スクイズフィルムダンパを用いた軸のアンバランス限界についての
解析的研究*

(第1報, センタリングばねを有するダンパについて)

小林 正 生^{*1}Investigation into the Critical Unbalance of a Multi-Degree-of-Freedom
Rotor Supported by a Squeeze Film Damper
(1st Report, In the Case of a Damper with a Centering Spring)

Masao KOBAYASHI

Nonlinear unbalance response of a flexible rotor supported at one end by a squeeze film damper with a centering spring is studied for various amounts of unbalance. Oil film boundaries of squeeze film are assumed to be π and 2π . For each condition, there exists a critical unbalance above which the vibration becomes extremely large. The occurrence of the large vibration is explained by the fact that the damping force at a high eccentricity ratio becomes infinitely large and the damper acts as a simple support. In order to attain high reliability of rotor systems, the elimination of large vibration is quite important. In this paper, a design guideline of rotor systems is discussed by comparing the vibration characteristics of the rotor in the case of π and 2π film conditions.

Key Words: Squeeze Film Damper, Centering Spring, Vibration of Rotating Body, Nonlinear Vibration, Unbalance Response, Jet Engine Rotor

1. 結 言

航空エンジンやガスタービンの回転軸系には転がり軸受が多く用いられる。転がり軸受そのものには減衰作用がほとんどないことから軸の過大な振動を低減する目的でスクイズフィルムダンパが通常用いられ、こうした軸系ではほとんど唯一の減衰要素となっている⁽¹⁾。スクイズフィルムダンパについては古典潤滑理論⁽²⁾による特性が従来から用いられており、微小振幅時の最適設計の研究⁽³⁾⁽⁴⁾がされてきている。しかしその振動特性には強い非線形性があるため、さらに非線形現象を考慮した設計が必要となっている。

特に高い信頼性が要求される航空エンジンでは設計上重要と考えられるのが、特定の不釣り合い量以下では十分な減衰効果があるがそれ以上では減衰効果がなくなるという、ダンパの非線形性に起因するアンバランス限界⁽⁵⁾についてのものである。しかし解析上の制約から非線形性を考慮した最適設計は十分にはなされていたわけではなかった。

ダンパは構造上大きく、センタリングばねを持つタ

イプと持たないタイプの二つに分けられ大きな相違が存在する。前者については非常に多くの非線形振動の研究があり、剛体軸についてのもの^{(6)~(10)}、ジェフコットロータ^{(5)(11)~(13)}についてのものがある。しかしいづれも簡単な軸系でジャーナルがダンパ中心に同心円状にふれまわる場合で回転数成分のみの取扱いとなっている。またダンパ中心から偏心した場合についての研究⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾もあるが、一般的なエンジン軸系についてこれらの手法・結果を用いての検討はいまだ困難であるように思う。後者はCooksonがジェフコットロータ⁽¹⁶⁾、9質量系⁽¹⁷⁾について検討したものがあるが前者に比して研究が少なく、最適設計上重要になる限界特性について検討したものはまだない。さらにどの構造が良いかといった各種のダンパの得失まで言及された例はほとんどないのが現状である。

このため本研究ではスクイズフィルムダンパを用いた軸の振動特性の研究として、エンジン軸系に最も多いと思われる2軸受、1スクイズフィルムダンパで支持された弾性ロータをモデルとし、先に開発した調和バランス法に基づく多自由度非線形解析手法⁽¹⁸⁾を用いて静的変位および回転数成分の高調波を考慮した不釣り合い応答の高次非線形解を求めることとした。また得られた結果を相互に比較して効果的なダンパの

* 原稿受付 平成3年12月24日。

*¹ 正員, 石川島播磨重工業(株)技術研究所 (〒135 東京都江東区豊洲3-1-15)。

使用法について検討することとした。本報はそのうちセンタリングばねを有するダンパについて検討したものである。以下にその結果について報告する。

2. 記 号

本報で用いた主な記号を以下に説明する。

B : 減衰係数, ダンパの軸受パラメータ

c : ダンパ半径すきま

π : 円周率

μ : 油粘度

ω : 軸の回転角速度

3. スクィーズフィルムダンパの特性

3.1 近似油膜力について スクィーズフィルムダンパに発生する力は従来よりレイノルズ方程式による古典的な潤滑理論⁽²⁾を用いて研究が行われてきている。ここでは従来の手法を踏襲する。短軸受幅近似理論によるとレイノルズ方程式は次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

ここで h は油膜厚さで図1より次の関係がある。

$$\begin{aligned} h &= c - x \cos \theta - y \sin \theta + o(c^2/R) \\ &= c(1 + \varepsilon \cos \psi) \quad (2) \end{aligned}$$

式(1)を z (幅) 方向に積分すると次式が得られる。

$$p = 6\mu c/h^3 (\dot{\varepsilon} \cos \psi + \varepsilon \dot{\phi} \sin \psi) z(z-L) + p_0 \quad (3)$$

ここで積分定数 p_0 はダンパへの給油圧力になる。式(3)を z, ψ 方向に、偏心方向とそれと直交する方向に分けて積分し油膜反力を求めると、

$$\begin{aligned} F_\varepsilon &= -\mu RL^3/c^2 (\dot{\varepsilon} A_2 + \varepsilon \dot{\phi} A_1) \\ F_\phi &= -\mu RL^3/c^2 (\dot{\varepsilon} A_1 + \varepsilon \dot{\phi} A_3) \quad (4) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{\sin \psi \cos \psi}{(1 + \varepsilon \cos \psi)^3} d\psi \\ A_2 &= \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{\cos^2 \psi}{(1 + \varepsilon \cos \psi)^3} d\psi \quad (5) \end{aligned}$$

図1 記号の取り方

$$A_3 = \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{\sin^2 \psi}{(1 + \varepsilon \cos \psi)^3} d\psi$$

となる。式(5)の圧力積分範囲 $[\psi_1, \psi_2]$ は油膜の状態によって異なってくる。油膜の状態についてはいくつかの研究⁽⁹⁾⁽²⁰⁾があり、給油条件、ジャーナルの振幅などに依存することがわかっている。油膜の存在する領域は π (半周) $\sim 2\pi$ (全周) となるものと考えられるがここではその両極端な場合として、次の二つの近似モデルによる特性を考えた。

3.2 2π フィルムモデル 給油圧力が十分高く式(3)の油膜の発生圧力が油の飽和蒸気圧 (空気の混入している場合は大気圧) 以下にならない場合、全周で油膜破断がないと仮定できる。この場合、 $\psi_1 = 0, \psi_2 = 2\pi$ より $A_1 = 0$ となり、式(4)は次式となる。

$$\begin{aligned} F_\varepsilon &= -\frac{\pi \mu RL^3}{c^2} \frac{1 + 2\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{5/2}} \dot{\varepsilon} \\ F_\phi &= -\frac{\pi \mu RL^3}{c^2} \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \varepsilon \dot{\phi} \quad (6) \end{aligned}$$

3.3 π フィルムモデル 式(3)において給油圧力 P_0 が発生する油膜圧力変動と比較して十分に低い場合には、近似的に半周にわたって油膜破断 (キャビテーション・気泡発生) が生じて圧力が発生せず、油膜が存在する残り半周でのみ圧力が発生する状態となる。この場合は式(3)から、正の圧力の発生領域がジャーナルの速度に依存し時間とともに変化することになり、

$$\dot{\varepsilon} \cos \psi + \varepsilon \dot{\phi} \sin \psi \leq 0 \quad (7)$$

が積分範囲となる。このため ψ_1 を次式にとり、

$$\tan \psi_1 = -\dot{\varepsilon} / \varepsilon \dot{\phi} \quad (8)$$

ただし、 $\psi_3 = \psi_1 + \pi/2$ とした場合、 $\dot{\varepsilon} \cos \psi_3 + \varepsilon \dot{\phi} \sin \psi_3 \leq 0$ となるように ψ_1 を選ぶ。したがって、 $\psi_2 = \psi_1 + \pi$ において、式(5)を積分すると次式のように積分定数が求まる。

$$\begin{aligned} A_1 &= \left[\frac{1 + 2\varepsilon \cos \psi}{2\varepsilon^2(1 + \varepsilon \cos \psi)^2} \right]_{\psi_1}^{\psi_2} \\ &= \left[\frac{\sin^2 \alpha + 2\varepsilon \cos \alpha}{2(1 - \varepsilon)^2} \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \\ A_2 &= \frac{1}{2(1 - \varepsilon^2)^{5/2}} \left[(2\varepsilon^2 + 1)\alpha \right. \\ &\quad \left. - 4\varepsilon \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \\ A_3 &= \frac{1}{2(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left[\alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} \quad (9) \end{aligned}$$

ここで α は次の Sommerfeld 変換⁽¹⁹⁾、

$$\cos \alpha = \frac{\varepsilon + \cos \psi}{1 + \varepsilon \cos \psi} \quad (10)$$

により定まる値であるが変換において、 α を ψ の一価

関数とするため α の値域を拡大し, $\psi_2 > \psi_1$ 時に $\alpha_2 > \alpha_1$ となるようにしている。

特別な場合としてジャーナルがダンパすきま円の中心から同心円状にふれまわる ($\dot{\epsilon} \ll \epsilon \dot{\phi}$) 場合は式(7)から積分領域は $[\pi, 2\pi]$ となり, 同心時の π フィルムモデルとしてよく知られた次式が得られる⁽⁶⁾。

$$F_{\epsilon} = -\frac{\mu RL^3}{c^2} \left[\frac{\pi(1+2\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)^{5/2}} \dot{\epsilon} + \frac{2\epsilon}{(1-\epsilon^2)^2} \epsilon \dot{\phi} \right]$$

$$F_{\phi} = -\frac{\mu RL^3}{c^2} \left[\frac{2\epsilon}{(1-\epsilon^2)^2} \dot{\epsilon} + \frac{\pi}{2(1-\epsilon^2)^{3/2}} \epsilon \dot{\phi} \right]$$

.....(11)

4. 解析モデル

4.1 ダンパの軸受パラメータ 以上の 2π , π フィルム [式(6)と式(4), (9)] の二つのモデルを用いて軸振動を検討した。整理にあたり, 特にアンバランス限界特性を含めた非線形振動最適化の観点からダンパの減衰係数の指標として次の軸受パラメータ⁽³⁾：

$$B = \pi \mu R (L/c)^3 \dots \dots \dots (12)$$

を用いることとした。偏心率 0.0 の状態で 2π フィルム条件のダンパでは減衰係数は B に等しく, π フィルム条件のダンパでは $B/2$ となる。なおダンパ半径すきま c は $150 \mu\text{m}$ を標準すきまとし, そのほかに $300 \mu\text{m}$, $50 \mu\text{m}$ についても検討を行った。

4.2 計算軸モデル 図2の2軸受で片側にスキューズフィルムダンパ (センタリングばね付) を設けた構成で, 使用回転数範囲 ($30\,000 \text{ rpm}$) に単純支持一次の固有振動数が入る弾性ロータについて検討した。またセンタリングばねは $7.2 \times 10^6 \text{ N/m}$ の等方剛性を持つものとした。なおダンパ部の軸受静荷重は 13.4 N で沈込み偏心量は $1.86 \mu\text{m}$ である。またボールベアリングの剛性は本来非線形であるがダンパと比べ剛性は十分高く影響は微小と考え, $1 \times 10^8 \text{ N/m}$ 一定とした。不釣合いは A 部に付加する。軸系のダンパ側支持剛性を変化させた場合の不減衰危険速度線図を図3に示す。

支持剛性をボールベアリングだけ ($1 \times 10^8 \text{ N/m}$ 程度) とすると一次危険速度では軸剛性に比して剛性は

図2 計算モデル軸系

十分に剛で単純支持状態に近い。このためダンパ側は簡易的にボールベアリング剛性を無限大とし, センタリングばねとそれと並列に置かれるダンパのみでモデル化した。なお一次危険速度はダンパ部側の支持剛性をセンタリングばねの剛性に等しく取ると, $17\,400 \text{ rpm}$, また無限大 (単純支持) とすると $21\,400 \text{ rpm}$ になる。

次にセンタリングばねと並列に置かれるダンパの減衰 B を考慮した場合について, 減衰固有振動数および減衰比の変化を図4に示した。二次モードは減衰係数が $4 \times 10^3 \text{ Ns/m}$ 程度で過減衰化し, 一次モードについては最適な減衰値 (線形解析における) が存在する。またこの最適減衰をはさんで減衰固有振動数がほぼ $17\,400 \text{ cpm}$ から $21\,400 \text{ cpm}$ に変化していることがわかる。

図3 計算モデル軸の不減衰危険速度線図

図4 減衰固有振動数と減衰比 (回転数 $2 \times 10^4 \text{ rpm}$)

4.3 解析手法 本解析では線形部分構造(回転軸)を非線形要素(スクィーズフィルムダンパ)の接続点の自由度まで縮小し、非線形要素に働く力の釣合いについてDFT, FFTとニュートン・ラプソン法を用いた調和バランス法によって解く非線形定常応答解析手法⁽¹⁸⁾を用いた。本手法では軸受における相対変位と軸受力を時間領域で微小摂動させて非線形解を求めるため、摂動に対し不安定な解(分枝)には収束しない特長がある。このため非線形解析で求解後に通常必要となる分枝の安定判別は行う必要がない。

ここでは先に述べた理由からダンパを持たない側のボールベアリングは線形軸受として取扱い、スクィーズフィルムダンパを持つ側の軸受のみ非線形軸受として取扱って非線形解析を行った。

5. 解析結果

5.1 2π フィルムモデル 非線形解析結果について以下に示す。図5は軸受パラメータ $B=5.63 \times 10^2$ Ns/mの 2π フィルム特性の半径すきま $150 \mu\text{m}$ のダンパを用いた場合の例である。不釣合いをパラメータにとってA, B部(ダンパ部)の軸回転数成分の応答の変化をそれぞれ図(a), (b)に示した。図(a)からは不釣合いの増加に従って、最大応答を生じる回転数はセンタリングばねによって決まる危険速度からほぼ単純支持状態の危険速度に移行し、しかも応答が極めて大きくなってダンパがもはや制振要素として機能しなくなる現象が顕著に読みとれる。なおこのときの最大振幅は回転数の刻みを細かくすればするほど大きな値が計算され有限値に収まらない傾向となる。

このような現象をアンバランス限界⁽⁵⁾と呼ぶ。した

がって、この場合のアンバランス限界値は $10 \text{ g}\cdot\text{cm}$ から $15 \text{ g}\cdot\text{cm}$ の間にあることになる。この現象は次のように説明できる。ダンパの減衰係数は式(6)に示すようにダンパのふれまわり偏心率に大きく依存し、最適減衰以下のダンパでは特定の振幅(偏心率)で最適減衰以内で力が釣合うが、特定の不釣合い以上では最適減衰を超えて大きな偏心率となる(特に偏心率1.0近くでは急激に減衰比が低下する)。軸応答はダンパ部の振幅の増大と減衰比の低下との相乗効果によって振幅が急激に変化したものと解釈できる。これは図5(b)の限界以上ではダンパ振幅がすきま円一杯(理論上減衰係数は無限大まで増大する)近くになることからわかる。

次に各種軸受パラメータごとに、非線形性の影響を明確にするためA部の回転数成分の応答 x_A を不釣合い u で割った値を u をパラメータにとって図6に整理した。軸受パラメータ B は一次モードについて最適減衰以下、ほぼ最適減衰、最適減衰以上としている(図3参照)。いずれも不釣合いが大きくなるにつれ非線形性の影響が顕著になるが、特定量の不釣合い以上で振幅が急増することがわかる。この傾向は B の小さな場合に危険速度が線形的に予測される値より単純支持状態の値に移行するためより明確に現れる。こうした限界値を超えるとダンパの制振効果がほとんどなくなり、きわめて大きな応答となるためアンバランス限界値は軸・ダンパ振動系の重要な特性を示している。

5.2 π フィルムモデル 図7に図5と同じ条件($B=5.63 \times 10^2$ Ns/m, $c=150 \mu\text{m}$)でダンパ特性が π モデルの場合について、軸A, B部(ダンパ部)の軸回転数成分の応答の変化をそれぞれ(a), (b)に示し

(a) 軸A部の応答振幅

(b) 軸B部(ダンパ部)の応答振幅

図5 不釣合いを変えた場合の軸各部の応答の変化(2π モデル, 回転数成分, $c=150 \mu\text{m}$)

た。この場合には図から明らかなように双安定(bistable)な現象が顕著に現れている。双安定現象を生じ始める段階(この場合3 g-cm)では軸振動はまだ極端に大きくはないが、さらに不釣合いが大きくなり5 g-cmになるとアンバランス限界値以上となり、極めて大きな応答となる。また図7(b)においては図5(b)同様アンバランス限界以上ではジャーナルがダンパすきま円一杯にふれまわるようになる。

また次に各種軸受パラメータごとに、前節同様に軸A部の回転数成分の応答を図8に整理した。 π モデルでは双安定が生じる場合は危険速度近傍で、小さな不釣合いでも極めて大きな応答となることがわかる。しかし常に双安定な現象が生ずるわけではなく、初期減衰(パラメータ B)に依存しており、 B が小さいほど

生じやすく、大きな B では逆に生じにくくなっていることがわかる。これは、双安定現象はダンパのふれまわり偏心率が大きいほど出現しやすいが、大きな B では偏心率がなかなか1.0近くになりにくいとめと考えられる。

また一般的には 2π モデルダンパより相対的にアンバランス限界が低い傾向にあることがわかる。

5.3 静的・高調波成分について 次に静的成分・高調波成分の発生について述べる。本解析では五次の高調波まで求めている。初期偏心が小さかったため回転数成分以外の成分は小さいが、傾向は初期偏心量によらず同じである。軸受パラメータ $B=0.563 \times 10^3$ Ns/mの場合について 2π , π モデルのダンパ部での回転数成分以外の成分をそれぞれ、図9, 10に示した。

図6 軸受パラメータによる軸A部の応答の比較(2π モデル, 回転数成分, $c=150\text{ }\mu\text{m}$)

(a) 軸A部の応答振幅

(b) 軸B部(ダンパ部)の応答振幅

図7 不釣合いを変えた場合の軸各部の応答の変化(π モデル, 回転数成分, $c=150\text{ }\mu\text{m}$)

不釣合いは 2π モデルで 15 g-cm , π モデルでは 5 g-cm で、いずれもアンバランス限界以上の場合である。静的成分について比較すると、 π モデルでは偏心は危険速度でほぼ零となるが 2π モデルでは必ずしも零となっていない。発生高調波成分はいずれも静的成分以下であるが、静的成分と二次成分には強い相関があり振幅が大きくなるとほとんど一致するようになることがわかる。また 2π モデルの場合には二次成分が相対的に大きくなる傾向がある。

5.4 アンバランス限界値についての検討 2π , π モデルで計算範囲で生じる軸 A 部の最大振幅を軸受パラメータ B を横軸にそれぞれ図 11, 12 に整理した。最大振幅とアンバランスは半径すきま c で標準化した。本図は $c=150\text{ }\mu\text{m}$ の場合で、この場合の u を括弧内に示した。前述のように応答がほとんど回転数成

分のため c による標準化が可能で、 $c=50, 300\text{ }\mu\text{m}$ の場合も本図とほぼ一致する。したがってこの場合、限界値は c にほぼ比例して大きくなることになる。なお図中●は双安定 (bistable) な現象が生じた条件を示した。図 11 と 12 を比較すると 2π , π モデルのアンバランス限界の特性は大幅に異なっていることがわかる。特に最適減衰以下の領域において π モデルではジャンプ現象によって小さな不釣合いでも極めて大振幅となるが、 2π モデルでは最適減衰以下でも比較的高いアンバランス限界値を有している。

したがって、センタリングばねのあるダンパを用いる場合、アンバランス限界値を上げるにはまず半径すきまをできるだけ大きく取ることが大切で、しかもダンパを最適減衰に設計しておくことが軸応答を最小にするうえで必要になる。またそれにあわせジャンプ現

図 8 軸受パラメータによる軸 A 部の応答の比較 (π モデル, 回転数成分, $c=150\text{ }\mu\text{m}$)

図 9 2π モデルでの静的・高調波成分

図 10 π モデルでの静的・高調波成分

図 11 最大応答振幅 (2 π モデル, 回転数成分) 図 12 最大応答振幅 (π モデル, 回転数成分)

象を防止し過大な応答を防止するため, できるだけ給油圧を高め 2π フィルム条件に近い状態で用いることが重要になる。実際の設計においてはブレードの飛散など, 課すべき最大アンバランスが既知である場合がある。したがってそれが許容できる程度にアンバランス限界を上げておくことが機械の回転信頼性を高めるうえでぜひとも必要になる。本計算結果はその具体例として非線形性を考慮したダンパの最適設計の指針を与えるものになると考える。

6. ま と め

使用回転数に単純支持一次の危険速度をもつ 2 軸受支持の軸系について, 片側をセンタリングばねを有するスキーズフィルムダンパで支持した場合のダンパ最適設計法について検討し, 以下の結論を得た。

(1) ダンパの減衰を最適に保ちながらダンパの半径すきまをできるだけ大きく取ることがアンバランス限界特性の改善, 応答振幅の低減に大切である。

(2) ダンパ油膜が破断する場合はダンパの減衰を線形解析における最適値以下にすると双安定 (bistable) 現象が生じやすく, これによってアンバランス限界は顕著に低下する。

(3) 2π フィルムモデルで計算するとより限界値が高まることから, 油膜破断が生じないように給油圧を高めるなどでこの条件に近づけることが重要である。

文 献

- (1) 宮地, 潤滑, 27-1 (1982), 9.
- (2) 堀, 振動工学ハンドブック, (1976), 985, 養賢堂.
- (3) 齊藤・小林, 機論, 48-436, C (1982), 1883.
- (4) 古池・石原, 機論, 53-495, C (1987), 2236.
- (5) 齊藤, 機論, 49-446, C (1983), 1869.
- (6) White, D. C., IME, Conference on Vibration in Rotating Systems, (1972), 213.
- (7) Gunter, E. J., Barrett, L. E. and Allair, P. E., Trans. ASME, J. Lubr. Tech., 99-1 (1977), 57.
- (8) Holmes, R. and Dede, M., NASA Conf. Proceeding 4th Workshop on Rotordynamic Instability Problems at Texas A & M, (1986).
- (9) Simandiri, S. and Hahn, E. J., Trans. ASME, J. Eng. Ind, 98-1 (1976), 109.
- (10) Hann, E. J., ASLE Trans., 24-2 (1981), 239.
- (11) Rabinovitz, M. D. and Hahn, E. J., Trans. ASME, J. Eng. Power, 99-4 (1977), 552.
- (12) Rabinovitz, M. D. and Hahn, E. J., Trans. ASME, J. Eng. Power, 105-3 (1983), 487.
- (13) Taylor, D. L. and Kumar, B. R. K., Trans. ASME, J. Eng. Power, 105-3 (1983), 551.
- (14) McLean, L. J. and Hahn, E. J., Trans. ASME, J. Lubr. Tech., 105-1 (1983), 22.
- (15) Xuhai, Li. and Taylor, D. L., ASME Paper, 86-GT-164 (1986).
- (16) Cookson, R. A. and Kossa, S. S., Trans. ASME, J. Eng. Power, 103-4 (1981), 781.
- (17) Coolson, R. A. and Xin-Hai, Feng, ASME paper, 82-DT-218 (1982).
- (18) 小林・齊藤・山内, 機論, 57-533, C (1991), 1.
- (19) Ocvirk, F. W., NACA TN-2808, Oct. (1952), 1.
- (20) Zeiden, F. Y. and Vance, J. M., NASA Conf. Proceedings 5th Workshop on Rotor Dynamics, (1988), II-41.