最適な歯当たりを得ることができる交差軸用 すぐば円すい形インボリュート歯車の設計法*

三 留 謙 一^{*1}, 松 尾 泰 久^{*2}, 岡 島 幸 宏^{*3}

Design of a Pair of Intersecting-Axis Straight Conical Involute Gears for Obtaining Better Tooth Bearing

Ken'ichi MITOME, Yasuhisa MATSUO and Yukihiro OKAJIMA

A design of a pair of straight conical involute gears used for intersecting shafts is developed. This design makes it possible for the tooth bearing to occur at the central part of the face width by selecting the values of the normal pressure angle, working depth, and generating cone angles when the shaft angle and number of teeth in a pair of gears are given. Test gears are designed and made on the basis of this design. Tooth bearing tests are performed, and it is proven that this design has the potential for applicability.

Key Words: Design, Machine Element, Gear, Straight Conical Involute Gear, Tooth Bearing, Applicability

1. 結 言

すぐば円すい形インボリュート歯車を、本報では簡略して、すぐば円すい形歯車あるいは単に歯車と呼ぶことにする。

すぐば円すい形歯車は、組立誤差があっても正常な回転を伝えることができる⁽⁵⁾。このため特に高い精度で回転運動を伝えたい場合には、従来のかさ歯車にとって代わる能力さえ持っている。

著者はこれまで、円すい形インボリュート歯車の実用化の研究をしてきた^{(1)~(13)}。その結果から結論として言えることは、すぐば円すい形歯車を従来のかさ歯車なみに広く実内用化するためには、この歯車の設計法の確立と研削法の確立が不可欠である、ということである。

従来この歯車を研削できる歯車研削盤はごくわずかであり、しかも研削可能な円すい角は45°か10°以下の値に限られていた⁽⁷⁾。ところが最近インフィード研削法と呼ぶ新しい研削法を開発でき、通常のライスハ

ウエルタイプの歯車研削盤で、円すい角が10°以上の歯車をも研削できるようになっている⁽¹²⁾。

次に設計法であるが、従来の設計法では、切下げ限界ととがり限界の二つの軸直角平面間の距離を基本歯幅とすること、および二つの歯車の背円すい面を一致させることだけを考慮していた⁽⁹⁾。このため歯当たりを歯幅の中央部に起こすことは一般には難しく、たとえ試行錯誤を繰返したとしても、これを実現することは決して容易なことではなかった。

そこで著者らは今度、この欠点を克服する設計法として、歯当たりを常に歯幅の中央部に起こしうる設計法を新たに開発した。以下ははじめにこの設計法を提示し、ついでこれに基づいて歯車を試作する。最後に歯当たり試験をして本設計法の有効性を確認する。

2. すぐば円すい形インボリュート歯車の 基本諸元と歯車諸元

これについては先に述べたことであるが⁽⁹⁾、本論文の出発点であるので、以下に要約して述べる。

この歯車の基本諸元は、

創成ラック歯直角モジュール： m

創成ラック歯直角圧力角： α_0

創成ラック中心面におけるねじれ角： $\phi=0$

* 原稿受付 平成3年12月20日。

^{*1} 正員、山形大学工学部 (〒992 米沢市城南4-3-16)。

^{*2} コクヨ(株) (〒537 大阪市東成区大今里南6-1-1)。

^{*3} (株)太陽機械製作所 (〒143 東京都大田区大森4-3-5)。

創成ラックの創成円すい角: δ

歯車の歯数: z

である。そしてこのラックによって創成された歯車の諸元は次のとおりである。

正面圧力角 α_s は

$$\tan \alpha_s = \tan \alpha_0 \cos \delta \quad (1)$$

ピッチ円筒ねじれ角 β_r, β_l は

$$\tan \beta_r = -\tan \alpha_0 \sin \delta \quad (2)$$

$$\tan \beta_l = \tan \alpha_0 \sin \delta \quad (3)$$

基礎円筒ねじれ角 β_{gr}, β_{gl} は

$$\tan \beta_{gr} = \tan \beta_r \cos \alpha_s \quad (4)$$

$$\tan \beta_{gl} = \tan \beta_l \cos \alpha_s \quad (5)$$

正面モジュール m_s は

$$m_s = m \quad (6)$$

ピッチ円筒直径 d_b および基礎円筒直径 d_g は

$$d_b = z m_s = z m \quad (7)$$

$$d_g = z m \cos \alpha_s \quad (8)$$

3. 歯車の設計

図1に歯車軸断面におけるラックと歯車の基本形を示す。ここではインボリュート部分の歯丈 h_0 を $h_0 = 2my$ ($0 < y \leq 1$) とし, y を歯丈係数と呼ぶ。図1の歯車の各諸元は次のとおりである⁽¹³⁾。

$$\left. \begin{aligned} B_{u0} &= -mx_u \cot \delta \\ B_{os} &= mx_s \cot \delta \\ B_{us} &= m(x_s - x_u) \cot \delta \\ B_{ut} &= B_{us} + 2ym \sin \delta \\ B_{vt} &= B_{us} + 4ym \sin \delta \\ b_s &= m(x_s \operatorname{cosec} \delta + y \tan \delta) \\ b_u &= m(-x_u \operatorname{cosec} \delta + y \tan \delta) \\ d_b &= mz \\ d_u &= mz \cos^2 \alpha_s \\ d_v &= m(z \cos^2 \alpha_s + 4y \cos \delta) \\ d_s &= m(z + 2x_s + 2y \sec \delta) \\ d_t &= m(z + 2x_s + 2y \sec \delta - 4y \cos \delta) \\ R_o &= (mz/2) \sec \delta \\ R_k &= R_o + ym \\ x_u &= y \sec \delta - (z/2) \sin^2 \alpha_s \\ x_s &= \{(\pi/4)B_v \cot \alpha_s - By \sec \delta\} / (B - B_v) \\ z &= 2\{(\pi/4) \cot \alpha_s - y \sec \delta\} / (B - B_v) \\ B &= (\operatorname{inv} \alpha_{ks} - \operatorname{inv} \alpha_s) \cot \alpha_s \\ B_v &= (\cos \alpha_s / \cos \alpha_{ks}) - 1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} d_b &= mz \\ d_u &= mz \cos^2 \alpha_s \\ d_v &= m(z \cos^2 \alpha_s + 4y \cos \delta) \\ d_s &= m(z + 2x_s + 2y \sec \delta) \\ d_t &= m(z + 2x_s + 2y \sec \delta - 4y \cos \delta) \\ R_o &= (mz/2) \sec \delta \\ R_k &= R_o + ym \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} x_u &= y \sec \delta - (z/2) \sin^2 \alpha_s \\ x_s &= \{(\pi/4)B_v \cot \alpha_s - By \sec \delta\} / (B - B_v) \\ z &= 2\{(\pi/4) \cot \alpha_s - y \sec \delta\} / (B - B_v) \\ B &= (\operatorname{inv} \alpha_{ks} - \operatorname{inv} \alpha_s) \cot \alpha_s \\ B_v &= (\cos \alpha_s / \cos \alpha_{ks}) - 1 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

4. 歯当たり位置の設定条件

図1において、直線 P_0O' は紙面に垂直な平面を意味し、これを接触平面と呼ぶ。その理由はこのラックによって創成された一対の歯車がかみあうとき、歯面間の接触点はこの平面にだけ存在するからである⁽⁵⁾。このため接触平面と歯面の交線が接触点の歯面上の軌跡となる。図2に歯当たりのスケッチ図を示す。

図3に交差軸上でかみあっている一対の歯車を示す。添字1および2はそれぞれ歯車1および2を示す。従来の設計では、

$$b_{s1} = b_{s2} \quad (12)$$

の条件だけを考えて、角 δ_1 と δ_2 を決定していた⁽³⁾。しかしこの場合には、歯当たりを必ずしも歯幅の中央部には起こしえなかった。そこで本設計法では、はじめに、次の二つの条件を設定し、各々の歯車における望ましい歯当たり位置を、パラメータ k によって与えるものとする。

$$b_{s1} = kb_{u1} \quad (13)$$

$$b_{s2} = kb_{u2} \quad (14)$$

しかる後、条件式(12)あるいは式(15)を満足するように歯車の基本諸元を決めることにする。

図1 軸断面におけるラックと歯車の基本形

図2 歯当たりのスケッチ図

$$b_{u1} = b_{u2} \dots\dots\dots (15)$$

5. 一对の歯車の設計

5.1 基本諸元の決定 本章では、歯数が $z_1=24$, $z_2=48$, 軸角 $\Sigma=90^\circ$ の一对の歯車を実際に設計しながら、本設計法を述べる。なおここでは $k=1.0$ として設計するが、歯当たり位置を歯幅の中央よりわずかに内端方向に移動させたい場合には、例えば $k=1.1$ とすればよい。

歯車の基本諸元として本章では、先に述べたモジュール m , 圧力角 α_0 , 円すい角 δ_1 および δ_2 , 歯数 z_1 および z_2 , のほかに歯丈係数 y を考えることにする。ここでモジュール m は歯の強度を考慮して決定される。ゆえに、 $\alpha_0, \delta_1, \delta_2$ および y をいかにして決定するかが本設計法の主な課題である。

角 δ_1 と δ_2 の和が軸角 Σ であるので、

$$\delta_1 + \delta_2 = \Sigma \dots\dots\dots (16)$$

さて式(9)の b_s, b_u に添字をつけて式(13), (14)に代入する。これらはそれぞれ次式となる。

$$x_{s1} = -x_{u1} \dots\dots\dots (17)$$

$$x_{s2} = -x_{u2} \dots\dots\dots (18)$$

はじめ歯車1について考える。 $z_1=24$ であり、歯丈は並歯で、 $y=1$ とする。切下げ限界転位係数は式(10)によって、またとがり限界転位係数は式(11)によって表されている。これらの一例を図示したのが図4である。ここで $z_1=24$ における x_s と x_u を求める。すなわち、角 α_0 の値を固定し、角 δ_1 の値だけを順次変えて x_s および x_u を求めると、これらは図5のように

求まる。この図から、式(17)を満足する角 α_0 と δ_1 の一对が求まる。角 α_0 のほかの値に対しても同じように計算して、式(17)を満足する角 δ_1 を求める。こうして式(17)を満足する角 α_0 と δ_1 の関係を求めて図示したのが図6(a)である。さらに同様の手順によって $y=0.9, 0.8, 0.7$ の場合の δ_1 - α_0 曲線を求めた。図6(b)は、歯車2について求めた δ_2 - α_0 曲線である。

次に式(16)を満足する δ_1 と δ_2 を見出すために、図6(b)を $\delta_2=0^\circ$ の直線の回りに反転させ、 $\delta_2=0^\circ$ を $\delta_1=90^\circ$ の位置に一致させ、二つの図を重ねて示したのが図7である。ここで y の値が同じ二つの曲線の交点 P_1, P_2, P_3, P_4 は、式(16)~(18)を満足している。

5.2 かみあい率 歯面間の接触点の軌跡 l_c は、図3の接触平面 $O_i P_0 O_2$ 内に存在する。接触平面と歯先円すいの交線はだ円となるが、ここではこのだ円と軌跡 l_c の交点の近傍におけるだ円を、半径 R_{k1}, R_{k2} の円で近似する。また図3の直線 $P_0 O_1$ を母線とする円すいおよび直線 $P_0 O_2$ を母線とする円すいと接触平面の交線もそれぞれだ円になる。これらのだ円の点 P_0

図4 転位係数 x_u と x_s

図5 $x_s = -x_u$ を満足する角 δ_1

図3 かみあっている一对の直歯円すい形インボリュート歯車と接触平面

における曲率半径をそれぞれ R_{01} , R_{02} とすると R_{k1} , R_{k2} はそれぞれ次式で表すことができる⁽³⁾。

$$\left. \begin{aligned} R_{k1} &= R_{01} + ym \\ R_{k2} &= R_{02} + ym \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

こうしてかみあい長さを接触平面上に描いたのが図 8 である。かみあい率 ε は次式で求められる。

$$\varepsilon = \overline{P_1 P_2} / t_e \dots\dots\dots (20)$$

ここに、

$$\overline{P_1 P_2} = \sqrt{R_{k1}^2 - R_{g1}^2} + \sqrt{R_{k2}^2 - R_{g2}^2}$$

$$-(R_{01} + R_{02}) \sin \alpha_0$$

$$R_{01} = mz_1 / (2 \cos \delta_1)$$

$$R_{02} = mz_2 / (2 \cos \delta_2)$$

$$R_{g1} = R_{01} \cos \alpha_0$$

$$R_{g2} = R_{02} \cos \alpha_0$$

$$t_e = \pi m \cos \alpha_0$$

5・3 一对の歯車の設計

本設計法を検証するために、図 7 の設計点 $P_1 \sim P_5$ によって表される一对の歯車の歯幅およびかみあい率を求めた。表 1 に、歯車の諸元とそれらを示す。点 $P_1 \sim P_4$ は条件式 (13) の $b_{s1} = b_{u1}$ および条件式 (14) の $b_{s2} = b_{u2}$ を満足している。かみあい率 ε の値で判断すれば、点 P_1 および P_2 が設計点としては望ましい。点 P_3 は理論的には有効であるが、歯先面取りを考えると、 ε の値はこれより小さくなることも考えられ、設計点としては望ましくない。なお、設計点は、厳密に P_1 , P_2 でなければならない、と

いことではなく、点 P_1 から P_2 にかけての領域にあれば、設計可能な点と言える。点 P_5 は実際に試作した歯車の設計点である。点 P_5 を選んだ理由は、歯車研削盤の仕様上角 δ_1 を小さめにしたかったため、および b_{s1} , b_{u1} , b_{s2} , b_{u2} の値を大きくかつ b_{s1} と b_{s2} の差をできるだけ小さくしたかったためである。

6. 歯車の試作と歯当たり試験

ここで試作する歯車は、ある印刷機械において、従来使用されてきたスパイラルベベルギヤに代わって使

図 7 $x_{s1} = -x_{u1}$ および $x_{s2} = -x_{u2}$ を満足する点 P_1 , P_2 , P_3 および P_4

図 6 $x_s = -x_u$ を満足する $\delta_1 - \alpha_0$ 曲線 および $\delta_2 - \alpha_0$ の曲線

図 8 接触平面におけるかみあい長さ $\overline{P_1 P_2}$

表 1 一对の歯車の諸元と歯幅およびかみあい率

Designing Points	y	α_o	δ_1	δ_2	b_{s1}	b_{u1}	b_{s2}	b_{u2}	ε
P 1	1.0	28.26°	36.9°	53.1°	5.39	5.36	6.21	6.24	1.43
P 2	0.9	29.44°	36.7°	53.3°	6.65	6.62	7.15	7.16	1.27
P 3	0.8	30.70°	36.5°	53.5°	8.02	7.99	8.14	8.16	1.11
P 4	0.7	32.06°	36.2°	53.8°	9.52	9.53	9.18	9.20	0.95
P 5	0.9	30.00°	35.0°	55.0°	6.78	7.61	6.80	6.80	1.25

表 2 試作歯車の基本諸元と実際の歯幅

N O.	m	α_o	ψ	δ	z	y	$b_s = b_u$
1	3	30°	0°	35°	24	0.9	6.80
2	3	30°	0°	55°	48	0.9	6.80

図 9 組立位置にある試作歯車

用する目的で開発したものである。

表 2 に試作歯車の基本諸元および実際の歯幅を示す。歯幅は $b_s = b_u = 6.80$ として統一した。この結果、歯車の取付けでは、背円すいを一致させることによって、歯車を正しい位置に設定できる。図 9 に、組立位置にある試作歯車を示す。歯車の歯切り法は、テーブル移動テーパホブ切り法である^{(1)~(3)}。またその研削法は、インフィード研削法である⁽¹²⁾。図 10 には、試作歯車の歯形誤差および歯すじ方向誤差曲線を示す。図 11 に試作歯車の歯当たりを示す。どの歯車においても、歯当りは設計した位置に得られており、本設計法の有効性を証明している。

Positions for measuring Profile Error

図 10 試作歯車の歯形誤差および歯すじ方向誤差曲線

図 11 試作歯車の歯当たり

7. 結 論 お よ び 考 察

(1) 最適な歯当たりを得ることができる交差軸用すぐば円すい形インボリュート歯車の設計法を開発した。従来の設計法は、歯当たり位置を操作するための指針を持たず、このため試行錯誤を繰返しても、歯当たりを歯幅の中央部に起こすことは困難であった。しかし本設計法は、歯当たり位置を操作できる設計法であり、歯当たりを歯幅の中央部に起こすことができる。この結果、一對の歯車の基本形を常に最適に設計することが可能となった。

(2) 本論文では、具体例として軸角 $\Sigma=90^\circ$ 、歯数 $z_1=24$ 、 $z_2=48$ を与えて一對の歯車を設計したが、本設計法は任意の軸角および任意の歯数を与えた場合の設計にも適用できる。

(3) 本設計法の開発は、先に開発した“すぐば円すい形インボリュート歯車のインフィード研削法”と併せ、交差軸用すぐば円すい形インボリュート歯車の本格的実用化を可能にするものとする。

(4) 今後の課題は、歯当たりの幅をいかに大きくしていくかであるが、これに対する解答がコンケーブ円すい形歯車である⁽¹⁴⁾。すなわちこの課題は、コンケーブ円すい形歯車の開発によって解決されうると考えている。

終りに本研究において、三菱重工業京都精機製作所、岡本工作機械製作所、ならびに本学技官、本田健蔵氏の協力をいただいた。記して感謝の意を表する。

文 献

- (1) Mitome, K., Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 1: Theoretical Analysis of Table Sliding Taper Hobbing, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **103-4**(1981), 446.
- (2) Mitome, K., Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 2: Hobbing of Conical Involute Gear, *ASME, J. Eng. Ind.*, **103-4** (1981), 452.
- (3) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第1報, 設計および製法), *機論*, **48-430, C**(1982), 852.
- (4) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第2報, インボリュートピニオンカッターの設計・製作システム), *機論*, **48-430, C** (1982), 860.
- (5) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第3報, 一對の歯車のかみあいについて), *機論*, **51-463, C**(1985), 624.
- (6) Mitome, K., Inclining Work-Arbor Taper Hobbing, *Trans. ASME, J. Mech. Des.*, **108-1**(1986), 135.
- (7) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第4報, 歯車の研削法), *機論*, **53-486, C**(1987), 451.
- (8) 三留, 円すい形インボリュート歯車の設計法), *機論*, **56-528, C**(1990), 223.
- (9) 三留, 円すい形インボリュート歯車の研究 (第6報, ハードギヤフィニッシャー用の新しいタイプのマスターギヤの開発), *機論*, **56-531, C**(1990), 189.
- (10) 三留, すぐば円すい形インボリュート歯車のオーバホール法の開発, *機論*, **57-536, C**(1991), 1239.
- (11) 三留・建部, はずば円すい形インボリュート歯車のオーバホール法の開発, *機論*, **57-538, C**(1991), 348.
- (12) 三留, すぐば円すい形インボリュート歯車のインフィード研削法, *機論*, **57-543, C**(1991), 3646.
- (13) 三留, 歯当りを考慮したマイタコニカルギヤの設計法, *機論*, **57-544, C**(1991), 3975.
- (14) Mitome, K., Concave Conical Gear, *International Conference on Motion and Power Transmissions (MPT' 91, Hiroshima)*, (1991), 601.