地震下における円筒殻の動的座屈解析*

(第1報, 理論検討と初期不整の影響評価)

伊藤 智博^{*1}, 藤田 勝久^{*1}, 永田 薫^{*2}
馬場 金司^{*3}, 越智 真弓^{*3}

Study on Dynamic Buckling Simulation Methodology for Cylindrical Shell due to Seismic Excitation (1st Report, Evaluation of Influence of Initial Imperfection)

Tomohiro ITO, Katsuhisa FUJITA, Kaoru NAGATA,
Kinji BABA and Mayumi Ochi

The containment vessel of a nuclear power plant, the LMFBR reactor vessel and a tall cylindrical tower are thin cylindrical shell structures of large diameter. Development of an evaluation technology for dynamic buckling of these structures due to wind or seismic loading is becoming very important. Some research works have been conducted recently, but the analysis generally requires unpractically large amount of CPU time. The development and the utility of a practical dynamic buckling analysis code using FEM, in which lumped masses, initial imperfection, and so on, can be taken into account, are reported here.

Key Words: Dynamic Buckling, FEM, Random Excitation, Lumped Mass, Initial Imperfection

1. ま え が き

原子力・化学プラントや石油コンビナートなどの各種プラントにおいては、原子炉格納容器、原子炉容器、LNGタンクなどの各種大形円筒構造物が見られる。また円筒構造をした高層タワーの建設も最近数多く見受けられる。これらの大形円筒構造は、大口径・薄肉化する傾向にあり、風あるいは地震などの動的荷重に対する座屈評価の必要性が増している。このような薄肉円筒構造物の動的座屈評価技術については、近年国内・外で研究開発が進められているが、解析に膨大な時間を要するなど実用的な評価技術はいまだ開発段階にあるといえる。八巻・谷・千葉らは各種静的荷重と固有振動特性の関係や水平加振時の円筒貯槽の動的不安定について実験および解析により検討している^{(1)~(4)}。また、Combescure⁽⁵⁾は疑似軸対称要素を用いた円筒貯槽の静的および動的座屈解析を行い実験値と比較している。Liuらは、パラメトリック励振の考

え方を解析手法に導入し、千葉ら⁽³⁾の実験結果と比較し良く一致していることを報告している⁽⁶⁾。

これまで、著者らは、各種諸元の円筒容器を用いて実験的に動的座屈挙動の検討を行ってきたが^{(7)~(11)}、ここでは円筒容器を連続体として取扱い、胴部の局所集中質量および初期不整が取扱える有限要素法による動的座屈シミュレーション手法の開発を行うとともに、その実用性の検討を行った結果を報告する。

2. 解 析 法 の 概 要

2.1 基礎方程式

2.1.1 解析モデル ここでは、軸対称円筒容器を解析対象とした。図1に解析モデルを示す。円筒座標系 (r, θ, z) で定式化を行った。

2.1.2 構造系の定式化 構造系を図2に示す境界 Γ_N, Γ_D で囲まれた領域 Ω_s で定義する。支配方程式は次式となる。

$$\rho_s \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} + b_i \quad \text{in } \Omega_s \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 ρ_s : 構造系の密度、 U_i : 変位、 σ_{ij} : 応力、 X_j : 座標、 b_i : 物体力。壁面での境界条件は次式で与えられる。

$$\sigma_{ij} n_j | \Gamma_N = f_i \quad \cdots \cdots (2)$$

* 平成3年4月1日 第68期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成3年11月7日。

^{*1} 正員、三菱重工業(株)高砂研究所 (〒676 高砂市荒井町新浜2-1-1)。

^{*2} 正員、三菱重工業(株)神戸造船所 (〒652 神戸市兵庫区和田岬町1-1-1)。

^{*3} 三菱重工業(株)SI部 (〒652 神戸市兵庫区和田岬町1-1-1)。

$$U_i | \Gamma_D = U_i^0 \dots \dots \dots (3)$$

ここに, $\mathbf{n}_j$: 外向き単位法線ベクトル, f_i : 外力.

2・1・3 ひずみ, 応力成分 図3のように, 要素座標系における変位を定義する. ひずみは, 次式のように線形項と非線形項に分けて表し, 線形項はさらに膜成分と曲げ成分に分けて表す.

$$\varepsilon = \varepsilon_L + \varepsilon_{NL}/2 \dots \dots \dots (4)$$

$$\varepsilon_L = \varepsilon_L^m + \zeta \chi_L^b \dots \dots \dots (5)$$

ここに, ε_L , ε_{NL} , ε_L^m はそれぞれ, ひずみの線形項, 非線形項, 線形項の膜成分, t : 板厚, ζ : 図3に示す要素の法線方向座標 ($-t/2 \leq \zeta \leq t/2$), χ_L^b : 線形項の曲げ成分である.

また, 式(4), (5)における ε_L^m , χ_L^b , ε_{NL} の各成分は次式となる.

$$\varepsilon_L^m = \begin{Bmatrix} \varepsilon_s^m \\ \varepsilon_\theta^m \\ \gamma_{s\theta}^m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial s \\ 1/r(w \cos \Psi + u \sin \Psi + \partial v / \partial \theta) \\ 1/r(r \partial v / \partial s + \partial u / \partial \theta - v \sin \Psi) \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

$$\chi_L^b = \begin{Bmatrix} \chi_s^b \\ \chi_\theta^b \\ \chi_{s\theta}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial \beta / \partial s \\ 1/r^2(-\partial^2 w / \partial \theta^2 + r \beta \sin \Psi \\ + \partial v / \partial \theta \cos \Psi) \\ 2/r^2(r \partial \beta / \partial \theta + \partial w / \partial \theta \sin \Psi \\ + r \partial v / \partial s \cos \Psi - v \sin \Psi \cos \Psi) \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

$$\varepsilon_{NL} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_s^{NL} \\ \varepsilon_\theta^{NL} \\ \gamma_{s\theta}^{NL} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\partial u / \partial s)^2 + (\partial v / \partial s)^2 + (\partial w / \partial s)^2 \\ 1/r^2[(\partial w / \partial \theta - v \cos \Psi + \partial u / \partial \theta - v \sin \Psi)^2 \\ + (w \cos \Psi + u \sin \Psi + \partial v / \partial \theta)^2] \\ 2/r[\partial w / \partial s(\partial w / \partial \theta - v \cos \Psi) + \partial u / \partial s(\partial u / \partial \theta - v \sin \Psi) \\ + \partial v / \partial s(w \cos \Psi + u \sin \Psi + \partial v / \partial \theta)] \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (8)$$

ここで, s は図3に示すように, 要素に沿った座標である.

また, 面外せん断ひずみ ε_x を次式と仮定する.

$$\varepsilon_x = \partial w / \partial s + \beta \dots \dots \dots (9)$$

薄肉シェルの場合のロッキング現象を避けるためこれらは要素中央の一点積分により評価する. 薄肉シェルでは, $\varepsilon_x = 0$ すなわち次式が成り立つ.

$$-\partial w / \partial s = \beta \dots \dots \dots (10)$$

2・1・4 節点変位 ここでは, (u, v, w, β) を各々要素内で一次式で表し, また周方向については軸対称構造の特徴を利用し次式のように, Fourier 級数で展開した.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \beta \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \cos k\theta & 0 \\ \sin k\theta & 0 \\ \cos k\theta & 0 \\ 0 & \cos k\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_k^s \\ v_k^s \\ w_k^s \\ \beta_k^s \end{Bmatrix} + \sum_{l=1}^N \begin{bmatrix} \sin l\theta & 0 \\ \cos l\theta & 0 \\ \sin l\theta & 0 \\ 0 & \sin l\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_k^a \\ v_k^a \\ w_k^a \\ \beta_k^a \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (11)$$

図1 解析モデル

図2 領域と記号

図3 要素座標と変位

ここで、添字 s, a はそれぞれ対称項、非対称項を表す。

2・1・5 初期不整 円筒容器の座屈を論じる場合、周方向初期不整は無視できないため、本論文ではこの影響を考慮した。

式(8)に示すひずみの非線形項については、変位の双一次形式として次のように取扱うことができる。

$$\varepsilon_{NL}(u) = \varepsilon_Q(u, u) \cdots \cdots (12)$$

ここに、 Q は双一次形式を示す添字である。

いま、図4に示す軸対称座標 Ω_p を定義し、トータルラグランジュ系で軸対称系からの初期不整を δ として記述すると、変形 u に対するひずみは式(12)を考慮すると次式となる⁽¹³⁾。

$$\varepsilon = \varepsilon_L(u) + \varepsilon_Q(\delta, u) + \varepsilon_Q(u, u)/2 \cdots \cdots (13)$$

2・1・6 動的応答解析 以上の式(1)～(13)より、離散化した運動方程式は次式で与えられる。

$$[M_s]\{\ddot{U}\} + [C_s]\{\dot{U}\} + [K_s - K_c]\{U\} = \{f\} \cdots \cdots (14)$$

ここに、 M_s, C_s, K_s はそれぞれ構造系の質量、減衰、剛性マトリックス、 $\{f\}$ ：外力ベクトルである。また、 $[K_c]$ は幾何剛性マトリックスで次式で与えられる。

$$[K_c] = [K(\sigma)] + [K(u)] \cdots \cdots (15)$$

ここに、 $[K(\sigma)], [K(u)]$ はそれぞれ、応力、変位に基づく幾何剛性マトリックスである。

式(14)を直接積分で解く場合は、減衰マトリックス C_s は Rayleigh 減衰で与えることができる。一方、一般的なモーダル応答解析法を適用して解く場合は、モードごとの減衰比を与える。

2・2 座屈解析 直接法では、非線形成分を考慮すると計算の毎ステップごとに剛性マトリックスを作成して解く必要があり、多大な計算時間を要することになる。したがって簡便な手法としてはモーダル解析が有効である。このとき、幾何剛性としては、初期不整と静液圧などによる初期剛性のみを考慮する。式(14)を解き、得られた変形量に対して式(15)を求め、次式

の固有値問題として座屈の判定を行った。

$$([K_i] + \lambda[K_c])\{\phi\} = 0 \cdots \cdots (16)$$

ここに、 $[K_i]$ ：初期の剛性マトリックス、 $\{\phi\}$ ：座屈モードベクトル、式(16)で得られた固有値が、 $0 < \lambda < 1$ のとき、座屈が生じたものと判定する。

3. 解析例

ここでは、別途得られている動的座屈実験結果と比較し、解析手法の妥当性を検討した。実験方法の概要を以下に述べる⁽¹⁰⁾。

3・1 動的座屈実験 供試体として、スチール製の単純円筒を用いた。円筒頂部にははりとしての固有振動数を調整するために重りを取付けた。図5には、供試体の一例を示す。供試体を三次元大形振動台上に設置し全体加振することによって行った。入力波は、El Centro NS 波(1940年)を用い、入力加速度を段階的に増していき、そのつど地震応答を計測した。計測は円筒頂部の変位および加速度を主体とした。図6に計測点を示す。表1には、解析対象とした二つの供試体について寸法諸元を示す。 $R/t = 500$ ($R = 250$ mm, $t = 0.5$ mm) 一定とし、 l/R を 2.4, 1.5 の2種類のものについて検討した。

3・2 解析結果

3・2・1 解析モデル化 実験では、図5に示すように、円筒頂部に大きな重りを取付けているが、解析においても精度向上を計るため、この重りの厚さを有する一つの軸対称要素で模擬した。解析モデル化自身の妥当性を評価するため、あらかじめ供試体の固有振

表1 実験供試体の寸法諸元

No.	R/t	l/t	R(mm)	t(mm)	l(mm)	material
1	500	2.4	250	0.5	600	steel
2	500	1.5	250	0.5	375	steel

図4 変位の定義

図5 実験供試体例 ($l/R = 2.4$)

図6 計測点

動特性を検討した。固有振動数を表2に、一次振動モードの解析結果を図7に示す。これより、供試体の固有振動特性の解析値は実験値と良く対応しており、解析モデル化は妥当であることがわかる。

3・2・2 地震応答解析 座屈に至る前の入力加速

表2 一次モード固有振動数

	Exp.	Cal.
No. 1	14.4	14.7
No. 2	20.5	20.4

図7 一次固有振動数および振動モードの解析値と実測値 (No.1 供試体)

(a) 解析

(b) 実験

図8 変位の時刻歴応答波形の解析値と実測値 (No.1 供試体)

(a) 解析

(b) 実験

図9 加速度の時刻歴応答波形の解析値と実測値 (No.1 供試体)

度レベルにおける地震応答変位、加速度の時刻歴波形を図8および9にそれぞれ示す。微小レベルの応答値を除いた座屈に関わる振幅の大きい部分では、時刻歴波形の形状・振幅とも解析値と実験値は非常に良く一致しており、ここで示した解析手法の線形範囲の応答評価は妥当であることが確認できた。

3・2・3 座屈解析結果 動的座屈解析手法の妥当性を検討するため、表1に示す二つの供試体について座屈解析を行い、座屈時の変形モード、限界加速度などを求めた。このとき、周方向波数は20次まで考慮し、初期不整はなしとした。

図10、11に、座屈による変形モードの実験値および解析値をそれぞれ示す。座屈のしわは、加振直角方向に近い胴部の、高さ方向のほぼ中央部に数波生じ、いわゆるせん断形の変形モードを示している。実験では、座屈発生後も何秒間かの地震入力が継続して入るため、しわが発生するような大きな荷重が何回か振動状に加わる。そのため、しわの発生・ひきのばしが複数回繰返され、変形モードは不規則なものとなりやすい。したがって、変形モードが実験と解析とで完全に一致することは難しい。これらのことを考慮すると、今回得られた解析による変形モードは、胴部のしわの発生位置およびその広がりなどにおいて、実測値と良く対応していると考えられる。

図12には、 $L/R=2.4$ の供試体について、胴部に発生する応力分布の解析結果を示す。加振直角方向に近い部分の応力が大きくなっており、これは図10に示

(a) No.1 供試体 ($L/R=2.4$) (b) No.2 供試体 ($L/R=1.5$)

図10 実験による座屈時の変形モード

(a) No.1 供試体 (b) No.2 供試体

図11 FEMによる座屈時の変形モード

す座屈によるしわの発生部分と良く対応する。

図13には、頂部加速度と頂部変位の関係を示す。座屈に至る直前まで両者は線形関係を保ち、座屈後は加速度すなわち慣性力は低下し、変位は急増する現象を示す。線形領域においては、実験値と解析値は良く一致している。また、座屈発生時の最大加速度についても、実験値はばらつきを有すると考えると、解析と実験は比較的良く一致しているといえる。

以上より、本解析手法は、座屈時の限界加速度や変形パターンをかなり精度良く表しえており、円筒容器の地震動による動的座屈評価手法として有効であることがわかる。

次に、本解析手法を用いて、円筒容器の寸法諸元が動的座屈発生時の変形モードに与える影響について検討した。

3・2・4 円筒容器の寸法諸元と座屈時変形モード

図14に、 $l/R=2.4$ 一定とし R/t を変えた場合の、座屈時変形モードを示す。ここでは、 R 一定とし、板厚 t を0.5 mmと0.83 mmの2種類について、すなわち $R/t=300, 500$ の2種類について検討した。 R/t が小さくなると、しわの数が少なくなる傾向が見てとれる。

図12 FEMによる応力分布図 (No. 1 供試体)

図13 応答加速度と応答変位の関係

これは円筒のねじりに対する静的座屈解析結果と傾向は一致しており、本報告による動的座屈解析手法の妥当性を裏付けるものである⁽¹⁶⁾。

一方、図15には $R/t=500$ 一定とし、 l/R を変えた場合の座屈時変形モードを示す。ここでは、 R 一定とし、 l を考えることにより l/R を2種類に変化させた。これより、 l/R が小さいほど、しわの数が増える傾向があることがわかる。

次に、円筒容器の初期不整が動的座屈限界に与える影響について、本解析手法を用いて検討した。

3・2・5 円筒容器の初期不整と動的座屈限界 ここでは、 $R/t=500, l/R=2.4$ の円筒容器について、初期不整が動的座屈限界入力加速度および座屈時の変形モードに与える影響について検討した。初期不整は Δt

(a) $R/t=300$

(b) $R/t=500$

図14 $R/t=300, 500$ に対する座屈時変形モード

(a) $l/R=1$

(b) $l/R=1.5$

(c) $l/R=2.4$

図15 $l/R=1.0, 1.5, 2.4$ に対する座屈時変形モード

図16 初期不整量と限界入力加速度の関係 ($R/t=500, l/R=2.4$)

図 17 各種初期不整量に対する座屈時変形モード

図 18 $n=4, 8$ に対する座屈時変形モード

$\cos n\theta$ で与えた。ここに、 Δt は初期不整の最大値、 n は円周方向波数であり、 $2 \leq \Delta t/t \leq 10$ 、 $n=4, 6, 8$ について解析を行った。

図 16 に、これらのパラメータと座屈限界入力加速度の関係を示す。縦軸は、初期不整なしのときの座屈限界入力加速度で無次元化している。これによると、いずれの波数においても、初期不整が増加するとともに座屈限界入力加速度は低下する傾向を示している。板厚の 4 倍程度の初期不整で約 5% の座屈限界入力加速度の低下が見られる。また、円周方向波数の増加とともにその低下の割合は大きくなっている。なお、 $\Delta t/t$ が 1 前後では、座屈限界入力加速度は逆に増加する傾向を示しており、微小な初期不整は有利に作用することもあることを示しているが、これについては今後さらに検討を要する。

図 17 に、初期不整量と座屈時の変形モードの関係を $n=8$ の場合に示す。また、図 18 には、波数 n と変形モードの関係を示す。このように、初期不整が大きくなると座屈時の変形モードは、初期不整なしの場合に比べてその形がくずれ、変形が局部に集中する傾向を示す。また、同一初期不整量に対しても、波数 n が異なると変形モードも異なってくるのがわかる。

実際の構造物には、多少なりとも初期不整があると考えられるため、設計時にはある程度の余裕を持たせる必要があることがわかる。なお、ここで述べた定量化については、曲げ座屈とせん断座屈とでは初期不整の影響度が異なるように、円筒容器の寸法諸元にも依存すると考えられるため、それぞれの構造物に対して検討を行う必要がある。

4. 結 論

本論文では、薄肉円筒殻が風荷重や地震動のようなランダム荷重を受ける場合の動的座屈評価手法の検討を行い、実験値と比較することにより、その妥当性を検討した。また、その解析手法を用いて、初期不整が動的座屈限界入力加速度に与える影響について検討を加えた結果、以下の事項が判明した。

(1) 本報で述べた動的座屈解析手法は周方向次数を 20 次までとしたが、円筒構造物の振動特性、線形領域での地震応答特性と合わせ、座屈限界応答値・座屈時変形モードまで精度良く評価し得ることが確認できた。

(2) 解析は、一般的なモーダル解析法を適用し計算時間の合理化を図っており、実用性に富む。

(3) 今回解析を行った寸法諸元および初期不整の波数の範囲では、初期不整が大きくなるとともに、また、不整の波数が増すとともに座屈限界入力加速度が低下する。

(4) 初期不整によって座屈時の変形モードは変化し得る。

文 献

- (1) 八巻, 機論, 50-449, C (1984), 3.
- (2) Tani, J., ほか 1 名, SMiRT 8th, K20-6(1985), 447.
- (3) 千葉・ほか 4 名, 第 26 回構造強度に関する講演会 (1986), 192.
- (4) Chiba, M., ほか 2 名, ASME, PVP, 4(1988), 241.
- (5) Combescure, A., SMiRT 9th, K14-1(1987), 781.
- (6) Liu, W., ほか 1 名, ASME, PVP, 157(1989), 35.
- (7) 藤田・ほか 2 名, 機論, 55-515, C(1989), 1634.
- (8) 藤田・ほか 2 名, 機論, 56-525, C(1990), 1101.
- (9) Fujita, K., ほか 2 名, ASME, PVP, 191(1990), 31.
- (10) 藤田・ほか 3 名, 機論, No. 900-59, D(1990-9), 195.
- (11) 藤田・ほか 2 名, 三菱重工技報, 27-6(1990), 564.
- (12) Fujita, K., ほか 4 名, Nuclear Eng. Design, 83(1984), 47.
- (13) 森島・ほか 5 名, 日本造船学会論文集, 168(1990), 433.
- (14) 伊藤・ほか 3 名, 機論, No. 910-17, C(1991), 86.
- (15) Kawamoto, Y., ほか 2 名, ASME, PVP, 175(1989), 97.
- (16) 長柱研究委員会, 弾性安定要覧, (1959), 572, コロナ社.