コーン形磁気軸受系の線形化動特性モデルと
制御系の構成法*深 田 悟^{*1}Linearized Model and Control Systems of Active Magnetic Bearings
with Magnet Cores in the Shape of a Cone

Satoru FUKATA

A theoretical linearized model is presented for the dynamics of active magnetic bearing systems in which electromagnet cores are in the shape of a cone in order to have the function of both radial and thrust bearings. In the analysis of the dynamics of electromagnets, a new model with the effects of eddy currents is considered to give a unified formulation that is applicable to a case of solid magnet cores. The linearized equations of rotor motion are much simplified when the dynamics of the electromagnets which are located in the same radial direction are equal in the two bearings. In this case, the design of a decoupling control system is considered, and the structure of the control system is obtained to give the actual control input into the electromagnet coils so that the resulting control forces may not interact in the five directions of motion.

Key Words: Mechatronics, Automatic Control, Dynamics of Machinery, Magnetic Bearing, Modeling, Decoupling Control

1. ま え が き

能動形磁気軸受⁽¹⁾の中でラジアル・スラスト両軸受の機能を備えたものは、それぞれが独立な類似の軸受系と比較して、軸受部の構造がやや複雑になり、また、一般に半径方向と軸方向の動特性が干渉し合うので、制御系の設計が複雑になるという問題がある。しかしながら、全体の構成要素数が少なくなるためにコスト低減が可能であること、軸受部を積層形の鉄心で構成できる構造ではスラスト軸受の特性を改善できること、ロータの長さを短くできるために曲げ危険速度を上げることができることなどの特長を持っている。

このような能動形磁気軸受系に関する報告は、動特性・制御系設計法の両面について松村らの一連の研究^{(2)~(5)}があるものの非常に少ない。

本稿ではこのようなラジアル・スラスト両軸受を兼ね備えた軸受の一つで、電磁石系の鉄心が円すい形である能動形磁気軸受系について、動特性を理論解析して線形化モデルを求める。次に、二つの軸受部で電磁石系の動特性が等しい場合に、各運動方向に独立に制

御力を与えることによって、近似的に非干渉制御系を構成することを検討し、それを実現するための制御系の構成法を提案する。また、電磁石系の動特性モデルとして、電磁石鉄心がソリッド形の場合にも適用範囲を広げた二次系モデルを提案する。

2. 回転軸の運動方程式

図1のように、二つの円すい柱形部の外周面に垂直な外力を受ける剛体ロータの運動を考える。ロータの質量を m 、極慣性モーメントを J_p 、重心を通る半径方向軸回りの慣性モーメントを J とする。ロータ重心から着点までの距離 L_i 、円すいの角度 α_i 、着点での直径 D_i を図中のように表す。座標軸を図2のように、定常状態の軸重心を原点 O に、軸中心軸方向を x 軸にとり、半径方向に互いに直角な y 軸と z 軸をとる。 y 軸と z 軸回りの回転軸の傾斜角をそれぞれ θ 、 ϕ とし、これらは微小とする。ロータの回転角速度を ω とする。

二つの円すい部を区別するために、下添字 i を用い、図の左側を1、右側を2で示す。また、半径方向の正方向側(図の下側)を下添字1、負方向側(図の上側)を2で表示する。

回転軸の重心の並進運動と重心を通る半径方向軸回

* 平成3年6月12日 第3回電磁力関連のダイナミックスシンポジウムで講演、原稿受付 平成3年11月19日。

^{*1} 正員、九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)。

りの回転運動とについて、定常状態($x=y=z=0$, $\theta=\phi=0$)からの変動分を考える。このとき、回転運動系の取扱いを簡単にするために、傾斜角を式(1)で定義される変位量で置き換え、式(2)で定義される等価質量を用いる。

$$y_R = L\phi, \quad z_R = L\theta, \quad 2L = L_1 + L_2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$m_R = J/L^2, \quad m_p = J_p/L^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

力の変動分と傾斜角との積(二次項)を無視すると、ロータの回転軸回り以外の5方向の運動方程式は以下のように表される。ただし、定常状態での値は下添字0付きで表す。 d_i は電磁力以外の外力の増分である。また、力の増分(制御力) f と係数 A を表す式で y 軸方向について省略したものは z 軸方向と同様である。

$$m\ddot{x} - A_{xyR}\dot{y}_R - A_{xzR}\dot{z}_R = f_x + d_x \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$m\ddot{y} - A_{yyR}\dot{y}_R = f_y + d_y \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$m\ddot{z} - A_{zzR}\dot{z}_R = f_z + d_z \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$m_R\ddot{y}_R + m_p\omega\dot{z}_R - A_{yRR}\dot{y}_R = f_{yR} + d_{yR} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$m_R\ddot{z}_R - m_p\omega\dot{y}_R - A_{zRR}\dot{z}_R = f_{zR} + d_{zR} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで、

$$f_x = -f_{y1x} - f_{z1x} + f_{y2x} + f_{z2x}$$

図1 回転軸に働く電磁力

図2 座標系

$$f_z = f_{z1} + f_{z2}$$

$$f_{zR} = -p_1 f_{z1} + p_2 f_{z2}$$

$$f_{z1x} = [F_{z11} + F_{z12} - (F_{z11} + F_{z12})_0] N \sin \alpha_i$$

$$f_{z1} = [F_{z11} - F_{z12} - (F_{z11} - F_{z12})_0] N \cos \alpha_i$$

$$\dots\dots\dots(8)$$

$$p_i = [L_i - (D_i/2) \tan \alpha_i] / L \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$A_{xzR} = [-(F_{z11} - F_{z12})_0 N \cos \alpha_1$$

$$- (F_{z21} - F_{z22})_0 N \cos \alpha_2] / L$$

$$A_{zzR} = [-(F_{z11} + F_{z12})_0 N \sin \alpha_1$$

$$+ (F_{z21} + F_{z22})_0 N \sin \alpha_2] / L$$

$$A_{zRR} = [(F_{z11} + F_{z12})_0 N p_{s1}$$

$$+ (F_{z21} + F_{z22})_0 N p_{s2}] / L$$

$$p_{si} = [L_i \sin \alpha_i + (D_i/2) \cos \alpha_i] / L$$

$$\dots\dots\dots(10)$$

運動方程式で式(10)で与えられる係数がついた項は、軸の傾きによるバイアス力の方向変化からくるもので、軸受部間が十分長い場合には無視できる。

3. 電磁石系の動特性モデル

電磁石系の構成を図3に示す。鉄心はソリッド形の場合を含めて、渦電流の影響をある程度考慮にいて考える。この場合、電磁石系の動特性は非常に複雑であるが、これまでに提案された二つのモデルを組合せた、比較的簡単な二次系モデルを提案する。ただし、磁束の飽和はないとし、ヒステリシスの影響は無視する。

3.1 モデリング 電磁石系のモデルとして図4のように、電磁石コイルに並列に渦電流コイル1個と純抵抗とが連なった電気回路を考える。ここで、

V : 電磁石コイルへの入力電圧

R : 同コイルの抵抗

I : 同コイル電流

N : 同コイルの巻数

R_e : 渦電流に対する等価抵抗

i_e : 等価渦電流

L_e : 渦電流ループの等価インダクタンス

R_L : 漏れ抵抗

i_L : 漏れ電流

Φ : 磁気力発生に有効な磁束

R_m : 渦電流を考慮しない磁気抵抗

このモデルで、渦電流の影響を1個のコイルのみで表した(純抵抗なし)二次系モデル⁽⁶⁾⁽⁷⁾は多次元モデル⁽⁶⁾の最も簡単なものである。また、純抵抗のみで考慮したモデル⁽⁸⁾は簡単な一次遅れ系で表され、スラスト磁気軸受の解析にも利用された⁽⁹⁾。しかしながら、ソリッド形鉄心電磁石の発生磁束の周波数特性を実験的に

調べてみると、その特性の近似には、これらの個々のモデルでは一般に不十分であるとみられる。二つのモデルの特長を取入れ、組合せたものが図4のモデルである。これは前者の多次系モデルで、渦電流の影響の二次以上のコイル系を純抵抗で置き換えたものとみなすこともできる。ただし、このモデルは鉄心を通らない動的な漏れ磁束の効果をも含んでいると考えることができる。

図4の等価回路で、 L_e を一定と仮定すると、以下の関係が得られる。

$$V = RI + N\dot{\Phi} \quad (11)$$

$$0 = Re i_e + Le \dot{i}_e - N\dot{\Phi} \quad (12)$$

$$0 = RL i_L - N\dot{\Phi} \quad (13)$$

$$N(I - i_e - i_L) = R_m \Phi \quad (14)$$

このとき、入力電圧 E に対してパワーアンプ内の遅れを無視し、コイル電流をフィードバック則

$$V = p(b'E - I) \quad (15)$$

によって制御する場合を考える。ただし、 p は制御ループゲイン、 b' は係数である(コイル電流を制御しない場合には、以下で $p=0$ 、 $pb'=1$ とすればよい)。

上式から I 、 i_e 、 i_L および V を消去すると Φ に関する式が求められる。以下では、便利のために、 Φ の代わりに次式で定義される変数 Q を用いる⁽¹⁰⁾。

$$Q = (R_m/N)\Phi \quad (16)$$

図3 電磁石系の構成

図4 電磁石系モデルの等価回路

ここで、 R_{m0} は一定な磁気抵抗である。上に定義された Q は磁束と同じ動特性を示し、電流の単位を持つ変数である。このとき、次式が得られる。

$$TT_e \ddot{Q} + [T_s + T_e(c_m - 1)]\dot{Q} + (T_e c_m + c_m)Q = b(T_e \dot{E} + E) \quad (17)$$

ここで、

$$T = \frac{N^2}{R_{m0}} \left(\frac{1}{R+p} + \frac{1}{R_L} \right), \quad T_c = \frac{N^2}{R_{m0}} \cdot \frac{1}{R_e}$$

$$T_e = \frac{L_e}{R_e}, \quad T_s = T + T_c + T_e \quad (18)$$

$$b = \frac{pb'}{R+p}, \quad c_m = \frac{R_m}{R_{m0}} \quad (19)$$

一方、電流については次の関係が得られる。

$$TT_e \ddot{I} + [T_s + T_e(c_m - 1)]\dot{I} + (c_m + 2T_e c_m)I - (T - T_L)(\dot{c}_m + T_e \dot{c}_m)Q = b[T_e T_L \ddot{E} + (T_c + T_L + T_e c_m)\dot{E} + (c_m + 2T_e c_m)E] \quad (20)$$

ここで、

$$T_L = \frac{N^2}{R_{m0}} \cdot \frac{1}{R_L}$$

式(17)で定常状態からの変動分を考える。

$$Q = I_0 + q, \quad E = E_0 + e$$

$$R_m = R_{m0} + r_m, \quad k_m = r_m/R_{m0} \quad (21)$$

とにおいて、変動分の二次の項を省略すると次の線形化式が得られる。

$$TT_e \ddot{q} + T_s \dot{q} + q + (T_e k_m + k_m)I_0 = b(T_e \dot{e} + e) \quad (22)$$

上式は二つの一次遅れ系の和を用いて表すこともできる。渦電流の影響が無視できる場合には、 $R_e = \infty$ から $T_e = T_c = 0$ とすれば一次遅れ系になる。

磁束の漏れと磁極の縁の影響を無視すると、磁極面が平行であるとき、磁極間の磁気抵抗は、磁極の縁の影響と磁束の漏れを無視すると、次のように表される⁽¹¹⁾。

$$R_m = \frac{2l}{\mu_0 A} + \frac{L_s}{\mu A} \quad (23)$$

ここで、

l : 磁極間の距離

L_s : 鉄心の磁路長

A : 磁極面積

μ_0 : 空気透磁率

μ : 鉄心の透磁率

このとき、2組の磁極間の吸引力⁽¹¹⁾の和 F は式(16)の Q を用いて次のように表される。

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 A} = \frac{\mu_0 A N^2}{4 l_{ss}^2} Q^2 \quad (24)$$

ここで、

$$l_{0s} = l_0 + (\mu_0/2\mu)L_s$$

ただし、 l_0 はロータ変位が零のときの空げき長である。

定常状態からの変動分について考えると、吸引力の定常値 F_0 からの増分 f は次式で表される。

$$f = 2 \frac{F_0}{I_0} \left(q + \frac{q^2}{2I_0} \right) \quad (25)$$

ただし、いまの場合、円弧磁極であるので、力の方向成分を考慮して、吸引力の式(24)の磁極面積の計算に弦幅を用いる。

3.2 軸受部電磁石系の関係式 前節の結果を図3の電磁石系に適用する。一般に空げき長は円すいの半径に比べて微小であるので、ステータ側とロータ側の磁極面を平面とみなして簡単化する。以下では対の電磁石系の仕様と特性は等しいとする。下側(変位の正方向側)と上側(同負方向側)の定数と変数をそれぞれ下添字1, 2で表し、例えばロータの磁極面に垂直な吸引力の増分をそれぞれ f_1, f_2 とする。半径方向の正味の吸引力は、式(25)で二次の項を省略して線形化し、変位の正方向を正にとると、円すい角 α と磁極面中心での法線が半径方向となす角 β とを考慮して、次のように表される。

$$f = (f_1 - f_2) \cos \alpha \cdot \cos \beta \\ = (K_{F1}/2)(q_1 - c_1 q_2) \quad (26)$$

$$K_{F1} = 4 \frac{F_{10}}{I_{10}}, \quad c_1 = \frac{I_{20}}{I_{10}} \quad (27)$$

ここで、 I_{10} と I_{20} はそれぞれ、正方向側、負方向側の電磁石コイルのバイアス電流であり、 F_{10} は正方向側電磁石が与える半径方向のバイアス吸引力で、式(24)から次のように表される。

$$F_{10} = \frac{\mu_0 A_c}{4} \left(\frac{NI_{10}}{l_{0s}} \right)^2 \cos \beta \\ A_c = A \cos \alpha = h_c w_m \quad (28)$$

ここで、 h_c はステータ磁極の軸方向の長さ(図3参照)、 w_m はステータ磁極の弦幅である。

上の吸引力の増分 f は新しい変数 q

$$2q = q_1 - c_1 q_2 \quad (29)$$

を用いると次のように書かれる。

$$f = K_{F1} q \quad (30)$$

このとき、空げき長の変化を $\Delta l_1, \Delta l_2$ とすると、上式の q は式(22)から次式で表される。

$$T T_e \ddot{q} + T_s \dot{q} + q + a_0 (T_e \dot{l} + \Delta l) \\ = b (T_e \dot{e} + e) \quad (31)$$

ここで、

$$a_0 = I_{10}/l_{0s} \quad (32)$$

$$2\Delta l = \Delta l_1 - c_1^2 \Delta l_2$$

$$2e = e_1 - c_1 e_2 \quad (33)$$

同様にして、軸方向の正味の吸引力は次のように表される。

$$f_x = (f_1 + f_2) \sin \alpha \\ = K_{F1} (\tan \alpha / \cos \beta) q_x \quad (34)$$

ただし、 q_x は式(31)で Δl と e の代わりに次式の変数を用いて与えられる。

$$2\Delta l_x = \Delta l_1 + c_1^2 \Delta l_2 \\ 2e_x = e_1 + c_1 e_2 \quad (35)$$

3.3 空げき長の変化 ロータが重心が定常位置から半径方向に z 、軸方向に x 変位し、さらに、 y 軸方向回りに θ 傾斜した状態を考える。ただし、ロータの磁極はステータのそれよりも少し長く作られており、回転軸の許容される変位と傾斜に対して、ロータ側の有効な磁極面の形状に変化はないとする。

回転軸変位に伴う磁極面間関係を、例えば図1の左上側について、ステータの磁極面に垂直な断面(図3の力 F の方向)上で図5に示す。定常位置(空げき長 l_0)のロータ磁極面 B_0-B_0 は、ロータ重心の半径方向変位 z_c ($\sim z \cos \beta$) と軸方向変位 x によって、順次 B_1-B_1, B_2-B_2 に移動する。さらに、傾斜角 θ によって B_3-B_3 に移る。ステータ磁極の中心点 C に対応するロータ側の点 C_0 は C_2, C_3 に移動する。このとき、磁極間の磁力線は、二つの磁極面 $A-A, B_3-B_3$ の延長線の交点を中心とする円弧にそうと仮定する。

ステータの磁極中心 C と、そこから出る磁力線がロータ側に入る点 C' との円弧の長さを磁極面全体の平均空げき長とみなし、これを空げき長として用いることにする。 θ が微小であることを考慮して、円弧長さ CC' を距離 CD で近似することで磁極中心間の空げき長を近似的に求めることができる。空げき長は z 軸回りの傾斜角 ϕ によっても変化すると考えられるが、ステータの取付角 β (図3参照) が十分に小さく、その影

図5 空げき長の変化

響は小さいと仮定して無視する。

空げき長の変化は図1の左側で下側を Δl_{11} 、上側を Δl_{12} 、また、右側を同様に Δl_{21} 、 Δl_{22} とすると、それぞれ次のように近似される。

$$\begin{aligned}\Delta l_{11} &= (-z + p_1 z_R) \cos \alpha_1 \cdot \cos \beta_1 + x \sin \alpha_1 \\ \Delta l_{12} &= (z - p_1 z_R) \cos \alpha_1 \cdot \cos \beta_1 + x \sin \alpha_1 \\ \Delta l_{21} &= (-z - p_2 z_R) \cos \alpha_2 \cdot \cos \beta_2 - x \sin \alpha_2 \\ \Delta l_{22} &= (z + p_2 z_R) \cos \alpha_2 \cdot \cos \beta_2 - x \sin \alpha_2\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (36)$$

ここで、 p_i は式(9)で与えられるが、軸受部中心のロータ直径 D_i を用いて次のように表される。

$$p_i = (L_i/L) - (D_i/2L) \tan \alpha_i \cdot \cos \beta_i \quad \dots\dots\dots (37)$$

これらの空げき長変化を式(31)に用いると、それぞれの方向の吸引力特性を、それぞれの軸受部で求めることができる。

4. 制御力の動特性

第2章の運動方程式の制御力を前章の結果を用いて表すと、全体の線形化動特性モデルが求められる。

4・1 制御力の線形化モデル 前章の結果を制御力の表示式(8)に適用した結果を以下にまとめて示す。ただし、 y 軸方向の動特性は z 軸方向のそれと、ジャイロ効果の項の符号が逆であることを除いて、全く類似であるので省略する。また、関係式・定義式と係数の式の中で y 軸方向について省略したものは z 軸方向と類似である。ここでは、吸引力特性の表示を簡単にするために、次の表示を用いる。ただし、 D は微分演算子である。

$$\begin{aligned}g_{qi}(D) &= T_i T_{ei} D^2 + T_{si} D + 1 \\ g_{ei}(D) &= T_{ei} D + 1\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (38)$$

z 軸方向の制御力：

$$f_z = K_{Fz1}(q_{z1} + C_{Fz2} q_{z2}) \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$f_{zR} = K_{Fz1}(p_2 C_{Fz2} q_{z2} - p_1 q_{z1}) \quad \dots\dots\dots (40)$$

ここで、

$$\begin{aligned}g_{qz1}(D) q_{z1} + g_{ez1}(D) (-a_{z1z} z + a_{z1R} z_R + a_{z1x} x) \\ = b_{z1} g_{ez1}(D) e_{z1} \quad \dots\dots\dots (41)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}g_{qz2}(D) q_{z2} + g_{ez2}(D) (-a_{z2z} z - a_{z2R} z_R - a_{z2x} x) \\ = b_{z2} g_{ez2}(D) e_{z2} \quad \dots\dots\dots (42)\end{aligned}$$

軸方向の制御力：

$$\begin{aligned}f_x &= K_{Fz1x}(C_{Fz2} q_{z2} - q_{z1}) \\ &+ K_{Fy1x}(C_{Fy2} q_{y2} - q_{y1}) \quad \dots\dots\dots (43)\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}g_{qz1}(D) q_{z1} + g_{ez1}(D) (a_{xz1x} x - a_{xz1z} z + a_{xz1R} z_R) \\ = b_{z1} g_{ez1}(D) e_{xz1} \quad \dots\dots\dots (44)\end{aligned}$$

$$g_{qz2}(D) q_{z2} + g_{ez2}(D) (-a_{xz2x} x - a_{xz2z} z - a_{xz2R} z_R)$$

$$= b_{z2} g_{ez2}(D) e_{xz2} \quad \dots\dots\dots (45)$$

関係式・定義式： $i=1, 2$

$$F_{zi10} = \left[\frac{\mu_0 A_c}{4} \left(\frac{NI_{10}}{l_{0s}} \right)^2 \cos \beta \right]_{zi} \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$K_{Fzi} = 4 \frac{F_{zi10}}{I_{zi10}}, \quad C_{Izi} = \frac{I_{zi20}}{I_{zi10}}, \quad C_{Fz} = \frac{K_{Fz2}}{K_{Fz1}} \quad \dots\dots\dots (47)$$

$$K_{Fzix} = K_{Fzi} \frac{\tan \alpha_i}{\cos \beta_i}, \quad C_{Fzx} = \frac{K_{Fz2x}}{K_{Fz1x}} \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$a_{0zi} = \frac{I_{zi10}}{l_{0si}} \cos \alpha_i \cdot \cos \beta_i \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$p_{ti} = \frac{L_i \tan \alpha_i}{L \cos \beta_i} + \frac{D_i}{2L} \quad \dots\dots\dots (50)$$

係数： $i=1, 2$

$$\begin{aligned}A_{zzR} &= [-F_{z110}(1 + c_{Iz1}^2) \tan \alpha_1 / \cos \beta_1 \\ &+ F_{z210}(1 + c_{Iz2}^2) \tan \alpha_2 / \cos \beta_2] / L \\ A_{zRR} &= [F_{z110}(1 + c_{Iz1}^2) p_{t1} + F_{z210}(1 + c_{Iz2}^2) p_{t2}] / L \\ A_{xxR} &= [-F_{z110}(1 - c_{Iz1}^2) / \cos \beta_1 \\ &- F_{z210}(1 - c_{Iz2}^2) / \cos \beta_2] / L\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (51)$$

$$\begin{aligned}a_{zix} &= a_{0zi}(1 + c_{Izi}^2) / 2 \\ a_{ziR} &= p_i a_{zix} \\ a_{zix} &= a_{xxix} \tan \alpha_i / \cos \beta_i\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (52)$$

$$\begin{aligned}a_{xxix} &= a_{zix} \tan \alpha_i / \cos \beta_i \\ a_{xxiz} &= a_{0zi}(1 - c_{Izi}^2) / 2 \\ a_{xxiR} &= p_i a_{xxiz}\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (53)$$

ただし、上の運動方程式系で e_{zi} 、 e_{xzi} など見かけの入力変数で、これらは電磁石系への実際の入力電圧 e_{zij} を用いて以下のように与えられる。

入力の関係式： $i=1, 2$

$$2e_{zi} = e_{zi1} - C_{Izi} e_{zi2}, \quad 2e_{xzi} = e_{zi1} + C_{Izi} e_{zi2} \quad \dots\dots\dots (54)$$

上に示した制御力表示は、電磁石対系の特性がそれぞれの軸受部、半径方向で異なる一般的な場合で、このことが、式の形を複雑で冗長にしている。また、実際の入力が式(54)の関係で関与する形であるために、見通しがいまいち良くない。

4・2 時定数が等しい場合の制御力の分離 二つの軸受部で動特性(時定数)が等しい場合には、以下に示すように制御力をそれぞれの運動方向に分離することができる。例えば、 z 軸方向の両軸受部で時定数が等しい場合には、式(39)～(42)から、制御力は次のように表される。

$$f_z = 2C_p K_{Fz1} q_z \quad \dots\dots\dots (55)$$

$$f_{zR} = 2C_p p_1 K_{Fz1} q_{zR} \quad \dots\dots\dots (56)$$

$$g_{qx}(D)q_x + g_{ex}(D)(-a_{zx}z + a_{zR}z_R + a_{zx}x) \\ = b_{z1}g_{ex}(D)u_z \quad \dots\dots\dots (57)$$

$$g_{qx}(D)q_{zR} + g_{ex}(D)(-a_{zRR}z_R + a_{zRz}z - a_{zRx}x) \\ = b_{z1}g_{ex}(D)u_{zR} \quad \dots\dots\dots (58)$$

ここで、

$$2C_p u_z = e_{z1} + C_{bz} C_{Fz} e_{z2} \\ 2C_p u_{zR} = -e_{z1} + (p_2/p_1) C_{bz} C_{Fz} e_{z2} \quad \dots\dots\dots (59)$$

ただし、

$$2C_p = 1 + \frac{p_2}{p_1}, \quad C_{bz} = \frac{b_{z2}}{b_{z1}} \quad \dots\dots\dots (60)$$

このとき、式(59)から次の関係を得る。

$$e_{z1} = (p_2/p_1)u_z - u_{zR}, \quad e_{z2} = C_{bFz}(u_z + u_{zR}) \quad \dots\dots\dots (61)$$

ただし、

$$C_{bFz} = \frac{1}{C_{bz} C_{Fz}} \quad \dots\dots\dots (62)$$

また、軸方向の制御力は次のように表される。

$$f_x = 2(K_{Fz1x}q_{xx} + K_{Fy1x}q_{xy}) \quad \dots\dots\dots (63)$$

$$g_{qx}(D)q_{xx} + g_{ex}(D)(-a_{xx}x + a_{xz}z - a_{zR}z_R) \\ = b_{z1}g_{ex}(D)u_{xx} \quad \dots\dots\dots (64)$$

ここで、

$$2u_{xx} = C_{bz} C_{Fz} e_{xx2} - e_{xx1} \quad \dots\dots\dots (65)$$

下添字 y についても同様である。ただし、係数は以下のように与えられる。

$$a_{zx} = (a_{z1x} + C_{Fz} a_{z2x})/2C_p \\ a_{zR} = (a_{z1R} - C_{Fz} a_{z2R})/2C_p \\ a_{zx} = (a_{z1x} - C_{Fz} a_{z2x})/2C_p \quad \dots\dots\dots (66)$$

$$a_{zRR} = [a_{z1R} + (p_2/p_1) C_{Fz} a_{z2R}]/2C_p \\ a_{zRx} = [a_{z1x} - (p_2/p_1) C_{Fz} a_{z2x}]/2C_p \\ a_{zRx} = [a_{z1x} + (p_2/p_1) C_{Fz} a_{z2x}]/2C_p \quad \dots\dots\dots (67)$$

$$a_{xx} = (a_{xx1} + C_{Fxx} a_{xx2})/2 \\ a_{xz} = (a_{xx1} - C_{Fxx} a_{xx2})/2 \\ a_{zR} = (a_{xx1R} + C_{Fxx} a_{xx2R})/2 \quad \dots\dots\dots (68)$$

さらに、両軸方向の動特性が等しい場合には、軸方向の制御力式(63)は次のようにまとめられる。

$$f_x = 4K_{Fz1x}q_x \quad \dots\dots\dots (69)$$

ただし、

$$2u_x = u_{xx} + C_{bzy} C_{Fzy} u_{xy} \quad \dots\dots\dots (70)$$

$$C_{bzy} = \frac{b_{y1}}{b_{z1}}, \quad C_{Fzy} = \frac{K_{Fy1}}{K_{Fz1}} \quad \dots\dots\dots (71)$$

係数については、式(64)について z 軸方向のものと、 y 軸方向のものを C_{Fzy} 倍したものとを加えた $1/2$ で

与えられる。

5. 制御力分離制御系の構成

5.1 動特性が等しい場合

5.1.1 制御系の構成 前章で述べたように、半径 2 方向のそれぞれについて、2 組の軸受部で電磁石系の動特性が等しい場合には、制御入力の変換が可能である。それを逆にたどれば実際の入力をみかけの制御入力で表すことができる。このとき、全体の制御系は 5 出力で、それぞれの負荷に対応するために必要な最小制御入力は 5 個であるので、3 個の入力の定め方に任意性がある。一般的には、入力 8 個を有効に利用して、5 方向が干渉し合う多変数系として取扱うことができるが^{(2)~(5)}、制御系の設計がかなり複雑になる。ここでは、現実的な考え方として、軸方向の制御分担をそれぞれの軸受部、さらにそれぞれの方向の電磁石部に割当てる。そして、入力の任意性を割当の任意性に置き換える。

例えば、 z 軸方向の電磁石系について考えると、見かけの制御入力 u_z , u_{zR} , u_{zx} の 3 個と実際の制御入力 4 個とは式(54)を介して式(61)と式(65)とで関係付けられる。したがって、実入力変数に一つの任意性がある。いま、軸方向のみかけの制御入力 u_{zx} が与えられたとして、それを二つの軸受部に次のように割当てる。

$$e_{zx1} = -k_{zx1}u_{zx}, \quad e_{zx2} = k_{zx2}u_{zx} \quad \dots\dots\dots (72)$$

ただし、 k_{zx1} と k_{zx2} は分担係数で、式(65)から次の関係で拘束され、1 個は任意に選ぶことができる。

$$k_{zx1} + C_{bz} C_{Fz} k_{zx2} = 2 \quad \dots\dots\dots (73)$$

このとき、実際の制御入力は次のように求められる。

$$e_{z11} = e_{z1} - k_{zx1}u_{zx} \\ e_{z12} = \frac{1}{C_{zx1}}(-e_{z1} - k_{zx1}u_{zx}) \quad \dots\dots\dots (74)$$

$$e_{z21} = e_{z2} + k_{zx2}u_{zx} \\ e_{z22} = \frac{1}{C_{zx2}}(-e_{z2} + k_{zx2}u_{zx}) \quad \dots\dots\dots (75)$$

割当係数 2 個のうち、どちらかを零に選ぶことは、一つの軸受部だけで軸方向を制御することを意味する。軸方向制御の割振りはこのように任意であるが、実際には軸受系の使用条件、電磁石系の容量などから定められることになろう。

y 軸方向に関しても同様である。

z 軸方向と y 軸方向の吸引力動特性が等しい場合には、軸方向制御系の設計が簡単化される。式(70)で軸方向制御を次のように割当てる。

$$u_{xx} = k_{zx}u_x, \quad u_{xy} = k_{xy}u_x \quad \dots\dots\dots (76)$$

ただし、係数は次の関係で拘束される。

$$k_{xz} + C_{bzy} C_{Fzy} k_{zy} = 2 \quad \dots\dots\dots (77)$$

さらに、それぞれの係数は次の関係でそれぞれの電磁石に振り分けられる。

$$\begin{aligned} k_{xz1} + C_{bz} C_{Fzx} k_{zx2} &= 2k_{xz} \\ k_{zy1} + C_{by} C_{Fzy} k_{zy2} &= 2k_{zy} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (78)$$

このとき、4個の係数のうち3個は任意に選ぶことができる。この場合、各運動系への制御入力 u_y , u_{yR} , u_z , u_{zR} , および u_x と各電磁石系への実際の入力変数との関係を線図で表すと図6のようになる。図中、 k'_{xz2} は次式で与えられる。 k'_{zy2} についても同様である。

$$\begin{aligned} k'_{xz2} &= C_{bz} C_{Fzx} k_{xz2} \\ &= \frac{\tan \alpha_1 \cdot \cos \beta_2}{\tan \alpha_2 \cdot \cos \beta_1} (2k_{xz} - k_{xz1}) \quad \dots\dots\dots (79) \end{aligned}$$

実際の入力のなかで、電磁石対系のうちの負方向側(最後の添字が2のもの)はバイアス電流比で除された形をしている。これは軸方向制御入力と半径方向制御入力を分離するために必要なものであるが、対向する電磁石の制御吸引力の大きさを等しくすることによって、軸方向の制御力が半径方向成分を作り出さないことをねらっている。すなわち、ここでは電磁石対系の仕様と特性は等しいとしているので、電流の増分

(絶対値)に対する電磁石吸引力の増分はバイアス電流に比例する。バイアス電流の大きい電磁石にはその分入力を小さくして、吸引力増分を等しくするようにしている。

同様なことは半径方向制御の分離に関してもいえる。すなわち、半径方向の運動系についても、2組の軸受部の静特性がそろえられ、傾斜運動に関係するロータ重心の位置が考慮されている。このように、本橋で提案する制御入力の分離は、ハードウェアの非対称性を制御方式で補償して、ソフトウェアで対称性を実現するものであるといえる⁽¹²⁾。

5・1・2 制御則 制御則が与えられれば、図6のような構成で実際の入力を与えることができる。ところが、制御力は動特性の式が示すように、一般に、変位を通して干渉し合う。これらの変位に関係した項は電磁石吸引力の不安定作用(磁極が近づくとき吸引力が大きくなる)を示すものである。一方、実用的な軸受では変位のフィードバックを十分に大きくとって、制御系を安定化させる。したがって、その制御則が運動系自身の変位のフィードバックのみであっても、これらの不安定項の影響は相対的に小さくなる。仮に、もしそれが無視できないとしても、干渉を与える変位のフィードバックを制御則に加えることによって、小さくすることが可能である。

ジャイロ効果が傾斜運動系間に干渉を与える以外に、式(3)～(5)の左辺に見られる干渉項がある。これはロータの傾斜によってバイアス吸引力の方向が変化することに起因するもので、極端に短いロータ以外では無視できる。

以上のことから、制御力特性の干渉項を無視するなど簡単な制御則によって、実用的には十分な非干渉制御系を構成できると考えられる。

5・2 位相補償による動特性の一樣化 電磁石系の動特性が二つの軸受部で等しくない場合には、電磁石系への制御入力を位相補償(応答が速いものに合わせる場合には位相進み、逆の場合には位相遅れ)することによって、ある程度そろえることができる。この場合、これまでの動特性モデルに基づいて考えると、補償要素として極ゼロ相殺を利用した次の形が考えられる。

$$g_{ci}(s) = \frac{g_{qi}(s)}{g_q(s)} \cdot \frac{g_e(s)}{g_{ei}(s)} \quad \dots\dots\dots (80)$$

ここで、 s は Laplace 演算子で、 $g_{qi}(s)$, $g_{ei}(s)$ は動特性表示の式(38)から与えられる。 $g_q(D)$ と $g_e(D)$ は目標の動特性表示である。上の位相補償は一般的には三次のもの(鉄心渦電流の影響が無視できる場合は一次)

図6 電磁石系への制御入力の構成

でやや複雑である。実用的には低次のものでも十分であるかもしれない。

実入力に上のような位相補償を施すということは、吸引力の動特性モデルで、変位が零の場合の入力と吸引力との関係をそろえることである。この場合、入力 e_i と出力 q_i との関係はそのままの次数で表されるが、変位の項による関与が全体の次数を増やす。このとき、電磁石系の応答がロータの運動よりも十分速いことを考慮すると、次数を増やさずに、変位項の時定数 T_e を修正した形で動特性を近似できると考えられる。そして、この不安定性を示す項は、前節で述べたように、変位のフィード補償によって実用上相対的に十分小さくできる。以上のことから、位相補償によって電磁石系の特性をそろえることは可能であると考えられる。

一方、このような位相補償による方法が実際に有効であるかどうかは、電磁石系の使用条件、特にパワーアンプの特性と容量に依存する。ソリッド形鉄心の場合には渦電流による影響のために、高周波数域までパワーアンプにかなりの負荷がかかると見られる。入力の位相進みはそれをさらに助長することになり、動特性の改善には限界があるとみられる⁽¹³⁾。

6. 結 び

ラジアル・スラスト両軸受を兼ね備えた、能動形のコーン形磁気軸受系について理論解析を行い、線形化動特性モデルを求めた。その際、渦電流の影響が無視できないソリッド形鉄心の場合にも応力できるよう

に、渦電流の効果を一次の項まで考慮した、比較的簡単な電磁石系モデルを導入した。次に、電磁石系の特性が等しい場合に、ロータの位置制御系をスカラ系に分離することを検討し、それを実現する制御系の構成法を提案した。この方法是对称な軸受系をソフト的に実現するもので、非対称系の特長を十分に生かした設計法とはいえないであろう。しかしながら、実際問題として非干渉化のメリットは大きいと考えられる。

本稿で提案した動特性モデルと制御系構成法の有用性は実験によって確認されるべきであり、これについては稿を改めて報告したい。

文 献

- (1) 松村, システムと制御, **26-4**(1982), 209.
- (2) 松村・木戸, 電気学会, MAG-83-47(1983), 13.
- (3) 松村・中川・木戸, 電気学会論文誌 B, **160-2**(1986), 135.
- (4) Matsumura, F., Fujita, M. and Oida, C., *Trans. IEEE, MAG-23-5*(1987), 2581.
- (5) 松村・ほか3名, 電気学会論文誌 D, **107-1**(1987), 35.
- (6) Kesavamurthy, N. and Rajagopalan, P. K., *Proc. IEEE, 109 C*(1962), 63.
- (7) Subba Rao, V., *Proc. IEEE, 111-2*(1964), 349.
- (8) 渡部・沖野・佐々木, 機論, **36-284**(1970), 578.
- (9) 深田・ほか4名, 機論, **56-526, C**(1990), 1524.
- (10) 深田・神谷・田村, 機論, **53-490, C**(1987), 1201.
- (11) Rotors, H. C., *Electromagnetic Devices*, New York, (1941), 116, 201, John Wiley & Sons Inc.
- (12) 深田・神谷, 九州大学工学集報, **60-2**(1987), 185.
- (13) 深田・神谷, 第8回 SICE 九州支部学術講演会, (1989-11), 291.