軟らかい弾性壁面間のスクイズ空気膜の研究*

黒田 成昭*¹, 釜 范徳行*²

Squeeze Air Films with Compliant Surface.

Shigeaki KURODA and Naruyuki KAMAYACHI

Squeeze film phenomena are investigated numerically and experimentally when the intervening fluid is compressible and the squeezing surface is a compliant one. From the previous studies, it is known that in a sinusoidally oscillating squeeze film, positive mean load-carrying capacity is generated when the fluid is compressible. In an incompressible fluid, load-carrying capacity is generated when the squeezing surface is a compliant one or squeeze action is very rapid. In this study the effects of both compressibility of fluid and surface elasticity are investigated. In the numerical analysis, the Reynolds equation for compressible fluid and the equation of elasticity are solved by the finite difference method and Newton-Raphson method. In the experimental study, squeeze action is generated by an electric vibrator and load-carrying capacity is examined for rigid and compliant surfaces.

Key Words: Lubrication, Hydrodynamic Bearing, Squeeze Film, Elastohydrodynamic Lubrication, Compliant Surface, Compressible Fluid

1. はじめに

圧縮性気体のスクイズ効果についての研究は Sablu⁽¹⁾, 小野⁽²⁾ らにより負荷容量の計算など数多く行われている。圧縮性気体の周期スクイズ運動では圧縮性の影響で1周期間で平均負荷容量が発生することが知られている。非圧縮性の周期スクイズ運動の場合は、流体の慣性⁽³⁾, スクイズ面の弾性変形⁽⁴⁾⁽⁵⁾により平均負荷容量が発生する。また、静圧気体軸受の場合、軸受面が弾性面であると負荷容量が増加する⁽⁶⁾。本研究では、圧縮性スクイズ膜の負荷特性を、スクイズ面が弾性変形する場合について、数値解析と実験により研究したものである。数値解析にあたっては弾性流体潤滑の解析手法を適用し、圧縮性気体のレイノルズの式とスクイズ面の弾性変形の式を組合せ、差分法、ニュートン・ラフソン法を用いて解析した。実験では電動加振機により剛体スクイズ面または弾性体スクイズ面を加振して剛体浮上体をスクイズ空気膜により支持させて、スクイズ面の負荷容量特性を調べた。

2. 主な記号

A : スクイズ運動の振幅, b : 弾性体の厚さ, E : 弾性係数, h_0 : 平均膜厚, H : 無次元膜厚, L : 無次元負荷容量, p_a : 大気圧, P : 無次元圧力, r_0 : スクイズ面半径, R : 無次元半径座標, T : 無次元時間, μ : 粘性係数, ω : スクイズ運動の角速度

3. 理論解析

図1のような2円板間のスクイズフィルム現象を考える。スクイズ面の両面が剛体面である場合と、一方が弾性面の場合について解析する。圧力、変形ともに軸対称とする。軸対称の場合の無次元化したレイノルズの式は、式(1)のようになる。

図1 スクイズ空気膜のEHLモデル

* 原稿受付 平成3年10月18日。

*¹ 正員, 電気通信大学 (〒182 調布市調布ヶ丘1-5-1)。*² 千葉県立浦安南高等学校 (〒272-01 浦安市高州19-2)。

$$\frac{\partial}{\partial R} \left[RH^3 P \frac{\partial P}{\partial R} \right] = \sigma R \frac{\partial (PH)}{\partial T} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで以下の無次元数を用いている。

$$\begin{aligned} R &= r/r_0 \\ H &= h/h_0 \\ P &= p/p_a \\ T &= ft \\ \sigma &= \frac{12\mu r_0^2 \omega}{p_a h_0^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

σ はスクイーズ数と呼ばれる無次元数である。

境界条件は

$$R=0 \text{ で } dP/dR=0$$

$$R=1 \text{ で } P=1$$

とした。発生圧力は小さいので粘性の圧力依存性は無視し、スクイーズ面内で気体の粘性係数は一定とする。

スクイーズ面が弾性体のときの圧力による面の変形は有限要素法により解析した。弾性体に加わる力 $\{f\}$ と変形 $\{\delta\}$ の関係は剛体マトリックス $[K]$ を用いて、以下の関係から求められる⁽⁸⁾。

$$\{f\} = [K]\{\delta\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

弾性流体潤滑の計算で必要なのは潤滑面の変形のみである。式(3)から潤滑面の任意の点 i の変形量 δ_i と面内の各点の圧力 P_j の間の関係式(4)が求まる。 n は潤滑面上にある節点数で本研究の場合は 33 である。

$$\delta_i = \alpha \sum_{j=1}^n D_{ij} P_j \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 α はスクイーズ面の軟らかさを表す弾性パラメータであり以下のように定義される。

$$\alpha = \frac{p_a r_0^2}{h_0 E b} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ポアソン比 ν は D_{ij} の中に含まれるが、計算では $\nu = 0.495$ を用いた。

膜厚と変形量との関係は $\bar{H}$ を変形を無視したときの膜厚として、

$$H = \bar{H} + \delta \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(4)、(6)を式(1)に代入し、差分化すると未知数 P に関する非線形の連立方程式が得られるので、ニュートン法を用いて解く。

スクイーズ面に生じる負荷容量は、圧力を積分することにより式(7)のように求まる。

$$L = \int_0^1 P R dR \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、負荷容量は $2\pi r_0^2 p_a$ で無次元化してある。

周期的スクイーズ運動の 1 周期間の平均負荷容量は式(7)を 1 周期間で積分して式(8)のようになる。

$$\bar{L} = \int_0^1 L dT \quad \dots\dots\dots (8)$$

スクイーズ面は式(9)のような正弦振動をするものとする。

$$\bar{H} = 1 + A \sin T \quad \dots\dots\dots (9)$$

$T=1$ が 1 周期に相当する。計算は $T=0$ から始めて定常解が得られるまで進めてスクイーズ数 σ 、弾性パラメータ α が負荷容量、浮上特性に及ぼす影響を考察する。解が定常になったことの判定は式(10)のように、第 N 周期と $N+1$ 周期の始まりの時点での膜厚 H の変化量の相対評価の和が、0.1%以下となるようにとった。

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(H_i^{N+1} - H_i^N)/H_i^{N+1}] < 0.001 \quad \dots\dots\dots (10)$$

4. 計算結果と考察

図 2 にスクイーズ運動($\bar{H}$)と膜厚(H)、およびスクイーズ面中心での圧力(P)の 1 周期間での変化を示す。スクイーズ運動と実際の膜厚の間に位相差が生じているのがわかる。 $\bar{H}$ と H の差が変形量を表しているが両曲線から剛体面の場合と弾性面の場合の膜厚の変化を比較することができる。線が交差する時点では変形量は零となるが、中心圧力はほぼ同時刻に零となっている。また、中心での圧力は 1 周期間で平均すると正となるのがわかる。

図 3, 4 は、図 2 と同じ条件での 1 周期間の圧力分布と膜厚分布の変化を示す。圧力分布、膜厚分布とも非圧縮性スクイーズ効果の EHL の場合の実験結果⁽⁴⁾ と同様な傾向を示している。中心部は外周部より引張り、圧縮ともに変形量が大きいため膜厚は羽ばたき運動を

図 2 中心での圧力と膜厚の変化
($A=0.7$, $\sigma=1$, $\alpha=10$)

している。これは非圧縮性スクイーズ膜の EHL の場合にも見られる現象である。

図 5 に 1 周期の振動の間で最大圧力が発生したときの圧力分布をスクイーズ面が弾性面である場合と剛性面である場合について比較する。スクイーズ数 σ が 1, 10, 1000 の場合についての結果を示した。弾性面の場合には弾性変形の影響で発生圧力が小さくなっている。

図 3 圧力分布の変化 ($A=0.7$, $\sigma=1$, $\alpha=10$)

図 4 膜厚分布の変化 ($A=0.7$, $\sigma=1$, $\alpha=10$)

図 5 剛性体と弾性体の半径方向の圧力分布 ($A=0.3$, $\alpha=10$)

いずれの場合も、 σ が大きくなると圧力分布のピーク値が面の外周部に移動する。

図 6 に中心部の膜厚が 1 周期間でどのように変わるかを弾性パラメータ α を変化させて示している。 $\alpha=0$ の場合が弾性変形しない場合に相当するが、 α の増加につれて変形量は大きくなり、またスクイーズ運動と面の変形の間位相のずれが大きくなっていく。

図 7 に 1 周期間の負荷容量の変化を示す。 α の増加に連れて負荷容量が減少し正の負荷容量と負の負荷容量の差が少なくなる。

図 8 にスクイーズ数 σ と平均負荷容量の関係を示す。面が剛体面である $\alpha=0$ の場合は、 σ の増加につれて増加した平均負荷容量はある一定の値で飽和する。平均負荷容量は弾性パラメータ α の増加につれて少なくなり、また σ の値が小さいときにピーク値を持つ。

図 9 に弾性パラメータ α と平均負荷容量の関係を示す。 α の増大につれて平均負荷容量が急激に減少するのがわかる。

図 10 に無次元振幅と平均負荷容量の関係を示す。振

図 6 膜厚変化 ($A=0.3$, $\sigma=1$)

図 7 負荷容量の変化 ($A=0.3$, $\sigma=1$)

幅が大きいと平均負荷容量が増加する。

5. 実験装置

実験では、2面で構成されるスクイーズ面のうちの下面を正弦振動させて、スクイーズ空気膜を発生させて浮上体を支えた。浮上体重量、スクイーズ運動の周波数、振幅などを変化させてスクイーズ空気膜の特性を明らかにした。

図11に実験装置の概略を示す。スクイーズ2面の下

図8 負荷容量と σ の関係 ($A=0.7$)

図9 平均負荷容量と α の関係 ($A=0.3$)

図10 振幅と負荷容量との関係 ($\sigma=1$)

面側を電動加振器により加振した。実験条件は表1に示す。駆動面は剛体面の場合はアルミ製とし、弾性面の場合はSC材にシリコンを接合した面を用いた。シリコン面の弾性係数は2500 kPaである。実験中に浮上体が安定な位置に保たれるように駆動体上部に静圧空気軸受によるガイドを設けた。駆動周波数と振幅は発振器からの電気信号により制御される。

測定は渦電流式微小変位計を用いて、駆動面の振動と浮上体の振動を測定した。

浮上体はSC材で3種類の重量の物を用いた。結果を表す図中で、各々Fe1, Fe2, Fe3と呼ぶ。また、黒印はスクイーズ面の剛体の場合、白ヌキ印は弾性体の場合を表す。

6. 実験結果と考察

図12, 13は駆動体振幅と浮上体振幅の関係を表した図である。駆動面が剛体面か弾性面かに関わらず、浮上体振幅は駆動体振幅によらず各周波数において浮上体の重量によって決まるある一定値となることがわかる。弾性面の場合は剛体面の場合に比べて浮上体振幅が小さくなる。駆動周波数が大きくなると浮上体振幅は減少する。また、同じ周波数なら浮上体の重量が

表1 実験条件

Amplitude of Driving Plate		2 μm -- 16 μm	
Driving Frequency		0.5 kHz -- 2.0 kHz	
Floating Plate	diameter	weight	mean pressure
Fe1	68 mm	1.75 N	276 Pa
Fe2	68 mm	2.73 N	432 Pa
Fe3	68 mm	3.71 N	586 Pa

図11 実験装置概略

大きいほど浮上体振幅は小さくなる。

図 14, 15 に駆動体振幅と平均膜厚との関係を示す。駆動体の振幅が増加すると平均膜厚が増加する。重量の増加に対しては平均膜厚は減少するが、周波数の増加に対しては浮上体振幅とは逆に平均膜厚は増加している。

図 16 は駆動周波数と浮上体振幅を示したものである。

図 12 駆動体振幅と浮上体振幅の関係

図 13 重量を変えたときの駆動体振幅と浮上体振幅の関係

図 14 駆動体振幅と平均膜厚 (駆動周波数 0.9 kHz)

る。周波数の増加につれて浮上体の振幅は減少していく。高い周波数では浮上体振幅に及ぼす浮上体の重量の影響が減少していく。

図 17 に駆動体と浮上体の振動の位相差の関係を示す。弾性面のほうが剛体面に対して駆動体振幅の変化に対して位相差の変化が大きくなる。また、浮上体重量が大きいほど位相差が大きくなる。

図 18 に駆動体と浮上体の変位を測定した結果の例を示す。駆動体と浮上体の位相の差がよくわかる。この実験条件ではスクイーズ数は $\sigma = 2.4 \times 10^4$ 、弾性パラメータは $\alpha = 21$ である。

スクイーズ面が剛体の場合と弾性体の場合について実験したが、剛体面の場合の実験結果は、小野²⁾、黒田・平田⁷⁾の結果と同様な傾向を示している。実験のモデルと数値解析のモデルが異なるため、数値解析と実験結果の直接の比較は困難であるが、図 7~9 に見られるように、弾性変形の影響が負荷容量を減少させる傾向は、実験結果では図 12, 14 に見られるように、弾性変形の影響が膜厚を減少させる結果と対応していることがわかる。

図 15 駆動体振幅と平均膜厚

図 16 駆動体周波数と浮上体振幅

図 17 駆動体振幅と位相差

図 18 測定結果 (駆動体と浮上体の変位)

スクイーズ面が弾性面の場合について数値解析するためには浮上体の運動方程式との連立解を解く必要がある。前報⁷⁾でスクイーズ面が剛体面の場合について運動方程式との連立解を求めたが、スクイーズ面が弾性変形する場合は問題が複雑なので、今回は運動方程式との連立解を得るまでにはいかなかった。

7. 結 論

圧縮性流体のスクイーズ膜の特性を、面が剛体面である場合と弾性面である場合について比較して解析した今回の研究から、次の結論を得た。

数値解析から：

1. 同じスクイーズ運動の場合、弾性パラメータ α の増加につれて発生圧力、変形量、平均負荷容量ともに減少する。
2. 平均負荷容量と σ は密接な関係があり $\alpha \neq 0$ の場合 α の値によって固有の値を持つ。
3. 平均負荷容量と σ は密接な関係があり $\alpha \neq 0$ の場合 α の値によって固有の値を持つ。
4. 弾性パラメータ α の増加につれてスクイーズ運動と膜厚変化の間に位相差は大きくなる。
5. σ を増大すると弾性面、剛体面ともに中央部付近の圧力分布は平坦になり、外周部での圧力こう配が大きくなる。

6. 平均負荷容量を増すのには α を小さくし振幅を大きくするとよい。

実験結果より：

剛体面、弾性面ともに：

1. 駆動体振幅が増加しても浮上体振幅は一定。
2. 駆動周波数が増加すると浮上体振幅は減少する。
3. 駆動体振幅が増えると平均膜厚は増す。
4. 浮上体重量を軽くすると平均膜厚、浮上体振幅ともに増加する。
5. 浮上体重量を大きくすると位相差は大きくなる。

弾性面と剛体面を比較すると：

1. 弾性体は剛体に比べ平均膜厚は減少するが浮上体振幅も減少し安定な状態になる。

文 献

- (1) Salbu, E. O. J., *Trans ASME Ser. D.*, 86-2(1966), 335.
- (2) 小野, 潤滑, 21-9(1976), 589.
- (3) 黒田・堀, 潤滑, 21-11(1976), 740.
- (4) 黒田・堀, 潤滑, 21-1(1978), 67.
- (5) 池内・ほか3名, 機論, 47-420, C(1981), 1046.
- (6) 林, 潤滑, 25-10(1980), 697.
- (7) 黒田・平田, 機論, 50-459, B(1984), 2727.
- (8) Zienkiewicz, O. C., *The Finite Element Method in Engineering Science*, (1971), 79, McGraw-Hill.