平均的発熱が制限となる運動機構の高速駆動に関する研究*

(第3報, 3自由度スカラ形ロボットアームの軌道計画用高速計算手法)

寺 本 律^{*1}, 小 野 京 右^{*2}

High-Speed Motion Control of Mechanisms under Average Heat Generation Restriction (3rd Report, Trajectory Planning Method of Three-Degrees-of-Freedom SCARA- Type Robotic Manipulator with Short Calculation Time)

Takashi TERAMOTO and Kyosuke ONO

The objective of this paper is to solve the minimum-time trajectory planning problem of a robotic manipulator under both the average heat generation restriction and the intermediate state variable restriction. We have already proposed a new numerical method to solve this problem in which the trajectory is approximated by the fifth-order Hermite polynomial expression. In analyzing a many-degrees-of-freedom manipulator, however, this method cannot be carried out within a short calculation time because of its duplicated iterative calculation procedure. To reduce the calculation time, we investigated the properties of the method and found two useful characteristics. The first characteristic is that the duplicated iterative calculation is not necessary when the robotic manipulator is a conservative system in a mechanical sense. The second one is that the polynomial solution can be derived when the robotic manipulator is governed by the constant coefficient linear differential equations. Using these characteristics, we constructed the trajectory planning method, which can generate the trajectory of the three-degrees-of-freedom SCARA-type robotic manipulator within a short calculation time. Numerical examples were shown to prove that the proposed method was practical enough to be applied to industrial robotic manipulators.

Key Words: Mechatronics, Robotics, Computer Control, Optimal Control, Minimum-Time Control, Average Heat Generation, SCARA-Type Robotic Manipulator

1. 結 論

DC モータによるアクセス機構の高速化の限界は、一般にモータの発熱による温度上昇に起因する。特にモータの最大能力を引出して高速化を図る場合には、電圧が制限とならないように電源を設計し、モータの平均的発熱が極小となる軌道で平均的発熱が許容される最大電流を用いることによって達成される。すでにこのような観点から磁気ディスクアクセス機構の制御法が提案されている⁽¹⁾。ダイレクトドライブロボットアームのような多自由度運動機構においても、平均的発熱制限条件下で平均的発熱を極小とする軌道解が究極的な最短時間解となると考えられる。このような観点から著者らは、平均的発熱が制限となる運動機構の最短時間解を求める方法を研究してきた⁽²⁾⁽³⁾。平均的発熱を極小とする軌道を生成するためには入力の変乗平均値の和を最小とする軌道計画を実行しなければならない。著者らは、この動的最適軌道計画問題を関数近似法に基づいて解く方法を定式化し、それを2自由度ロボットアームに適用したときの数値解析解を示し

た。

しかし、平均的発熱制限条件下における運動機構の軌道生成は、二重構造の数値探索を実行しなければならないため、通常膨大な計算時間を必要とする。対象をより一般的に用いられている3自由度ロボットアームに拡張する場合、上述の近似解法を直接適用していたのでは、計算時間があまりに長大になると予想される。しかし、産業用ロボットにおいては軌道生成は作業形態が変わるたびに行われるため、ワークステーションレベルの計算機で短時間に計算できることが要求されている。

そこで本報告では平均的発熱制限条件下における3自由度ロボットアームの最短時間軌道解の高速な生成方法を提案する。すなわち、すでに提案した区分多項式近似解法による最適軌道解法によれば、現在生産現場で多用されている3自由度スカラ形ロボットアームに限定すると、短時間で軌道生成が可能になることが明らかにされたので、以下に報告する。

2. 平均的発熱制限条件下における 最短時間軌道生成問題

本報告では、対象とする系が n 自由度運動機構系であるとし、系の i 番めの関節駆動力 u_i が次式で表さ

* 原稿受付 平成4年1月13日。

^{*1} 正員, 東京工業大学大学院 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。^{*2} 正員, 東京工業大学工学部。

れるものとする。

$$u_i = M_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}^j + C_{ijk}(\mathbf{q}) \dot{q}^j \dot{q}^k + D_{ij}(\mathbf{q}) \dot{q}^j + G_i(\mathbf{q}) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\mathbf{q}=[q^i]^T$ は一般化変位である。上式の表記には総和規約を用いた。上式の右辺第1項は慣性項、第2項は遠心力・コリオリ力の項、第3項は粘性摩擦項、第4項は重力項である。入力 u_i はその平均的発熱量により制限されているものとし、より具体的には次式のように二乗平均値 $\bar{u}_i$ により制限されることにする。

$$\bar{u}_i^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u_i^2 dt \leq \bar{u}_{i\max}^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここで T は駆動終了までに所要する時間であり、以下では駆動時間と呼ぶ。

この系に対して初期・中間・終端の変位・速度・加速度などが指定された仕事が与えられており、その仕事を最短時間で達成する軌道を求める問題を取扱う。この問題の解法は二つの段階に分けられる。第1段階では、次の評価関数を最小にする解を探索する。

$$J = T + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{1}{T} \int_0^T u_i^2 dt \dots\dots\dots (3)$$

ここで λ_i は、評価関数中に平均的発熱抑制項を導入するための未定乗数である。そして第2段階では、第1段階の解を利用しながら、平均的発熱制限内で最短時間解を生成する未定乗数 λ_i を探索する。具体的には、式(2)のすべての等号、または一部の等号が成り立つような未定乗数 λ_i を探索することとする。本報告では以後第1段階の探索を一次探索、第2段階の探索を二次探索と呼ぶ。

もし一次探索において、評価関数を最小とする軌道における $\bar{u}_i, \lambda_i, T$ の関係式が求められれば、二次探索はその関係を用いて実行でき、全体の探索は短時間でできる。しかし一般的には一次探索は数値的にしか行われず、ある λ_i の値に対して評価関数 J を最小にする $\bar{u}_i, T$ の値が求められるのみである。よって二次探索では、複数の λ_i の値に対して各々一次探索を実行し、平均的発熱制限内でより短時間の解を生成する λ_i を反復的に求める方法しか採り得ない。このため二次探索の反復に伴い一次探索を多数回繰返す二重構造の数値探索を実施しなければならず、このことが計算時間の増大を招く原因となる。

3. 五次エルミート多項式内挿関数近似法

著者らはすでに、最適軌道を区分多項式で関数近似する解法を提案した。この解法は、空間座標機構に適用する有限要素法を一般化し、時間領域の軌道計画問

題に適用したものと考えることができるので、本解法をこの観点から定式化する。

まず、生成する軌道を複数の区間に分割する。ここでは m 個の区間に分割したものとし、図1のように各節点における系の一般化変位、速度、加速度ベクトルをそれぞれ $\mathbf{q}_j, \dot{\mathbf{q}}_j, \ddot{\mathbf{q}}_j$ とする。また j 番めの区間を通過する際に要する時間を T_j とし、以後 j 番めの区間時間と呼ぶ。ここで、 j 番めの区間の軌道は両端の変位 $\mathbf{q}_{j-1}, \mathbf{q}_j$ 、速度 $\dot{\mathbf{q}}_{j-1}, \dot{\mathbf{q}}_j$ 、加速度 $\ddot{\mathbf{q}}_{j-1}, \ddot{\mathbf{q}}_j$ 、およびその区間時間 T_j により代表され、区間の両端で境界条件を満たす次の区分多項式関数で近似できるものと仮定する。

$$\mathbf{q} = \mathbf{R}_j \mathbf{n}_j(\tau, T_j) \dots\dots\dots (4)$$

ただし、

$$\tau = t - \sum_{k=1}^{j-1} T_k$$

$$\mathbf{R}_j = [\mathbf{q}_j, \mathbf{q}_{j-1}, \dot{\mathbf{q}}_j, \dot{\mathbf{q}}_{j-1}, \ddot{\mathbf{q}}_j, \ddot{\mathbf{q}}_{j-1}]$$

$$\mathbf{n}_j(\tau, T_j) = [N_{j0}(\tau, T_j), \dots, N_{j5}(\tau, T_j)]^T$$

$$N_{j0}(\tau, T_j) = 10\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^3 - 15\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^4 + 6\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^5$$

$$N_{j1}(\tau, T_j) = 1 - 10\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^3 + 15\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^4 - 6\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^5$$

$$N_{j2}(\tau, T_j) = T_j \left\{ -4\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^3 + 7\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^4 - 3\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^5 \right\}$$

$$N_{j3}(\tau, T_j) = T_j \left\{ \left(\frac{\tau}{T_j}\right) - 6\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^3 + 8\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^4 - 3\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^5 \right\}$$

$$N_{j4}(\tau, T_j) = T_j^2 \left\{ \frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^3 - \left(\frac{\tau}{T_j}\right)^4 + \frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^5 \right\}$$

$$N_{j5}(\tau, T_j) = T_j^2 \left\{ \frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^3 + \frac{3}{2}\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^4 - \frac{1}{2}\left(\frac{\tau}{T_j}\right)^5 \right\}$$

である。この近似式は、無次元化することにより次のように表すこともできる。

$$\mathbf{q} = \mathbf{P}_j \bar{\mathbf{n}}(\xi) \dots\dots\dots (5)$$

図1 各軌道分割区間の動作を決定する変数

ここで,

$$\xi = \tau/T_j$$

$$' = d/d\xi$$

$$P_j = [q_j, q_{j-1}, q'_j, q'_{j-1}, q''_j, q''_{j-1}]$$

$$\bar{n}(\xi) = [\bar{N}_0(\xi), \dots, \bar{N}_5(\xi)]^T$$

$$\bar{N}_0(\xi) = 10\xi^3 - 15\xi^4 + 6\xi^5$$

$$\bar{N}_1(\xi) = 1 - 10\xi^3 + 15\xi^4 - 6\xi^5$$

$$\bar{N}_2(\xi) = -4\xi^3 + 7\xi^4 - 3\xi^5$$

$$\bar{N}_3(\xi) = \xi - 6\xi^3 + 8\xi^4 - 3\xi^5$$

$$\bar{N}_4(\xi) = \frac{1}{2}\xi^3 - \xi^4 + \frac{1}{2}\xi^5$$

$$\bar{N}_5(\xi) = \frac{1}{2}\xi^2 - \frac{3}{2}\xi^3 + \frac{3}{2}\xi^4 - \frac{1}{2}\xi^5$$

$$q''_j = \ddot{q}_j T_j$$

$$q'_{j-1} = \dot{q}_{j-1} T_j$$

$$q''_j = \ddot{q}_j T_j^2$$

$$q'_{j-1} = \dot{q}_{j-1} T_j^2$$

である。

$\bar{n}(\xi)$ は五次のエルミート多項式であり、この近似方法はエルミート多項式を内挿関数とした補間による近似であるといえる。また、軌道は R_j , T_j または P_j , T_j により決定される。ここでは運動解の加速度までの連続性を前提とするが、ジャークまでの連続性と条件規定を行いたい場合はジャークも変数に選び七次の内挿関数を用いればよい。

ここで、次のベクトルを定義すると

$$z = [T_1, \dots, T_m, q_0^T, \dots, q_m^T, \dot{q}_0^T, \dots, \dot{q}_m^T, \ddot{q}_0^T, \dots, \ddot{q}_m^T]^T \quad \dots\dots\dots (6)$$

R_j , T_j の要素はすべて z に含まれるので、軌道も z により一意に決定される。しかし、軌道生成問題によっては、中間点の指定がある場合や、初期・終端点における速度・加速度が零と指定される場合がある。このような場合は、 z のうち条件指定されている要素を除いたベクトルを $\bar{z}$ と定義し、式(4)および(5)を用いて $\bar{z}$ を決定する問題に変換する。よって、前章の一次探索においては評価関数 J を最小にする $\bar{z}$ を探索することとなる。具体的には、鎖状法則と数値積分を用いると $\bar{z}$ に対する評価関数の1, 2階微分を計算することができるため、

$$\frac{\partial J}{\partial \bar{z}} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

が成立するような $\bar{z}$ を、最急こう配法やニュートン法を用いて反復計算により探索する。

本解法は、従来著者らが「五次スプライン関数法」と呼んできた解法と等価であるが、完全なスプライン関数に比べて関数の連続性が低いこと、エルミート多項式を内挿関数に用いた補間であることを利用すること

により一層応用範囲が広がることを考慮し、以後、「五次エルミート多項式内挿関数近似法」と呼ぶことにする。

この方法を用いても、対象とする運動機構の自由度が増えると実用的な時間内で二重構造の数値探索を実行することは困難である。しかし以下に述べるように重力場を含まない保存系に対しては、評価関数中における各関節の平均的発熱量の相対比を固定した場合、最短時間軌道解を高速に求めることができる。

4. 非線形・保存系に適用した場合

本章では「五次エルミート多項式内挿関数近似法を保存系に適用して得た最小エネルギー解は、駆動時間とエネルギー間の重み係数の変化に対して相似形となる」ことを示す。ここでいう保存系とは、系が静止状態から静止状態へと移行する際には、外界から受けるエネルギーの総和が零になることを意味する。これは黒田らの報告⁽⁴⁾における「保存系の最小エネルギー解は終端時刻に関係なく相似形となる」という結論と同じ意味を持つ。黒田らは上記の結論を数値シミュレーションの結果として提示しているが、五次エルミート多項式内挿関数近似法においては解析的に示され、その過程が平均的発熱制限条件下における最短時間軌道生成の計算時間短縮に応用できる。

まず系が保存系であるための条件は式(1)において次式が成立することである。

$$\forall i, \forall j, D_{ij}(q) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\forall i, G_i(q) = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

以下本章では、式(1)、(8)および式(9)で表される系に対して解析を進める。

さて、式(1)、(5)、(8)および式(9)を評価関数(3)に代入して整理すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} J &= T + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \lambda_i \int_0^T u_i^2 dt \\ &= T + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \lambda_i \int_0^T \{M_{ii}(q) \ddot{q}^i + C_{ijk}(q) \dot{q}^j \dot{q}^k\}^2 dt \\ &= T + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^m \int_0^1 \left\{ M_{ii}(q) \frac{q^{j''}}{T_i^2} \right. \\ &\quad \left. + C_{ijk}(q) \frac{q^{j'}}{T_i} \frac{q^{k'}}{T_i} \right\}^2 T_i d\xi \\ &= T + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\lambda_i}{T_i^3} \int_0^1 \{M_{ii}(q) q^{j''} \\ &\quad + C_{ijk}(q) q^{j'} q^{k'}\}^2 d\xi \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここでさらに、式の意味を明りようにするために次のような変数 α_i , β , γ_i , δ を導入する。

$$T_i = (\beta \alpha_i)^{-1/3} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i^{-1/3} = 1 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\beta^{-1/3} = T \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\lambda_i = \delta \gamma_i \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1 \quad \dots\dots\dots (15)$$

明らかに β は駆動時間 T と 1 対 1 に対応し, α_i は駆動時間を各区間に振分ける相対比と関係している。また, γ_i, δ は λ_i を要素とするベクトルの要素間相対比と絶対的な大きさに対応する。これらを式(10)に代入すると次式となる。

$$J = \beta^{-1/3} + \beta^{4/3} \delta \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^m \gamma_i \alpha_l \int_0^1 \{M_{ij}(q) q^{j''} + C_{ijk}(q) q^{j'} q^{k'}\}^2 d\xi \quad \dots\dots\dots (16)$$

一次探索では未定乗数 λ_i , すなわち $\delta \gamma_i$ を固定して P_l, T_l により評価関数 J を最小化する。 P_l, T_l による最小化は, P_l, α_l, β による最小化となる。実際には大域的最小化は望めないため, P_l, α_l, β に対する評価関数 J の停留条件を用いて極小解を求めることとなる。以下に P_l, α_l, β に対する停留条件式を示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial P_l} = 0 &\iff \\ \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^m \gamma_i \alpha_l \frac{\partial}{\partial P_l} \int_0^1 \{M_{ij} q^{j''} + C_{ijk} q^{j'} q^{k'}\}^2 d\xi &= 0 \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \alpha_l} = 0 &\iff \\ \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^m \gamma_i \int_0^1 \{M_{ij} q^{j''} + C_{ijk} q^{j'} q^{k'}\}^2 d\xi &= 0 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \beta} = 0 &\iff \\ \beta = \left[4\delta \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^m \gamma_i \alpha_l \int_0^1 \{M_{ij} q^{j''} + C_{ijk} q^{j'} q^{k'}\}^2 d\xi \right]^{-3/5} &\quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

式(17)および式(18)より P_l, α_l の停留条件は β, δ の影響を受けないことがわかる。よって γ_i が固定されている場合, P_l, α_l は β, δ に関係なく最適化でき, その最適値は β, δ が変化してもそのまま利用できる。

また二次探索では λ_i を変化させて平均的発熱制限内で最短時間になる軌道を選択するが, γ_i が固定されている場合, 変化させられるのは δ だけである。しかし式(19)より, β と δ が 1 対 1 に対応していることがわかるから, もはや δ を用いずに直接 β を変化させて軌道を選択することができる。

以上により, γ_i を固定した場合, 式(17)および式(18)を満足する P_l, α_l を求め, その値を用いて平均的発熱制限内で最も大きい β の値を探索することにより軌道が生成できる。この軌道生成は二重構造の数値探索を必要としないため, 短時間で行われる。

ここで γ_i を固定するということは, 評価関数を構成する際に複数個のアクチュエータの平均的発熱抑制項の比率を固定することであるから, 制限に抵触していない軸が抵触している軸を援助して, 一層高速に駆動できる可能性を放棄することになる。よって得られる解も厳密な最短時間解とはならない。しかし著者らが行った 2 自由度ロボットアームを対象とした数値計算例では, 各関節間の相互発熱抑制効果を利用した際の駆動時間は利用しない場合に比べて約 80% に短縮されるという結果を得ている⁽³⁾。相互発熱抑制効果を無視した方法の採択の可否は, 計算時間と駆動時間短縮の重要度の割合により決定されるべきであろう。

5. 線形・非保存系に適用した場合

軌道生成を行う対象が定係数線形微分方程式で表される場合, 五次エルミート多項式内挿関数近似法では, 各区間を通過する時間 T_l を固定すると, 反復計算を行わずに一次探索を実行することができる。これについて, 以下に説明する。

式(1)が定係数線形微分方程式であるということは, $C_{ijk} = 0$ であつ M_{ij}, D_{ij}, G_i が定数ということである。よって式(1)は次のようになる。

$$u_i = M_{ij} \ddot{q}^j + D_{ij} \dot{q}^j + G_i \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで, 式(3)の評価関数を次のように変形する。

$$\begin{aligned} J &= T + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{1}{T} \int_0^T u_i^2 dt \\ &= T + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{l=1}^m \int_0^{T_l} u_i^2 d\tau \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

式(4)の区間 l における要素を $q^j = R_l^{js} N_{ls}$ と表すことにすると, 評価関数(21)中の積分項は次のように変形される。

$$\begin{aligned} \int_0^{T_l} u_i^2 d\tau &= \int_0^{T_l} (M_{ij} \ddot{q}^j + D_{ij} \dot{q}^j + G_i)^2 d\tau \\ &= A_{ijkls} R_l^{js} R_l^{kt} + B_{ijls} R_l^{js} + G_i^2 T_l \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} A_{ijkls} &= M_{ij} M_{ik} \int_0^{T_l} \ddot{N}_{ls} \ddot{N}_{lt} d\tau \\ &\quad + D_{ij} D_{ik} \int_0^{T_l} \dot{N}_{ls} \dot{N}_{lt} d\tau \\ &\quad + 2M_{ij} D_{ik} \int_0^{T_l} \ddot{N}_{ls} \dot{N}_{lt} d\tau \quad \dots\dots\dots (23) \\ B_{ijls} &= 2G_i \left(M_{ij} \int_0^{T_l} \ddot{N}_{ls} d\tau + D_{ij} \int_0^{T_l} \dot{N}_{ls} d\tau \right) \quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

であり, A_{ijkls}, B_{ijls} は解析的に求めることができる。以上により評価関数(21)は次のようになる。

$$\begin{aligned} J &= T + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{l=1}^m (A_{ijkls} R_l^{js} R_l^{kt} \\ &\quad + B_{ijls} R_l^{js} + G_i^2 T_l) \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここで $R_i^s = R_i^{s-1}$ ($s=2, 4, 6$) であることに注意して

$$\begin{aligned} \frac{dJ}{dR_i^s} &= \frac{\partial J}{\partial R_i^s} + \frac{\partial J}{\partial R_i^{s-1}} \\ &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^n \lambda_t \{ 2(A_{ijhtst} + A_{ijht-1s-1t}) R_i^t \\ &\quad + (B_{ijts} + B_{ijt-1s-1t}) \} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

となる。さらに R_i^s の要素を並べ変えて、

$$\mathbf{y} = [q_0^T, \dots, q_m^T, \dot{q}_0^T, \dots, \dot{q}_m^T, \ddot{q}_0^T, \dots, \ddot{q}_m^T]^T \dots (27)$$

なるベクトルを定義すると、このベクトル $\mathbf{y}$ に対する評価関数 J のこう配は、式(26)を重ね合わせることににより次式の形で求めることができる。

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{b} \dots\dots\dots (28)$$

ベクトル $\mathbf{y}$ の要素は、最適化される未知変数と軌道が満たすべき条件から決まる既知定数とを両方含んでいる。そのうち未知変数部を $\mathbf{y}_1$ 、既知定数部を $\mathbf{y}_2$ とし、式(28)を次のように並べ変えて分解する。

$$\begin{bmatrix} \partial J / \partial \mathbf{y}_1 \\ \partial J / \partial \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

ベクトル $\mathbf{y}_1$ に対する評価関数 J の停留条件は、上式より次のようになる。

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{A}_{11}^{-1} (-\mathbf{A}_{12}\mathbf{y}_2 - \mathbf{b}_1) \dots\dots\dots (30)$$

この式を解くことにより、最適解を反復計算を行わずに解くことができる。

6. 3自由度スカラ形ロボットアームへの適用

上記の解法を3自由度スカラ形ロボットアームへ適用する方法を以下に述べる。解析対象とする3自由度スカラ形ロボットアームを図2に示す。ロボットアームの姿勢は次の関節座標により表される。

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T \dots\dots\dots (31)$$

図2 3自由度スカラ形ロボットアーム

ここで、 q_1 は第1軸の並進運動変位、 q_2, q_3 はそれぞれ第2, 3軸の回転運動変位である。この系の運動方程式は次式で表される。

$$u_1 = (m_1 + m_2 + m_3)(\ddot{q}_1 + g) \dots\dots\dots (32)$$

$$\begin{aligned} u_2 &= (I_2 + I_3 + m_2 g_2^2 + m_3 l_2^2 + m_3 g_3^2 \\ &\quad + 2m_3 l_2 g_3 \cos q_3) \ddot{q}_2 + (I_3 + m_3 g_3^2 \\ &\quad + m_3 l_2 g_3 \cos q_3) \ddot{q}_3 - 2m_3 l_2 g_3 \sin q_3 \dot{q}_2 \dot{q}_3 \\ &\quad - m_3 l_2 g_3 \sin q_3 \dot{q}_3^2 \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3 &= (I_3 + m_3 g_3^2 + m_3 l_2 g_3 \cos q_3) \ddot{q}_2 \\ &\quad + (I_3 + m_3 g_3^2) \ddot{q}_3 + m_3 l_2 g_3 \sin q_3 \dot{q}_2^2 \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

ただし、 u_1 は第1軸の駆動力、 u_2, u_3 は第2, 3軸の駆動トルク、 m_i は第 i 軸質量、 I_i は第 i 軸慣性モーメント、 l_i は第 i 軸の腕長、 g_i は第 i 軸の軸端-重心間距離、 g は重力加速度である。各関節には摩擦を考慮していない。

図2のスカラ形ロボットアームの主な特徴を挙げる。と以下になる。

1. 第1軸はほかの軸と連成しない定係数線形微分方程式で表される。

2. 第2, 3軸は相互に連成しているが、重力の影響を受けず、また摩擦がないものと仮定しているため、保存系を構成している。

これらの特徴により、1軸と2, 3軸を分離して軌道を生成すれば、1軸に関しては反復を用いずに一次探索が行え、2, 3軸に関しては二重構造数値探索を行わずに軌道が生成できる。

以上の議論により、平均的発熱制限条件下における3自由度スカラ形ロボットアームの軌道生成方法を以下のように構成する。

1. 重み係数 λ_2, λ_3 を適当に決定する。
2. 上部の第2, 3軸のみについて、五次エルミート多項式内挿関数近似法により、次の評価関数を最小にする軌道を生成する。

$$J = T + \sum_{i=2}^3 \lambda_i \frac{1}{T} \int_0^T u_i^2 dt \dots\dots\dots (35)$$

3. 第2, 3軸のどちらかのみが平均的発熱制限一杯となり、ほかの軸は制限内となるように、駆動時間 T を調整する。この際、ベクトル $\mathbf{R}_j, \mathbf{P}_j$ を計算し直す必要はない。また、駆動時間の調整時に、区分時間 T_j の相対比は固定とする。

4. 第2, 3軸の軌道の区分時間 T_j を用いて、式(30)により第1軸の軌道を生成する。

5. 第1軸が平均的発熱制限に抵触する場合は、第1軸が平均的発熱制限一杯となるまで駆動時間を大きくする。

7. 軌道生成例

前章の方法で実際に3自由度スカラ形ロボットアームの軌道生成を行った。表1に計算に用いたロボットアームの諸元を示す。式(2)では平均的発熱制限条件を入力した二乗平均値に課しているが、ここではアクチュエータをDCサーボモータであるとし、入力に比例する電機子電流の二乗平均値に制限を課した。次に、図3に計算に用いた仕事を示した。仕事は左上の姿勢から右下の姿勢まで6点の中間点を經由して到達する位置決めであり、軌道分割数 m は7とした。図中に表示した数値は既知定数として規定されている状態変数

表1 ロボットアーム諸元

		1st arm	2nd arm	3rd arm
Arm length	$l_j[m]$	—	0.210	0.210
Mass center position	$g_j[m]$	—	0.100	0.100
Mass	$m_j[kg]$	8.90	8.80	2.30
Moment of inertia	$I_j[kgm^2]$	—	0.550	0.0470
		1st joint	2nd joint	3rd joint
Torque factor	$K_{tj}[Nm/A]$	5.15	11.8	1.63
Gear ratio	N_j	17.0[rad/m]	1.00	1.00
Coil resistance	$R_j[\Omega]$	2.90	1.00	1.00
Limit of RMS current	$\bar{i}_{maxj}[A]$	4.20	4.20	4.20

図3 計算対象とした仕事

である。始点、中間点、終点における変位はすべて規定されており、始点、終点においてはさらに速度、加速度まで零と規定している。初期、終端加速度を零とするのは、ロボットアーム機構部の弾性に起因する振動を抑圧する目的で広く用いられている手法であり、より実用性をもたせるために導入した。

上記の問題において、3軸すべてを五次エルミート多項式内挿関数近似法の基本理論を用いて同時に軌道計画する方法と、第6章で述べた高速計算法の2通りの方法で軌道生成を行った。計算はすべてHP 9000 Series 300で行った。結果は、前者の計算時間が15 645秒かかったのに対し、後者は999秒であり、6%へと短縮された。図4には得られた解の先端経路を示した。先端経路は各中間点を結ぶ滑らかな曲線を描いていることがわかり、得られた解が妥当なものであることを示している。図5には、各関節駆動モータの変位、電機子電流および電圧を示した。変位の波形はやはり滑らかに中間点をつなぐ軌道となっている。電流波形からは、各モータの電流の瞬間最大値が極端なビ

表2 計算結果

Access time	T[s]	0.563		
RMS current	$\bar{i}_j[A]$	4.03	4.20	1.42
Limit of RMS current	$\bar{i}_{maxj}[A]$	4.20	4.20	4.20
$\bar{i}_j/\bar{i}_{maxj} - 1$		-0.040	0.000	-0.662

図4 先端経路

図5 関節駆動モータの変位, 電流および電圧

ークを持たず, 二乗平均制限値 (4.2 A) の2倍程度に納まっていることがわかる。一般的なサーボモータの瞬間最大電流制限値は電流の二乗平均制限値の3~5

倍となっており, 十分に実用的な解となっている。同時に電圧の瞬間最大値も180 V程度となっており, 大規模な昇圧回路の導入なしに実現できる範囲内にある。表2には, 得られた解の駆動時間, 各モータの電流二乗平均値, 電流二乗平均制限値, 二乗平均値を制限値で除して1を減じた値を示した。最後の値は制限に抵触しているかどうかを示すもので, 符号が正であれば制限を超えており, 負であれば制限以下, 零であれば制限値とちょうど一致していることを意味する。表より第2軸のみが電流の二乗平均制限値と同じ値を生成し, ほかの軸は制限以下の動作を行っていることがわかる。

8. 結 論

本報告では, 電源電圧制限がなく平均的発熱制限条件下にある3自由度ロボットアームの最短時間軌道生成問題に対して五次エルミート多項式内挿関数近似法を定式化した。特に本解法は保存運動機構系に対しては, 評価関数中におけるモータ間の重み比が一定ならば二重構造の探索を行うことなしに高速に最適軌道解を求めることが可能であり, また線形系では最適軌道解が解析的に求められることを明らかにした。そして保存系と線形系の運動機構から構成される3自由度スカラ形ロボットアームに対しては本解法を用いて高速に最適軌道を生成できることを示した。本解法により具体的な軌道計画を実行した結果, 従来法に対して一けた以上の計算時間短縮効果が得られた。また, 得られた解におけるモータの入力電流・電圧とも実現可能な範囲内にあり, 提案した解法が実用的なものであることを示した。

文 献

- (1) Cooper, E.S., *IEEE Trans. Magnetics*, 24-3(1988), 2081.
- (2) 寺本・小野, 機論, 57-543, C(1991), 3475.
- (3) 寺本・ほか2名, 機論, 57-544, C(1991), 3869.
- (4) 黒田・高野, 昭和62年度精密工学会秋期大会学術講演会論文集, (1987-10), 111.