デルタオペレータ表現に基づく単純適応制御系の 構成とそのDDサーボ系への適用*

大塚 弘文^{*1}, 岩井 善太^{*2}
中牟田 慶^{*3}, 水本 郁朗^{*2}

Simple Adaptive Control System based on a Delta Operator Model and its Application to DD Servo System

Hirofumi OHTSUKA, Zenta IWAI,
Kei NAKAMUTA and Ikurou MIZUMOTO

Simple adaptive control (SAC), one of the newly approved robust adaptive control methods, has recently been attracting increased interest for its simplified adaptive controller structure and attractive performance characteristics, such as robustness to a class of bounded disturbances and unmodelled dynamics. To date, the design procedures of SAC have mostly been discussed with respect to the case of continuous-time systems. As to discrete-time SAC systems, less attention has been paid to the physical realizability of the control system and the nonminimum phase zeros arising from sampling rate. This paper deals with the basic stability problem and the robustness of the SAC systems described by a delta operator model. The advantages of the new digital algorithm based on a delta operator representation include the physical realizability of the adaptive controller and applicability to systems with rapid sampling. The experimental results demonstrate the stability and robustness of implementation of the proposed algorithm with the electromechanical servo system using the direct drive (DD) motor.

Key Words: Adaptive Control, Stability, Robotics, Computer Control, Simple Adaptive Control, Delta Operator, Direct Drive Motor

1. 結 言

これまでに提案されているロバスト適応制御手法⁽¹⁾⁽²⁾と比べ適応制御構造が簡単でしかも外乱や寄生要素に対するロバスト性がある点で最近注目されている適応制御手法に単純適応制御(Simple Adaptive Control; 以下SACと略記)がある。これは、連続系に対し最初にSobelら⁽³⁾により提案され、その後Bar-Kana^{(4)~(9)}らにより多くの拡張が試みられた方法である。SACはASPR(Almost Strict Positive Realness)条件、すなわち定数出力フィードバック(一般には動的補償器を使用した出力フィードバックでよいが⁽⁸⁾、以下では議論を簡明にするため定数出力フィードバックに限定している)により閉ループ系が強正実(SPR)となる条件を満たすプラントに対してのみ適用可能である。この条件は実際のプラントに対しては非常に厳しい条件となるが、最近、並列フィードフォワード補償(PFC)の付加でこの条件が大幅に緩和できること

が、岩井ら⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾によって示されている。

さて、計算機制御に適した離散系として表現されているプラントに対するSACもBar-Kana⁽¹²⁾⁽¹³⁾によって考察されている。ただ、連続系の場合と異なり、プラントのパルス伝達関数がASPRであるためには、その伝達関数が直達項を必ず含みかつ最小位相系となっていなければならない。しかし、一般に離散系においては最小位相条件はサンプリング時間に依存する⁽¹⁴⁾。また、直達項の存在は離散時間形式MRACSの構成にみられるように適応制御アルゴリズムの実際的な計算を極めて複雑にする⁽¹⁵⁾。Bar-Kanaはその解決法として1サンプリング周期の中で繰返し計算を行わせる手法を提案しているが⁽¹²⁾、その収束性は保証されていないので、結果的には閉ループ系の安定性はサンプリング時間を限定する限り保証されないことになる。

そこで、本報告では、サンプリング時間の短縮に伴うプラントの非最小位相化に対処し、かつ連続時間系と離散時間系を統一的に取扱い得る手法として最近注目されているデルタオペレータ表現^{(16)~(18)}を用いてSACを構成することを検討する。デルタオペレータ表現を用いるときはサンプリング周期が微小であれば、それは連続時間系に漸近し、しかもオンラインでの制

* 原稿受付 平成4年2月17日。

^{*1} 正員, 熊本電波工業高等専門学校(〒861-11 熊本県菊池郡西合志町須屋字東大窪 2659-2)。

^{*2} 熊本大学工学部(〒860 熊本市黒髪 2-39-1)。

^{*3} 学生員, 熊本大学大学院。

御則計算速度はシフトオペレータを用いた従来の場合とほとんど変わらない特徴を有している。したがって、物理的に意味のある連続時間系における SAC 設計条件をサンプリング時間が微小ならばそのまま使用でき、かつオンライン制御に適した計算アルゴリズムが得られるであろうことが期待できる。

以下では 2 章および 3 章でデルタオペレータ表現に基づく SAC 構成とその制御系の安定性について一入出力系に関して述べる。その場合、従来の SAC で用いられている適応調整則とは異なる正規化信号を用いる新しい調整則を導入して安定性を保証している。また、4 章ではその応用例として、ダイレクトドライブ (DD) モータを用いたサーボ系の位置制御の実験結果を示す。

2. デルタオペレータ表現に基づく

SAC の構成

次式で記述される n 次一入出力線形系を考える。

$$\delta \mathbf{x}(k\Delta) = A\mathbf{x}(k\Delta) + \mathbf{b}u(k\Delta) + \mathbf{g}_1(k\Delta) \cdots (1\cdot a)$$

$$y(k\Delta) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k\Delta) + g_2(k\Delta) \cdots (1\cdot b)$$

ただし、 Δ はサンプリング周期であり、 $\mathbf{x}(k\Delta)$ 、 $y(k\Delta)$ 、 $u(k\Delta)$ はそれぞれ k ステップにおける状態ベクトル、出力、入力であり、 $\mathbf{g}_1(k\Delta)$ 、 $g_2(k\Delta)$ は有界な確定的外乱である。 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^n$ は未知定数行列およびベクトルとする。ここに、 δ は次式で定義されるオペレータとする^{(16)~(18)}。

$$\delta = (z-1)/\Delta \cdots (2)$$

ただし、 z はシフトオペレータ [$f(k+1) = zf(k)$] である。

また、式(1・b)のプラント出力が追従すべき n_m 次一入出力安定規範モデルを

$$\delta \mathbf{x}_m(k\Delta) = A_m \mathbf{x}_m(k\Delta) + \mathbf{b}_m u_m(k\Delta) \cdots (3\cdot a)$$

$$y_m(k\Delta) = \mathbf{c}_m^T \mathbf{x}_m(k\Delta) \cdots (3\cdot b)$$

と与えるものとする。

2.1 完全出力追従性 いま、式(1)において、 $\mathbf{g}_1(k\Delta) = 0$ 、 $g_2(k\Delta) = 0$ としたシステムを考える。

$$\delta \mathbf{x}_0(k\Delta) = A\mathbf{x}_0(k\Delta) + \mathbf{b}u_0(k\Delta) \cdots (4\cdot a)$$

$$y_0(k\Delta) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_0(k\Delta) \cdots (4\cdot b)$$

そして、式(4)の式(3)に対する出力完全追従性、すなわち、

$$e_{y0}(k\Delta) = y_0(k\Delta) - y_m(k\Delta) \equiv 0, \quad k=0, 1, 2, \cdots \cdots (5)$$

が成立しているものとする。このとき、式(4)および(5)から

$$\delta \mathbf{x}_0^*(k\Delta) = A\mathbf{x}_0^*(k\Delta) + \mathbf{b}u_0^*(k\Delta) \cdots (6\cdot a)$$

$$y_0^*(k\Delta) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_0^*(k\Delta) = y_m(k\Delta) \cdots (6\cdot b)$$

が成立する。ただし、(*)は理想状態における変数を

示す。このとき、次の補題が成立する。

[補題 1] 次の仮定；

$$(1) \quad \det \begin{bmatrix} A & \mathbf{b} \\ \mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \neq 0$$

$$(2) \quad \begin{bmatrix} A & \mathbf{b} \\ \mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} = I$$

の解を Ω_{ij} 、 $i, j=1, 2$ とする。このとき、 Ω_{11} の固有値の逆数は A_m の固有値と等しくない。

$$(3) \quad u_m(k\Delta), \delta u_m(k\Delta) \text{ は有界。}$$

が満たされるとき、

$$\mathbf{x}_0^*(k\Delta) = S_{11}\mathbf{x}_m(k\Delta) + S_{12}u_m(k\Delta) + S_{13}(k\Delta) \cdots (7\cdot a)$$

$$u_0^*(k\Delta) = S_{21}\mathbf{x}_m(k\Delta) + S_{22}u_m(k\Delta) + S_{23}(k\Delta) \cdots (7\cdot b)$$

が成立する。ここに、 S_{ij} 、 $i, j=1, 2$ はプラントおよびモデルのパラメータから決定される適切な次数の行列、ベクトルおよびスカラーである。また、 $S_{13}(k\Delta)$ 、 $S_{23}(k\Delta)$ は有界な関数である。

(証明) この補題の証明は Broussard ら⁽¹⁹⁾ により示されている連続時間系の証明と形式的に全く同様の手順を踏むことで行える。

2.2 制御則 実際のプラントは式(4)と異なり式(1)であり、かつそのパラメータ値は未知なので理想的な制御則である式(7・b)は実現不可能である。そこで、制御則を以下のように与えるものとする。

$$u(k\Delta) = \boldsymbol{\Theta}(k\Delta)^T \mathbf{z}(k\Delta) \cdots (8)$$

ここに、

$$\boldsymbol{\Theta}(k\Delta) = [\theta_e(k\Delta), \theta_x(k\Delta)^T, \theta_u(k\Delta)]^T \cdots (9\cdot a)$$

$$\mathbf{z}(k\Delta) = [e_y(k\Delta), \mathbf{x}_m(k\Delta)^T, u_m(k\Delta)]^T \cdots (9\cdot b)$$

$$e_y(k\Delta) = y(k\Delta) - y_m(k\Delta) \cdots (10)$$

である。ただし、 $\boldsymbol{\Theta}(k\Delta)$ は以下の適応調整則により決定するものとする。

$$\boldsymbol{\Theta}(k\Delta) = \boldsymbol{\Theta}_1(k\Delta) + \boldsymbol{\Theta}_2(k\Delta) \cdots (11\cdot a)$$

$$\boldsymbol{\Theta}_1(k\Delta) = -\Gamma_1 \frac{\mathbf{z}(k\Delta)e_y(k\Delta)}{1 + x_1 \|\mathbf{z}(k\Delta)\|^2} \cdots (11\cdot b)$$

$$\delta \boldsymbol{\Theta}_2((k-1)\Delta) = \varepsilon \boldsymbol{\Theta}_2((k-1)\Delta) - \Gamma_2 \frac{\mathbf{z}(k\Delta)e_y(k\Delta)}{1 + x_2 \|\mathbf{z}(k\Delta)\|^2} \cdots (11\cdot c)$$

ただし、 $\Gamma_i = \Gamma_i^T > 0$ 、 $i=1, 2$ 、 $-\Delta^{-1} < \varepsilon < 0$ とする。

[補題 2] 式(11)の可変パラメータ $\boldsymbol{\Theta}(k\Delta)$ は一様有界である。

(証明) いま、 $\bar{\boldsymbol{\Theta}}(k\Delta) = \boldsymbol{\Theta}(k\Delta) - \boldsymbol{\Theta}^*$ 、 $\boldsymbol{\Theta}^* = [\theta_e^*, S_{21}, S_{22}]^T$ とおき、 $\bar{\boldsymbol{\Theta}}_2(k\Delta) = \bar{\boldsymbol{\Theta}}(k\Delta) - \boldsymbol{\Theta}_1(k\Delta)$ なるベクトルによる正定値関数 $V(k\Delta)$ として

$$V(k\Delta) = \bar{\boldsymbol{\Theta}}_2((k-1)\Delta)^T \Gamma_2^{-1} \bar{\boldsymbol{\Theta}}_2((k-1)\Delta)$$

を考える。このとき、 $\delta V(k\Delta)$ は

$$\begin{aligned} \delta V(k\Delta) = & -\{\bar{\Theta}_2(k\Delta) - \bar{\Theta}_2((k-1)\Delta)\}^T \Gamma_2^{-1} \\ & \times \{\bar{\Theta}_2(k\Delta) - \bar{\Theta}_2((k-1)\Delta)\} / \Delta \\ & - 2\rho_1 \{\bar{\Theta}_2(k\Delta)^T \Gamma_2^{-1} \bar{\Theta}_2(k\Delta) + \bar{\Theta}_2(k\Delta)^T \Gamma_2^{-1} \Theta^*\} \\ & - 2\rho_2 \bar{\Theta}_2(k\Delta)^T \frac{z(k\Delta)e_y(k\Delta)}{1+x_2\|z(k\Delta)\|^2} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$\rho_1 = |\varepsilon/(1+\Delta\varepsilon)| > 0$$

$$\rho_2 = |1/(1+\Delta\varepsilon)| > 0$$

である。いま、 $\zeta(k\Delta) = \|x_m(k\Delta)\|^2 + u_m(k\Delta)^2$ とするとき、規範モデルの仮定により $0 \leq \zeta(k\Delta) \leq \mu_1$ を満たす正定数 μ_1 が存在し $z(k\Delta)$ について不等式

$$\|z(k\Delta)\|^2 \leq |e_y(k\Delta)|^2 + \mu_1 \dots\dots\dots (13)$$

が得られることから、次の不等式が成立する。

$$0 \leq \left\| \frac{z(k\Delta)e_y(k\Delta)}{1+x_2\|z(k\Delta)\|^2} \right\| \leq 1/x_2 \dots\dots\dots (14)$$

式(12)、(14)より $\delta V(k\Delta)$ に関する次の不等式を得る。

$$\begin{aligned} \delta V(k\Delta) \leq & -2\rho_1 \lambda_{\min}[\Gamma_2^{-1}] \|\bar{\Theta}_2(k\Delta)\|^2 \\ & + 2\{\rho_2/x_2 + \rho_1 \lambda_{\max}[\Gamma_2^{-1}] \|\Theta^*\| \cdot \|\bar{\Theta}_2(k\Delta)\| \} \\ & \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

式(15)より、明らかに $\bar{\Theta}_2(k\Delta)$ は一様終局有界である。また、式(14)と同様に

$$0 \leq \left\| \frac{z(k\Delta)e_y(k\Delta)}{1+x_1\|z(k\Delta)\|^2} \right\| \leq 1/x_1 \dots\dots\dots (16)$$

が成り立つことから、式(11・b)より直ちに

$$0 \leq \|\Theta_1(k\Delta)\| \leq \lambda_{\max}[\Gamma_1]/x_1 \dots\dots\dots (17)$$

が得られる。したがって、式(11・a)より $\Theta(k\Delta)$ は一様有界である。(証明終)

3. 制御系の安定性

証明のため、次の誤差方程式を導いておく。いま、 $e_x(k\Delta) = x(k\Delta) - x_0^*(k\Delta)$ とおく。ただし、 $x_0^*(k\Delta)$ は式(6)で定義した理想状態である。このとき、式(1)と(6)から次式を得る。

$$\begin{aligned} \delta e_x(k\Delta) = & A_c e_x(k\Delta) + b \bar{u}(k\Delta) + \bar{g}_1(k\Delta) \\ & \dots\dots\dots (18\cdot a) \end{aligned}$$

$$e_y(k\Delta) = c^T e_x(k\Delta) + g_2(k\Delta) \dots\dots\dots (18\cdot b)$$

ただし、

$$\bar{u}(k\Delta) = \bar{\Theta}(k\Delta)^T z(k\Delta), \quad A_c = A + b\theta_e^* c^T$$

$$\bar{g}_1(k\Delta) = g_1(k\Delta) - bS_{23}(k\Delta)$$

である。ここで、証明の準備のため、次の補題を導いておく。

[補題 3] ある正定数 ν_1, ν_2 が存在して次式が成立する。

$$\|z(k\Delta)\| \leq \nu_1 \|e_x(k\Delta)\| + \nu_2 \dots\dots\dots (19)$$

(証明) いま、 $w(k\Delta) = \nu |e_y(k\Delta)| + \nu_0, \nu, \nu_0 > 0$ な

る正定値関数を仮定する。 $\|z(k\Delta)\|$ に関する不等式(13)における正定数 μ_1 に対し、定数 ν_0 が $\nu_0^2 > \mu_1$ を満たしているとき、すべての $e_y(k\Delta)$ に対し $\|z(k\Delta)\|^2 \leq w(k\Delta)^2$ が成立する。 $\|z(k\Delta)\| > 0, w(k\Delta) > 0$ より、すべての $|e_y(k\Delta)|$ に対し明らかに $\|z(k\Delta)\| \leq w(k\Delta)$ となるので、 $\nu_1 = \nu \|c\|, \nu_2 = \nu_0 + \alpha_2$ とすれば式(19)が成立することは明らかである。(証明終)

さて、いま次の n 次一入出力連続時間系を考える。

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{b}u(t) \dots\dots\dots (20\cdot a)$$

$$y(t) = \bar{c}^T x(t) \dots\dots\dots (20\cdot b)$$

このとき、式(20)と(4)の間には次の関係が成立しているとする。

$$A = K\bar{A}, \quad b = K\bar{b}, \quad c = \bar{c}$$

$$K = \frac{1}{\Delta} \int_0^\Delta \exp(\bar{A}\lambda) d\lambda \dots\dots\dots (21)$$

このとき、 $\Delta \rightarrow 0$ とし、かつ $\delta \rightarrow d/dt$ とすれば式(20)と(4)とは形式的に一致するので、式(20)を式(4)に対応する連続系と呼ぶことにする。このとき、安定性に関して次の定理が得られる。

《定理》 次の仮定が満足されているとする。

(1) 式(4)に対応する連続系(20)は ASPR である。すなわち

$$\bar{A}_c P + P \bar{A}_c^T = -Q \dots\dots\dots (22\cdot a)$$

$$P \bar{b} = \bar{c} \dots\dots\dots (22\cdot b)$$

を満たす定数 θ_e^* が存在する。ただし、 $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0, \bar{A}_c = \bar{A} + \bar{b}\theta_e^* \bar{c}^T$ である。

(2)

$$\|c\|^2 \leq \frac{2\lambda_{\min}[Q]\lambda_{\min}[\Gamma_1]}{\mu_2^2 x_1} \dots\dots\dots (23)$$

$$\mu_2 = \sup_k \|\bar{\Theta}_2(k\Delta)\|$$

が成立する。

(3)

$$\|\bar{g}_1(k\Delta)\| \leq \alpha_1, \quad |g_2(k\Delta)| \leq \alpha_2 \dots\dots\dots (24)$$

となる正数 α_1, α_2 が存在する。

このとき、式(8)～(11)で構成される制御系内の全信号はサンプリング周期 Δ が十分微小ならば一様終局有界となる。

(証明) 式(18)において定義された誤差ベクトル $e_x(k\Delta)$ に関する正定値関数 $V_x(k\Delta)$ として $V_x(k\Delta) = e_x(k\Delta)^T P e_x(k\Delta)$ を考える。ここに、行列 P は仮定(1)で既に定義されている正定対称行列である。この $V_x(k\Delta)$ に対し、 $\delta V_x(k\Delta)$ は

$$\begin{aligned} \delta V_x(k\Delta) = & e_x(k\Delta)^T (\bar{A}_c P + P \bar{A}_c^T) e_x(k\Delta) \\ & + 2 \bar{b}^T P e_x(k\Delta) \bar{u}(k\Delta) + 2 e_x(k\Delta)^T P \bar{g}_1(k\Delta) \\ & + \Delta \cdot h(k\Delta) \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となる。ただし

$$\begin{aligned} h(k\Delta) = & \mathbf{e}_x(k\Delta)^T \mathbf{R} \mathbf{e}_x(k\Delta) + 2\mathbf{r}^T \mathbf{e}_x(k\Delta) \bar{\mathbf{u}}(k\Delta) \\ & + 2\mathbf{e}_x(k\Delta)^T T \bar{\mathbf{g}}_1(k\Delta) + q \bar{\mathbf{u}}(k\Delta)^2 \\ & + 2\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}}_1(k\Delta) \bar{\mathbf{u}}(k\Delta) + \bar{\mathbf{g}}_1(k\Delta)^T P \bar{\mathbf{g}}_1(k\Delta) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (26)$$

である。ここに

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = & \{P(K-I)\bar{\mathbf{A}}_c + \bar{\mathbf{A}}_c^T(K-I)^T P\}/\Delta + T\mathbf{A}_c \\ \mathbf{r} = & \bar{\mathbf{b}}^T(K-I)^T P/\Delta + \mathbf{w}^T \mathbf{A}_c \\ T = & \mathbf{A}_c^T P, \quad \mathbf{w}^T = \mathbf{b}^T P, \quad q = \mathbf{w}^T \mathbf{b} \end{aligned}$$

とする。

ここで、仮定(1)、(3)および式(8)～(11)、(18)を用いることにより、式(25)の $\delta V_x(k\Delta)$ について以下の不等式が得られる。

$$\begin{aligned} \delta V_x(k\Delta) \leq & -\psi_0 \|\mathbf{e}_x(k\Delta)\|^2 + \psi_1 \|\mathbf{e}_x(k\Delta)\| \\ & + \psi_2 + \Delta \cdot |h(k\Delta)| \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} \psi_0 = & \lambda_{\min}[Q] - \frac{\mu_2^2 x_1 \|\mathbf{c}\|^2}{2\lambda_{\min}[\Gamma_1]} \\ \psi_1 = & 2\{\alpha_1 \lambda_{\max}[P] + \frac{\mu_2^2 \alpha_2 x_1 \|\mathbf{c}\|}{2\lambda_{\min}[\Gamma_1]} \\ & + \alpha_2 \|\mathbf{c}\| \lambda_{\max}[\Gamma_1] + \mu_2 \alpha_2 \nu_1\} \\ \psi_2 = & \frac{\mu_2^2 \{x_1(\alpha_2^2 + \mu_1) + 1\}}{2\lambda_{\min}[\Gamma_1]} \\ & + 2\alpha_2^2 \lambda_{\max}[\Gamma_1] + 2\mu_2 \alpha_2 \nu_2 \end{aligned}$$

である。さらに、行列 K について

$$(K-I)/\Delta = \sum_{i=1}^{\infty} A^i \Delta^{i-1}/(i+1) \quad \dots\dots\dots (28)$$

が成立することから、[補題2][補題3]の結果を用いて、 $|h(k\Delta)|$ に関する以下の不等式を満たす正数 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ が存在することとなる。

$$\begin{aligned} |h(k\Delta)| \leq & \beta_0 \|\mathbf{e}_x(k\Delta)\|^2 \\ & + \beta_1 \|\mathbf{e}_x(k\Delta)\| + \beta_2 \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

したがって、式(27)右辺最終項の $|h(k\Delta)|$ に対し式(29)を適用することにより

$$\begin{aligned} \delta V_x(k\Delta) \leq & -(\psi_0 - \Delta \cdot \beta_0) \|\mathbf{e}_x(k\Delta)\|^2 \\ & + (\psi_1 + \Delta \cdot \beta_1) \|\mathbf{e}_x(k\Delta)\| + (\psi_2 + \Delta \cdot \beta_2) \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

を得る。仮定(2)が満たされるとき

$$0 < \Delta \leq \psi_0/\beta_0 \quad \dots\dots\dots (31)$$

なる十分微小なサンプリング周期 Δ が必ず存在し、明らかに $\mathbf{e}_x(k\Delta)$ は一様終局有界となる。また、式(18・b)より $\mathbf{e}_v(k\Delta)$ も一様終局有界となるので、これにより本制御系の全信号の有界性が保証される。

(証明終)

4. 実験による検討

4.1 プラントモデル 上述したデルタオペレータ表現に基づく SAC を先端荷重のある垂直形アームの DD サーボモータ(横河プレジジョン製 DR 1060 B)

による位置制御に適用した例を示す(図1, 2)。この場合の出力は、アームの下方鉛直状態を原点としたときの回転角 $\theta(t)$ であり、制御入力 $u(t)$ はサーボドライバに加えるトルク指令電圧(上下限值: ± 8 V)である。指令電圧に対する DD モータ出力トルク特性を $\tau(t) = \eta \cdot u(t)$, $\eta = 60/8$ と近似することにより、この系の連続時間形式での表現は、 p を微分演算子として

$$\theta(t) = G(p)(u(t) - \hat{g}(t, \theta)) \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$G(p) = \frac{\eta}{Jp^2}$$

となる。ただし、 J はアームとモータロータの慣性モーメントである。また m をアームと先端荷重を合わせた質量、 r をモータ中心軸からアーム重心までの距離、 g を重力加速度とすると、

$$\hat{g}(t, \theta) = (mgr/\eta J) \sin \theta \quad \dots\dots\dots (33)$$

が重力の影響を表す項となる。ここで $G(p)$ は ASPR 条件を満たさないので、 $F(p)$ なる PFC を付加することを考える。ここでは、文献(11)に基づき、 $F(p) = \beta/(p+\alpha)$ と一次系に選んでいる。その結果、拡張系

$$G_a(p) = G(p) + F(p) \quad \dots\dots\dots (34)$$

は ASPR となるので⁽¹¹⁾、SAC は $G_a(p)$ に対し適用すればよいことになる。

4.2 制御則の構成 実際の制御則は式(8)～(11)を用いて構成した。ただし、この場合の出力誤

図1 DDモータ位置制御実験装置

図2 制御装置概略図

図3 規範入力合成用信号 $\delta y_R(k\Delta)$

差 $e_v(k\Delta)$ は $e_v(k\Delta) = \theta(k\Delta) + \theta_1(k\Delta) - y_m(k\Delta)$ である。ここに、 $\theta_1(k\Delta)$ は PFC からの出力である。すなわち、 $F(p)$ のデルタオペレータ表現を $F(\delta) = \bar{\beta}/(\delta + \bar{\alpha})$ 、 $\bar{\alpha} = \{1 - \exp(-\alpha\Delta)\}/\Delta$ 、 $\bar{\beta} = \bar{\alpha}\beta/\alpha$ とするとき、制御入力を $F(\delta)$ に加えて得られる出力である。また、 $y_m(k\Delta)$ は以下のように構成した。すなわち規範モデルを

$$\delta y_m(k\Delta) = a_m y_m(k\Delta) + b_m u_m(k\Delta)$$

とおき、

$$u_m(k\Delta) = \frac{1}{b_m} (\delta y_R(k\Delta) - a_m y_R(k\Delta))$$

と制御入力を構成する。 $e_m(k\Delta) = y_m(k\Delta) - y_R(k\Delta)$ とおくと、 $\delta e_m(k\Delta) = a_m e_m(k\Delta)$ となるので初期値が等しければ $y_m(k\Delta) \equiv y_R(k\Delta)$ となる。ここでは図3に示すように $\delta y_R(k\Delta)$ が指定され、 $y_R(k\Delta)$ は次式

$$y_R(k\Delta) = y_R((k-1)\Delta) + \Delta \delta y_R((k-1)\Delta)$$

により生成するものとした。

4.3 実験結果 実際の実験に関しては以下のパラメータ値を用いた。

$$\Delta = 3.0 \text{ ms}, \alpha = 1, \beta = 0.001$$

$$a_m = (\exp(-10\Delta) - 1)/\Delta, b_m = 10a_m$$

$$\varepsilon = -0.15, x_1 = x_2 = 30, \Theta_1(0) = \Theta_2(0) = 0$$

$$\Gamma_1 = \text{diag}[10^4, 10^3, 10^3]$$

$$\Gamma_2 = \text{diag}[5 \times 10^4, 5 \times 10^3, 5 \times 10^3]$$

先端荷重のない応答例(図4: $m \approx 3.6 \text{ kg}$, $J \approx 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $r \approx 0.12 \text{ m}$)の場合、上記の最適な設計パラメータ値を選定することにより良好なアームの位置制御が達成されている。上例の場合にロバスト性検証のための先端荷重を付加した応答例(図5: $m \approx 6.6 \text{ kg}$, $J \approx 0.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $r \approx 0.18 \text{ m}$)では、過渡特性が多少劣化するものの、先端荷重のない場合と同様のほぼ良好な追従性能の得られていることがわかる。

(a) モデルおよびプラント出力 (b) 制御入力

図4 実験結果(先端荷重なし)

(a) モデルおよびプラント出力 (b) 制御入力

図5 実験結果(先端荷重あり)

5. 結 言

本研究では、デルタオペレータ表現に基づく単純適応制御系(SAC)の構成法およびその場合の制御系の安定性を、従来のSACで用いられている適応調整則とは異なる正規化信号を用いる調整則を導入することにより示し、DDサーボ系による実験で手法の有効性を検討した。デルタオペレータの特長は、従来の単純なシフトオペレータ表現に基づきいわゆる離散値系の適応制御における問題点、すなわち非最小位相性および正実性に関する問題が取除かれる点にあるといわれているが、SACの場合においても本研究で述べたような定式化により、従来の離散形SACで生じたような問題点が連続形と同様な取扱いができるという意味で解決できたといえる。最後に、実験装置製作および実験に関し助力いただいた熊本大学技管若宮龍市氏ならびに同大学院生福田英樹氏に対し謝意を表する。

文 献

- (1) Narendra, K. S. (Ed.), *Adaptive and Learning Systems*, (1985), 3, O. Plenum Press.
- (2) 寺尾・金井, ロバスト適応制御入門, (1989), 129, オーム社.
- (3) Sobel, K., Kaufman, H. and Mabius, L., Implicit Adaptive Control for a class of MIMO Systems, *IEEE Trans. Aerospace Electronic Systems*, 18-15(1982), 576.
- (4) Bar-Kana, I. and Kaufman, H., Global Stability and Performance of a Simplified Adaptive Control, *Int. J. Control*, 42-6(1985), 1491.
- (5) Bar-kana, I., Parallel Feedforward and Simplified Adaptive Control, *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing*, 1(1987), 95.

- (6) Bar-Kana, I. and Kaufman, H., Simple Adaptive Control of Uncertain Systems, *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing*, **2**(1988), 133.
- (7) Bar-Kana, I. and Kaufman, H., Robust Simplified Adaptive Control of Large Flexible Space Structures, *Proc. IFAC Symp. Control Distrib. Parameter Syst.*, **3**(1987), 121.
- (8) Bar-Kana, I., Adaptive Control - A Simplified Approach, *Control and Dynamic Systems*, **25**(1987), 187.
- (9) Bar-Kana, I. and Guez, A., Simple Adaptive Control for a class of Non-linear Systems with Application to Robotics, *Int. J. Control*, **52**-1(1990), 77.
- (10) 岩井・大友・水本, 構造の簡単なロバスト適応制御系, 計測自動制御学会論文集, **27**-3(1991), 306.
- (11) 岩井・筒井・甲斐, 並列フィードフォワード補償を併用した単純適応制御系とその寄生要素に関するロバスト性, 計測自動制御学会論文集, **27**-9(1991), 996.
- (12) Bar-Kana, I., Absolute Stability and Robust Discrete Adaptive Control of Multivariable Systems, *Control and Dynamic Systems*, **31**(1989), 157, Academic Press.
- (13) Bar-Kana, I. and Kaufman, H., Discrete Direct Multivariable Adaptive Control, *IFAC Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, San-Francisco, USA, (1983), 357.
- (14) 市川・金井・鈴木・田村, 適応制御, (1984), 175, 昭晃堂.
- (15) Astrom, K. A., Hagander, P. and Sternby, J., Zeros of Sampled Systems, *Automatica*, **20**-1(1984), 31.
- (16) Goodwin, G. C. and Middleton, R. H., Continuous and Discrete Adaptive Control, *Control and Dynamic Systems*, **34**(1985), 151, Academic Press.
- (17) Middleton, R. H. and Goodwin, G. C. Improved Finite Word Length Characteristics in Digital Control Using Delta Operators, *IEEE Trans. Autom. Control*, **31**-11(1986), 1015.
- (18) Goodwin, G. C., Lozano L. R., Mayne, D. Q. and Middleton, R. H., Rapprochement between Continuous and Discrete Model Reference Adaptive Control, *Automatica*, **22**-2(1986), 199.
- (19) Broussard, J. R. and O. Brien, M. J., Feedforward Control to Track the Output of a Forced Model, *IEEE Trans. Autom. Control*, **25**-4(1980), 851.