多孔質静圧フォイル軸受における幅径比の影響*

(第2報, フォイルの表面粗さを考慮した場合)

橋 本 巨^{*1}

The Effect of Finite Width in Externally Pressurized Foil Bearings with Porous Shaft (2nd Report, Theoretical Analysis Considering Roughness Effect of Foil Surface)

Hiromu HASHIMOTO

In this second paper, the effect of finite width on the hybrid performance of externally pressurized foil bearings with a porous shaft is examined theoretically by considering the roughness effect of the foil surface. Based on Patir and Cheng's theory, the two-dimensional modified Reynolds equation and force-balance equation for the foil are solved iteratively by the finite-element technique, and the numerical solutions for pressure and gap height are obtained under the various combinations of bearing width-to-diameter ratio, dimensionless wrap angle of foil and dimensionless roughness height. From the numerical results, the combined effect of finite width and surface roughness on the pressure and gap height in externally pressurized foil bearings with a porous shaft is clarified.

Key Words: Tribology, Hydrostatic Bearing, Foil Bearing, Porous Shaft, Surface Roughness

1. 結 言

多孔質静圧フォイル軸受とは、中空多孔質軸の内部に加圧気体を給気し、その静圧効果とフォイル走行に伴う動圧効果とのハイブリッド効果によってフォイルの浮上を確実にしようとするもので、紙、金属薄膜、プラスチック、写真用フィルムなどの製造工程における搬送系への適用や磁気テープとヘッド間の浮上特性の改善などその応用分野はますます広がりつつある。多孔質静圧フォイル軸受に関する従来の研究としては、Bauman⁽¹⁾ および矢部ら^{(2)~(4)} のものが挙げられるが、これらの論文ではいずれも軸受を無限幅として扱っており、有限幅の影響は考慮されていない。フォイルの幅が比較的狭い場合には、軸受両端からのわき漏れがフォイルの浮上特性に大きく影響するので、わき漏れを考慮した有限幅軸受理論に基づいてフォイル浮上特性を解明することは、実用上重要であると考えられる。

そこで著者は、前報⁽⁵⁾ において、矢部らの無限幅軸受モデルを有限幅に拡張し、有限要素法による解析を試みて、軸受幅径比が多孔質静圧フォイル軸受の浮上

特性に及ぼす影響について検討した。本報では、さらにフォイルの表面粗さを考慮した場合の理論的取扱いと数値解析方法を提示するとともに、数値解析結果に基づいて、粗さを有する多孔質静圧フォイル軸受の浮上特性に及ぼす幅径比の影響を詳細に検討したので報告する。

2. 記 号

本論文において使用される主な記号の定義は下記のとおりである。

$2B^*$: フォイルの巻き角 (図1参照)

D^* : 軸の直径 (図1参照)

h^* : 膜厚さ (図1参照)

$\bar{h}^*$: 膜厚さの期待値 (図1参照) $= E(h^*)$

h_s^*, h_e^* : フォイルの入口および出口から十分に離れた位置での浮上量 (図1参照)

I^* : 多孔質内の流動抵抗係数 $= t^*/k^*$

L^* : フォイルの幅 (図1参照)

p^* : 膜圧力

$\bar{p}^*$: 膜圧力の期待値 $= E(p^*)$

p_a^* : 大気圧

p_s^* : 供給圧力

R^* : 軸の半径 (図1参照)

* 原稿受付 平成3年8月26日。

*¹ 正員、東海大学工学部(〒259-12 平塚市北金目1117)。

T^* : フォイル張力 (図1参照)
 t^* : 多孔質の厚さ (図1参照)
 U^* : フォイル走行速度 (図1参照)
 x^*, z^* : 座標 (図1参照)
 α : 無次元透過率 [式(5)参照]
 β : 無次元巻き角 [式(5)参照]
 ε : フォイルパラメータ [式(5)参照]
 λ : 軸受幅径比 [式(5)参照]
 μ^* : 潤滑流体の粘性係数
 σ^* : フォイル表面の粗さ高さ (図1参照)
 ϕ_x, ϕ_z, ϕ_s : 表面粗さを考慮した修正流量係数

3. 理論解析

本解析の対象とする多孔質静圧フォイル軸受の形状と座標系を図1に示す。解析に当たって軸受を有限幅として扱うこととし、さらに

- (i) フォイル自体の曲げ剛性は無視できる
- (ii) 潤滑流体の圧縮性は無視できる
- (iii) フォイル張力は一定と考えられる
- (iv) 多孔質内の流動は毛細管モデルに従う
- (v) フォイル表面は砂粒状の一樣粗さによって覆われており、かつ粗さそれ自身の弾性変形はフォイルの変形に比べて無視できるものとする。したがってフォイル変形後も粗さはもとの形状を維持すると考える
- (vi) 多孔質軸表面の粗さはフォイル表面の粗さに比べて無視できる

などの仮定を設ける。なお、フォイル形状を求めるに際しては、厳密には粗さ自身の弾性変形や一部接触領域における混合潤滑状態なども考慮すべきであるが、ここではその前段階として仮定(v)のもとでの解析を行うものとする。なお、これらの影響については続報で順次取扱う計画である。

上記に掲げた仮定のもとで、軸受すきま内の流れを支配する修正レイノルズ方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{\phi_x \bar{h}^3}{12\mu^*} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{\phi_z \bar{h}^3}{12\mu^*} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z^*} \right) + \frac{1}{I^* \mu^*} (p_s^* - \bar{p}^*) = \frac{U^*}{2} \frac{\partial}{\partial x^*} (\bar{h}^* + \sigma^* \phi_s) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに修正係数 ϕ_k, ϕ_z, ϕ_s は Patir-Cheng の理論⁽⁶⁾により得られる値を使用する。

フォイル浮上量は一般に幅方向にほぼ一定であることならびに前述の仮定(i), (iii)から、フォイルの平衡方程式が近似的に次のように与えられる⁽⁵⁾。

$$\frac{1}{L^*} \int_0^{L^*} \bar{p}^*(x^*, z^*) dz^*$$

$$= T^* \left(\frac{1}{R^*} - \frac{\alpha^2 \bar{h}^*}{dx^{*2}} \right) \dots\dots\dots (2)$$

修正レイノルズ方程式(1)およびフォイルの浮上量に関する平衡方程式(2)の境界条件は、それぞれ次のように設定される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}^*(-\infty, z^*) &= p_a^*, \bar{p}^*(+\infty, z^*) = p_a^* \\ \bar{p}^*(x^*, 0) &= p_a^*, \bar{p}^*(x^*, L^*) = p_a^* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\bar{h}^*(x^* = -\infty) = \bar{h}_s^*, \bar{h}^*(x^* = +\infty) = \bar{h}_e^* \dots\dots\dots (4)$$

以後煩雑さを避けるために、膜圧力および浮上量の期待値をそれぞれ単に膜圧力および浮上量と呼ぶことにする。

フォイル軸受の基礎方程式(1), (2)および境界条件(3), (4)を用いてフォイル浮上特性の数値解析を進めるに当たり、下記の無次元量を導入する。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \left(\frac{6\mu^* U^*}{T^*} \right)^{1/3}, x = \frac{x^*}{R^* \varepsilon}, \bar{h} = \frac{\bar{h}^*}{R^* \varepsilon^2} \\ \sigma &= \frac{\sigma^*}{R^* \varepsilon^2}, \lambda = \frac{L^*}{D^*}, \bar{p} = \frac{\bar{p}^* - p_a^*}{T^*/R^*}, p_s = \frac{p_s^* - p_a^*}{T^*/R^*} \\ z &= \frac{z^*}{L^*}, \alpha = \frac{12}{R^* I^* \varepsilon^4}, \beta = \frac{B^*}{\varepsilon^{1/3}} \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

式(5)を用いて基礎方程式(1)~(4)を無次元化すると

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{1}{4\lambda^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\phi_z \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) + \alpha (p_s - \bar{p}) = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} + \sigma \phi_s) \dots\dots\dots (6)$$

$$\int_0^1 \bar{p}(x, z) dz = 1 - \frac{d^2 \bar{h}}{dx^2} \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}(-\infty, z) &= 0, \bar{p}(+\infty, z) = 0 \\ \bar{p}(x, 0) &= 0, \bar{p}(x, 1) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\bar{h}(x = -\infty) = \bar{h}_s, \bar{h}(x = +\infty) = \bar{h}_e \dots\dots\dots (9)$$

(a) フォイル表面粗さ

(b) 軸受形状と座標系

図1 多孔質静圧フォイル軸受

ここで、前報⁽⁵⁾と同様幅方向に関する圧力分布の対称性を利用して、膜圧力 $\bar{p}$ を次のような級数に展開する。

$$\bar{p}(x, z) = \sum_{k=0,1,2,\dots}^{\infty} \bar{p}_k(x) \sin(2k+1)\pi z \quad \dots\dots (10)$$

フォイル浮上量は軸受幅方向に一定とみなして、式(10)をレイノルズ方程式(6)に代入したのち、第 k 項を等置すると、圧力成分 $\bar{p}_k(x)$ に関して下記の常微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\phi_x \bar{h}^3 \frac{d\bar{p}_k}{dx} \right) - (\xi_k^2 \phi_z \bar{h}^3 + \alpha) \bar{p}_k + \alpha \eta_k \bar{p}_s \\ = \eta_k \frac{d}{dx} (\bar{h} + \sigma \phi_s) \quad \dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここに、 ξ_k, η_k はそれぞれ次のように定義されるものとする。

$$\xi_k = \frac{\pi(2k+1)}{2\lambda}, \quad \eta_k = \frac{4}{\pi(2k+1)} \quad \dots\dots (12)$$

一方、式(10)を式(7)へ代入すると

$$\frac{1}{2} \sum_{k=0,1,2,\dots}^{\infty} \eta_k \bar{p}_k(x) = 1 - \frac{d^2 \bar{h}}{dx^2} \quad \dots\dots (13)$$

いま、フォイル軸受のすきまを図2に示すような n 個の要素に分割すると、膜圧力成分 $\bar{p}_k$ およびフォイル浮上量 $\bar{h}$ に関する常微分方程式(11)および(13)のはん関数がそれぞれ次のように定義される。

$$\begin{aligned} J(\bar{p}_k) = \sum_{m=1}^n \int_{x_m}^{x_{m+1}} \left\{ \phi_{xm} \bar{h}_m^3 \left(\frac{d\bar{p}_{km}}{dx} \right)^2 \right. \\ \left. + (\xi_k^2 \phi_{zm} \bar{h}_m^3 + \alpha) \bar{p}_{km} - 2\eta_k (\bar{h}_m + \sigma \phi_{sm}) \frac{d\bar{p}_{km}}{dx} \right. \\ \left. - 2\alpha \eta_k \bar{p}_s \bar{p}_{km} \right\} dx \quad \dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J(\bar{h}) = \sum_{m=1}^n \int_{x_m}^{x_{m+1}} \left\{ \left(\frac{d\bar{h}_m}{dx} \right)^2 + 2(1 - P_m) \bar{h}_m \right\} dx \\ \dots\dots (15) \end{aligned}$$

ただし、 P_m は次式によって定義されるものとする。

$$P_m = \frac{1}{2} \sum_{k=0,1,2,\dots}^{\infty} \eta_k \bar{p}_{km} \quad \dots\dots (16)$$

ここで、各要素内で圧力成分 $\bar{p}_{km}$ 、フォイル浮上量 $\bar{h}_m$ 、表面粗さに対する修正係数 $\phi_{xm}, \phi_{zm}, \phi_{sm}$ はいずれも直線的に変化すると仮定してはん関数(14)および(15)の停留条件を求めると、次の線形代数方程式が得られる。

$$\delta J(\bar{p}_k) = 2[K_{pk}]\{\bar{p}_k\} - \{V_k\} = 0 \quad \dots\dots (17)$$

$$\delta J(\bar{h}) = [K_h]\{\bar{h}\} - \{W\} = 0 \quad \dots\dots (18)$$

ただし、 $\{\bar{p}_k\}, \{\bar{h}\}$ は次のようなベクトルである。

$$\{\bar{p}_k\} = \{\bar{p}_{k1} \bar{p}_{k2} \bar{p}_{k3} \dots \bar{p}_{kn} \bar{p}_{k(n+1)}\}^T \quad \dots\dots (19)$$

$$\{\bar{h}\} = \{\bar{h}_1 \bar{h}_2 \bar{h}_3 \dots \bar{h}_n \bar{h}_{n+1}\}^T \quad \dots\dots (20)$$

また、マトリックス $[K_{pk}], [K_h]$ およびベクトル $\{V_k\}, \{W\}$ はそれぞれ以下のように定義される。

$$[K_{pk}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{13} + K_{21} & K_{22} & \\ \dots\dots\dots & & & \\ K_{m-12} & K_{m-13} + K_{m1} & K_{m2} & \\ \dots\dots\dots & & & \\ 0 & K_{n-12} & K_{n-13} + K_{n1} & K_{n2} \\ & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (21)$$

$$[K_h] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\Delta x_1^{-2} & \Delta x_1^{-2} + \Delta x_2^{-2} & -\Delta x_2^{-2} & \\ \dots\dots\dots & & & \\ -\Delta x_{m-1}^{-2} & \Delta x_{m-1}^{-2} + \Delta x_m^{-2} & -\Delta x_m^{-2} & \\ \dots\dots\dots & & & \\ 0 & -\Delta x_{n-1}^{-2} & \Delta x_{n-1}^{-2} + \Delta x_n^{-2} & -\Delta x_n^{-2} \\ & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (22)$$

$$\{V_k\} = \{0 \ V_{12} + V_{21} \dots V_{m-12} + V_{m1} \dots V_{n-12} + V_{n1} \ 0\}^T \quad \dots\dots (23)$$

$$\{W\} = \{\bar{h}_s \ W_{12} + W_{21} \dots W_{m-12} + W_{m1} \dots W_{n-12} + W_{n1} \ \bar{h}_e\}^T \quad \dots\dots (24)$$

ただし、各成分の詳細については付録に示すとおりである。

境界条件式(9)における入口端および出口端でのフォイル浮上量 $\bar{h}_s$ および $\bar{h}_e$ については、前報⁽⁵⁾と同様次式によって与えられるものとする。

$$\bar{h}_s \cong \frac{1}{2}(x_s + \beta)^2, \quad \bar{h}_e \cong \frac{1}{2}(x_e - \beta)^2 \quad \dots\dots (25)$$

ここに、 x_s, x_e はフォイルと軸の幾何学的接点から十分に離れた位置の座標値である。

フォイル軸受のすきま内に発生する圧力分布とフォイル浮上量は、入口および出口座標 x_s, x_e の値をわず

図2 軸受すきまの有限要素分割

かずつ修正しながら上述の線形代数方程式(17)および(18)を交互に反復して解くことにより求める。なお、計算の手順については前報⁽⁵⁾で報告した内容と基本的に同一であるので省略する。

4. 計算結果とその検討

フォイル浮上量の数値計算に際しては、軸受すきまを130個の要素に不等分割した。また、静圧フォイル軸受の無次元透過率の値として $\alpha=6$ 、無次元供給圧力の値として $p_s=1.6$ 、無次元フォイル巻き角の値として $\beta=2.5, 5, 9$ を採用し、これらの組合せに対して圧力分布とフォイル浮上量を広範囲の軸受幅径比(λ 値)と無次元粗さ(σ 値)について求めた。

図3は、静圧効果を伴わない動圧形フォイル軸受($\alpha=0$)における圧力分布と浮上量との関係を、フォイル表面の無次元粗さ σ をパラメータとして示したものである。無次元巻き角が小さい $\beta=2.5$ の状態では、フォイル浮上量はすきま中央部で円周方向座標 x の増加とともに減少し、出口部付近で特有の局部収縮を生じて最小となる。フォイル表面の無次元粗さが増すほどフォイル浮上量(期待値)が増加するが、フォイル形状

の示す傾向は変わらない。なお、幅径比が小さいほど軸受両端部からのわき漏れの影響が顕著になるので、フォイル浮上量はすきま全体にわたって減少するが、粗さによる浮上量の増加割合は逆に幅径比が小さいほうが大きい。無次元巻き角のやや大きい $\beta=5$ の状態では、幅径比が小さい場合、すきま中央部における浮上量は x 座標とともに減少するが、幅径比が大きくなるに従って平坦な形状となる。幅径比の小さな $\lambda=2.0$ の場合、フォイル表面の無次元粗さが大きくなるとフォイル膜形状および圧力分布は中央部において波打ち現象を示すようになる。この物理的理由については明らかではないが、 $\sigma=0.45$ までは波打ち現象が現れなかったことから数値計算上の誤差が生じたとも考えられる。この観点から $\beta=5, \lambda=2.0$ の計算限界は σ 値について0.45と推測される。なお幅径比が小さくなると軸受出口部に生じる圧力スパイクの形状が急峻になり、この傾向はフォイル表面粗さの大きさにかかわらずみられる。さて、図に示したフォイル浮上量はいずれも期待値を表示したものであるが、無次元粗さの比較的大きい $\sigma=0.5$ および0.7の場合、最小浮上量の期待値 $\bar{h}_{\min}$ に対する相対粗さ比は、 $\sigma/\bar{h}_{\min} > 1$ となり、

図3 フォイル浮上量と圧力分布($\alpha=0$)

実質的にはフォイルと軸が一部で接触することになる。このような場合に対して、図3から接触の可能性や接触領域について推定を行うことができるので、この点に本解析結果の物理的意義が認められると思うが、接触後のフォイル浮上特性や摩擦特性については、表面粗さの弾性変形や混合潤滑の影響を考慮したさらに精密な解析が必要である。これらの問題については本解析の範囲を超えるものであるため、続報での課題としたい。

図4は、無次元透過率と供給圧力がともに大きい $\alpha=6$, $p_s=1.6$ の場合に対する多孔質静圧フォイル軸受のフォイル浮上量と圧力分布の関係を示す。無次元粗さを

パラメータとして示したものである。多孔質静圧フォイル軸受の浮上量は、いずれの場合についても図3に示した動圧形フォイル軸受の浮上量を大幅に上回っており、動圧に静圧を重ねたハイブリッド効果がフォイルの浮上をより確実なものにし、軸受幅径比 λ が大きいほどその効果が顕著に現れることがわかる。フォイル膜形状についてみれば、動圧形フォイル軸受の特徴である軸受出口部での特有な突起は現れず、対称に近い分布となる。巻き角の小さな $\beta=2.5$ の場合にはその形状は放物形であるが、 β が大きくなるにつれて中央部で平坦な形状となり、さらに巻き角が増大すると $\beta=9$ の場合にみられるように膜形状は中央部でふく

図4 フォイル浮上量と圧力分布 ($p_s=1.6$, $\alpha=6$)

らみ, 入口部および出口部で一たん減少する傾向を示す。これらの傾向は, フォイル表面の無次元粗さの大きさにかかわらず共通に見受けられる。粗さの影響については, 動圧形フォイル軸受の場合と同様, 粗さが大きくなるにつれて浮上量も増すことがわかる。なお, いずれの無次元巻き角 β の値に対しても, 幅径比の極めて大きい $\lambda=10$ の場合を除いて, 最小浮上量に対する粗さの相対比が $\sigma/\bar{h}_{\min} > 1$ となり, フォイルと軸が一部接触する可能性がある。このような場合に対しては, 図3に示した動圧形フォイル軸受の場合と同様, 図4より接触の可能性や接触領域について推定し得るが, より詳細な情報についてはさらに粗さの変形や混合潤滑の影響を考慮した解析が必要である。以上のことから, 多孔質静圧フォイル軸受では, 動圧形に比べて浮上特性が大幅に改善され, またある程度の大きさの粗さの存在は浮上量をさらに増す効果をもたらすと結論づけられる。

多孔質静圧フォイル軸受の設計に際しては, 最小浮上量 $\bar{h}_{\min}$ と無次元巻き角 β の関係を, フォイル表面の無次元粗さ σ をパラメータとして描いておくことと便利である。図5はこのような観点に立って整理した結果である。図にみられるように, 無次元巻き角 β の値の変化に対するフォイルの浮上特性は幅径比の大きさによってかなり異なり, 幅径比の小さい $\lambda=1.0$ および 2.0 の場合には巻き角 β の増大につれて最小浮上

量は減少する。しかしながら, 幅径比 λ が大きくなるにつれてこの関係は逆転し始め, 幅径比の大きい $\lambda=10$ の場合には, 最小浮上量は無次元巻き角の増大につれて増加する。このような傾向は, フォイルの表面粗さの大きさにかかわらず共通にみられる。すなわち, フォイル表面の粗さが増すにつれて最小浮上量も増加するが, その増加割合は無次元巻き角の値によらずほぼ一定で, 粗さの存在しない場合の結果 ($\sigma=0$) を単に平行移動したものとみなせる。

5. 結 言

本論文では, 多孔質静圧フォイル軸受の浮上特性と軸受幅径比の関係を, フォイルの表面粗さの影響を考慮して理論的に検討した。数値計算に際しては, 表面粗さを考慮した修正レイノルズ方程式とフォイルの平衡方程式を有限要素法によって離散化し, 圧力と浮上量の収束解を反復的に求めた。数値解析結果から, 多孔質静圧フォイル軸受では動圧形に比べてフォイル浮上特性が大幅に改善され, またある程度の大きさの表面粗さの存在はフォイル浮上量をさらに増す効果をもたらすが, 軸受の幅径比が比較的小さい場合には, 粗さがある限度を超えるとフォイルと軸の一部接触が生じる可能性があることが明らかになった。なお, 本論文ではフォイルの表面にのみ粗さが存在する場合を扱ったが, 多孔質軸表面のみあるいはフォイルと軸の両

(a) $\lambda=1.0$

(b) $\lambda=2.0$

(c) $\lambda=4.0$

(d) $\lambda=10.0$

図5 フォイル最小浮上量と無次元巻き角の関係 ($p_s=1.6$, $\alpha=6$)

表面に粗さが存在する場合についても、粗さのパターンが方向性を持たない一様粗さである限り、本質的に本論文と同様に扱える。

最後に、本研究を実施するに当たっては、前報と同様富士写真フイルム(株)足柄工場の名和野隆課長ならびに同社小田原工場の宇津井正明課長よりウェブ搬送系の実際につき貴重なご意見をいただいた。末筆ながらここに謝意を表す。

付 録

$$K_{m1} = \frac{1}{\Delta x_m^2} \left[a_m + \xi_k^2 \{ x_{m+1}^2 b_m - 2x_{m+1} c_m + d_m \} + \frac{\alpha}{3} \Delta x_m^3 \right]$$

$$K_{m2} = \frac{1}{\Delta x_m^2} \left[-a_m + \xi_k^2 \{ -x_{m+1} x_m b_m + (x_{m+1} + x_m) c_m - d_m \} + \frac{\alpha}{6} \Delta x_m^3 \right]$$

$$K_{m3} = \frac{1}{\Delta x_m^2} \left\{ a_m + \xi_k^2 \{ x_m^2 b_m - 2x_m c_m + d_m \} + \frac{\alpha}{3} \Delta x_m^3 \right\}$$

$$V_{m1} = \eta_k (\alpha p_s \Delta x_m - e_m), \quad V_{m2} = \eta_k (\alpha p_s \Delta x_m + e_m)$$

$$W_{m1} = \Delta x_m \left(1 - \frac{2P_m + P_{m+1}}{6} \right)$$

$$W_{m2} = \Delta x_m \left(1 - \frac{P_m + 2P_{m+1}}{6} \right)$$

ここに、

$$a_m = \frac{1}{20 \Delta x_m} \{ 4 \bar{h}_m^3 \phi_{xm} + \bar{h}_m (3 \bar{h}_{m+1}^2 \phi_{xm} + \bar{h}_m^2 \phi_{xm+1}) + 2 \bar{h}_m \bar{h}_{m+1} (\bar{h}_{m+1} \phi_{xm} + \bar{h}_m \phi_{xm+1}) + 4 \bar{h}_{m+1}^3 \phi_{xm+1} + \bar{h}_{m+1} (\bar{h}_{m+1}^2 \phi_{xm} + 3 \bar{h}_m^2 \phi_{xm+1}) \}$$

$$b_m = \frac{1}{20 \Delta x_m} \{ 4 \bar{h}_m^3 \phi_{zm} + \bar{h}_m (3 \bar{h}_{m+1}^2 \phi_{zm} + \bar{h}_m^2 \phi_{zm+1}) + 2 \bar{h}_m \bar{h}_{m+1} (\bar{h}_{m+1} \phi_{zm} + \bar{h}_m \phi_{zm+1}) + 4 \bar{h}_{m+1}^3 \phi_{zm+1} \}$$

$$+ \bar{h}_{m+1} (\bar{h}_{m+1}^2 \phi_{zm} + 3 \bar{h}_m^2 \phi_{zm+1}) \}$$

$$c_m = \frac{1}{\Delta x_m^4} \left\{ \frac{1}{6} A_{m1} (x_{m+1}^6 - x_m^6) + \frac{1}{5} A_{m2} (x_{m+1}^5 - x_m^5) + \frac{1}{4} A_{m3} (x_{m+1}^4 - x_m^4) + \frac{1}{3} A_{m4} (x_{m+1}^3 - x_m^3) + \frac{1}{2} A_{m5} (x_{m+1}^2 - x_m^2) \right\}$$

$$d_m = \frac{1}{\Delta x_m^4} \left\{ \frac{1}{7} A_{m1} (x_{m+1}^7 - x_m^7) + \frac{1}{6} A_{m2} (x_{m+1}^6 - x_m^6) + \frac{1}{5} A_{m3} (x_{m+1}^5 - x_m^5) + \frac{1}{4} A_{m4} (x_{m+1}^4 - x_m^4) + \frac{1}{3} A_{m5} (x_{m+1}^3 - x_m^3) \right\}$$

$$e_m = \bar{h}_m + \bar{h}_{m+1} + \sigma (\phi_{sm} + \phi_{sm+1})$$

$$A_{m1} = \Delta \phi_{zm} \cdot \Delta \bar{h}_m^3$$

$$A_{m2} = \Delta \bar{h}_m^2 \{ \Delta \bar{h}_m (x_{m+1} \phi_{zm} - x_m \phi_{zm+1}) + 3 \Delta \phi_{zm} (x_{m+1} \bar{h}_m - x_m \bar{h}_{m+1}) \}$$

$$A_{m3} = 3 \Delta \bar{h}_m \{ \Delta \bar{h}_m (x_{m+1} \phi_{zm} - x_m \phi_{zm+1}) + \Delta \phi_{zm} (x_{m+1} \bar{h}_m - x_m \bar{h}_{m+1}) \} (x_{m+1} \bar{h}_m - x_m \bar{h}_{m+1})$$

$$A_{m4} = \{ 3 \Delta \bar{h}_m (x_{m+1} \phi_{zm} - x_m \phi_{zm+1}) + \Delta \phi_{zm} (x_{m+1} \bar{h}_m - x_m \bar{h}_{m+1}) \} (x_{m+1} \bar{h}_m - x_m \bar{h}_{m+1})^2$$

$$A_{m5} = (x_{m+1} \phi_{zm} - x_m \phi_{zm+1}) (x_{m+1} \bar{h}_m - x_m \bar{h}_{m+1})^3$$

$$\Delta x_m = x_{m+1} - x_m, \quad \Delta \bar{h}_m = \bar{h}_{m+1} - \bar{h}_m$$

$$\Delta \phi_{zm} = \phi_{zm+1} - \phi_{zm}$$

文 献

- (1) Bauman, G. W., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, **93**-4 (1971), 457.
- (2) 矢部・ほか3名, 潤滑, **24**-3 (1979), 154.
- (3) 文献(2)の160ページ.
- (4) 矢部・ほか2名, 潤滑, **25**-1 (1980), 47.
- (5) 橋本, 機論, **57**-540, C (1991), 2687.
- (6) Patir, N. and Cheng, S. H., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, **101**-2 (1979), 220.