl})=b_l$ である各機械での切削速度

Machine	L ₁₁	L ₂₁	L ₃₁	L ₄₁	D ₁₂	D ₂₂	D ₃₂	G ₁₃	G ₂₃	G ₃₃	B
v_{kl}^* [m/min]	124.1	142.4	130.85	155.56	83.75	119.28	141.5	110	123.4	181.37	107.36

表3 予測製品と受注製品に対する最適生産情報 ($Z^*=4680541.1$ 円)

Machine	L ₁₁	L ₂₁	L ₃₁	L ₄₁	D ₁₂	D ₂₂	D ₃₂	G ₁₃	G ₂₃	G ₃₃	B
Optimal machining speed for planned parts families v_{kl}^* [m/min]	124.1	120	130.85	150	80	100	130	100	120	150	90
Released time [min]	282	-	267.5	-	-	-	925.6	1476.6	1476.6	1476.6	2445.5
Optimal machining time v_{kl}^* [m/min]	124.1	-	130.85	-	-	-	141.5	110	123.4	150	107.36
Optimal production quantities x_{ik}^* [pcs]	39.8	-	10.2	-	-	-	50	12.5	13.9	10.4	50
Optimal overtime O_{kl}^* [min]	-	-	-	-	-	-	-	479	479	-	-

図 6 最適解によるガント・チャート

経路, 加工開始時刻を同時に決定する問題を非線形混合整数計画問題として定式化し, そのモデルについて解析を行った。

(2) 予測外の新たな受注製品に対し, 既存のセルレイアウトを考慮して, 生産速度の変更に伴う費用, 残業による追加生産費用, 生産余力を求めて他のセル

に移動することによって生じる費用から構成される割増総生産費用の最小化を行った。

(3) 市場の不確実性を吸収するため, 機械加工速度, 残業, 他のセルへの移動の三つの方策を同時に考慮した柔軟なセル生産方式を提案した。

(4) 機械加工費用と残業費用との限界費用分析による最適アルゴリズムを構築し, 数値計算例によってその解法の有効性を示した。

最後に, 本研究を進めるに当たって京都大学工学部, 人見勝人先生より貴重なご指摘とご指導をいただいた。心から厚く御礼申し上げる。

文 献

- (1) Alting L. and Zhang, H., Computer Aided Process Planning: the state-of-the-art Survey, *Int. J. Pro. Res.*, 27-4 (1989), 553-585.
- (2) Hitomi, K. and Ham, I., Product-Mix and Machine-Loading Analysis of Multistage Production Systems for Group Technology, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 104 (1982), 363-368.
- (3) 人見・中村, 多段階生産システムの最適化解析 (最小費用基準に基づく最適生産順序と最適生産条件の設定), 機論, 45-392, (1979), 501-508.
- (4) Alan, A., Pritsker, B., Watters, L. S. and Wolfe, P. M., Multiproject Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming Approach, *Manage. Sci.*, 16-1 (1969), 93-108.
- (5) 人見, 生産システム工学 (第2版), 5章, (1990), 199-234, 共立出版社.