被削材の再生びり振動の発生*

(第4報, 動的切削力の速度成分が安定限界に及ぼす影響)

近藤 英二^{*1}, 太田 博^{*2}, 川合 忠雄^{*2}Regenerative Chatter Vibrations of Turning Workpiece
(4th Report, Variation of Stability Limit Caused by Velocity Components
of Dynamic Cutting Forces)

Eiji KONDO, Hiroshi OTA and Tadao KAWAI

The stability criterion derived by mathematical models of the machine tool vibratory system and the dynamic cutting process predicts cutting conditions under which the machine tool working against chatter develops dynamic instability. In this study, we assume that a turning workpiece has directional vibratory properties, and derive both its unconditional and conditional stability criteria, including the effect of velocity components of dynamic cutting forces. In view of the importance of designing machine tools with high dynamic stability and eliminating chatter in the shop, it is necessary to investigate the variation of the stability limit caused by the velocity component in relation to the directional vibratory properties of the workpiece. As a result of the investigation, it is revealed that the stability limit variation caused by the velocity components depends to a considerable degree on the principal coordinate direction of the workpiece vibratory system.

Key Words: Cutting, Lathe, Vibration of Workpiece, Chatter, Stability Criterion, Dynamic Cutting Process, Two Degrees of Freedom

1. ま え が き

工作機械(被削材・工具などを含む)の動的安定限界は, 工作機械の振動系と動的切削過程の計算モデルから導かれる条件式によって予測できる。動的切削力の速度成分の影響が小さい高切削速度では, 速度成分を無視した安定限界の条件式による予測と実験結果が良く一致することを, 著者らは旋盤の被削材について既報⁽¹⁾で示した。しかし, 低切削速度では動的切削力の速度成分の影響が大きく⁽²⁾, 安定限界を定量的に精度良く予測するには, ペネトレーション効果⁽³⁾のような動的切削力の速度成分を考慮することが必要で, これを考慮した条件がいくつか提案されている^{(3)~(11)}。

ところで, びり振動が発生しにくい工作機械の設計, あるいは現場でのびり振動対策という観点からすれば, 単に安定限界の条件を理論により精度良く予測できるというだけでなく, 動的切削力の速度成分によって安定限界がどのように変わるかを知ることが重要であると思われるが, 従来の研究では十分には行われていない。

そこで, 本研究では被削材を振動特性に方向差のある2自由度系と仮定し, 動的切削力の速度成分⁽²⁾⁽¹²⁾を考慮した無条件(絶対)安定限界と条件付安定限界⁽³⁾の条件式を導いた。また, 実用上重要と思われる無条件安定限界について, 被削材の振動特性の方向性と動的切削力の速度成分との関係を系統的に示した。

2. 安定限界の条件式

2・1 被削材振動系の計算モデル 工具を変形しない剛体とし, 被削材を振動特性に方向差がある2自由度系と仮定すれば(図1参照), 背分力 F_x , 主分力 F_y が作用するときのO- xy 座標系での被削材の運動方程式は次式で表される⁽¹⁾。ただし, 式(1)は被削材の変位 x, y と切削力 F_x, F_y の変動分についての式である。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + c(1 - \Delta_c \cos 2\phi)\dot{x} + c\Delta_c \sin 2\phi \cdot \dot{y} \\ + k(1 - \Delta_k \cos 2\phi)x + k\Delta_k \sin 2\phi \cdot y = F_x \\ m\ddot{y} + c\Delta_c \sin 2\phi \cdot \dot{x} + c(1 + \Delta_c \cos 2\phi)\dot{y} \\ + k\Delta_k \sin 2\phi \cdot x + k(1 + \Delta_k \cos 2\phi)y = F_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} k &= (k_\xi + k_\eta)/2, \Delta_k = (k_\eta - k_\xi)/2k \\ c &= (c_\xi + c_\eta)/2, \Delta_c = (c_\eta - c_\xi)/2c \\ p^2 &= k/m, 2n = c/m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

* 原稿受付 平成4年1月9日。

^{*1} 正員, 豊田工業高等専門学校 (〒471 豊田市栄生町2-1)。^{*2} 正員, 名古屋大学工学部 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)。

ϕ : 被削材振動系の基準座標の方向 ($\angle \xi ox$)

m : 切削力に加わる部分に集中したとみなした被削材の等価質量

k_ξ, k_η : 被削材の基準座標 ξ, η 方向のばね定数 ($k_\xi < k_\eta$)

c_ξ, c_η : 被削材の ξ, η 方向の粘性減衰係数

安定限界では被削材は一定振幅で振動し、変位 x, y と切削力 F_x, F_y は式(3)で表される定常振動解になると仮定できる。式(3)を式(1)に代入すれば式(4)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x &= X e^{i\beta t}, \quad y = Y e^{i\beta t} \\ F_x &= f_x e^{i\beta t}, \quad F_y = f_y e^{i\beta t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} G_{xx}X + G_{xy}Y &= f_x/k \\ G_{yx}X + G_{yy}Y &= f_y/k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} G_{xx} &= 1 - \Delta_k \cos 2\phi - \beta^2/p^2 \\ &\quad + i2n\beta/p^2(1 - \Delta_c \cos 2\phi) \\ G_{xy} &= G_{yx} = (\Delta_k + i2n\beta/p^2 \cdot \Delta_c) \sin 2\phi \\ G_{yy} &= 1 + \Delta_k \cos 2\phi - \beta^2/p^2 \\ &\quad + i2n\beta/p^2(1 + \Delta_c \cos 2\phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

2.2 動的切削過程の計算モデル 背分力と主分力

の変動分 F_x, F_y は被削材変位 x, y の関数として式(6)で表されるから⁽¹²⁾、式(3)の x, y, F_x, F_y を代入すれば動的背分力と動的主分力の複素振幅 f_x, f_y の式(7)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= k_{cx} \{ \mu x(t-T+t_s) + \mu t_{ox} \dot{x}(t-T) \\ &\quad - x(t) - t_{ix} \dot{x}(t) - t_{vx} \dot{y}(t) \} \\ F_y &= k_{cy} \{ \mu x(t-T+t_s) + \mu t_{oy} \dot{x}(t-T) \\ &\quad - x(t) - t_{iy} \dot{x}(t) - t_{vy} \dot{y}(t) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

μ : 重複係数

T : 被削材の一回転に要する時間

k_{cx}, k_{cy} : 静的切削剛性

t_{ox}, t_{oy} : 外側波に関する速度成分の係数

t_{ix}, t_{iy} : 内側波に関する速度成分の係数

t_{vx}, t_{vy} : 上下振動による速度成分の係数

t_s : せん断面による外側波の進み時間

$$\left. \begin{aligned} f_x &= b(K_{ix}X + K_{ox}X_o + K_{vx}Y) \\ f_y &= b(K_{iy}X + K_{oy}X_o + K_{vy}Y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 b は切削幅、 $K_{ix}, K_{ox}, K_{vx}, K_{iy}, K_{oy}, K_{vy}$ は式(8)で表される動的切削力係数⁽¹³⁾である。係数の添字の o は外側波 (outer modulation), i は内側波 (inner modulation), v は上下振動 (vertical vibration) を表す。また、 X_o は式(9)で表される外側波の複素振幅である。

$$\left. \begin{aligned} K_{ox} &= \mu p_{sx} \{ \exp(i\beta t_s) + i\beta t_{ox} \} \\ K_{ix} &= -p_{sx}(1 + i\beta t_{ix}), \quad K_{vx} = -i p_{sx} \beta t_{vx} \\ K_{oy} &= \mu p_{sy} \{ \exp(i\beta t_s) + i\beta t_{oy} \} \\ K_{iy} &= -p_{sy}(1 + i\beta t_{iy}), \quad K_{vy} = -i p_{sy} \beta t_{vy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$X_o = e^{-i\beta T} X \dots\dots\dots (9)$$

p_{sx}, p_{sy} : 背分力、主分力の単位切削幅あたりの静的切削剛性 (比切削抵抗)

2.3 無条件(絶対)安定限界 式(7)を式(4)に

代入して Y を消去すれば X と X_o の比を表す式(10)が得られる。

$$X/X_o = G_1/(k/b + G_2) \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \{ K_{ox}(G_{yy} - K_{vy}b/k) \\ &\quad - K_{oy}(G_{xy} - K_{vx}b/k) \} / g \\ G_2 &= \{ K_{iy}(G_{xy} - K_{vx}b/k) - K_{vy}G_{xx} \\ &\quad - K_{ix}(G_{yy} - K_{vy}b/k) + K_{vx}G_{yx} \} / g \\ g &= G_{xx}G_{yy} - G_{xy}G_{yx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

安定限界では式(10)の X, X_o の絶対値は等しくなるから、無条件安定限界の式(12)が得られる⁽¹⁴⁾。

$$|G_1/(k/b + G_2)| = 1 \dots\dots\dots (12)$$

G_1, G_2 の実部を g_1, g_2 、虚部を h_1, h_2 とすれば

$$G_1 = g_1 + ih_1, \quad G_2 = g_2 + ih_2 \dots\dots\dots (13)$$

と表せるから、式(13)を式(12)に代入し、 k/b について解けば

$$k/b = -g_2 \pm \sqrt{g_1^2 + h_1^2 - h_2^2} \dots\dots\dots (14)$$

となる。安定限界での切削幅 b_c は式(14)を満足する切削幅 b の最小値になり、安定限界では $g_1 < 0, g_2 < 0$ だ

図1 振動系のモデル ($k_\xi < k_\eta$)

から、無条件安定限界の条件式は

$$b_c = -k/[g_2 - \sqrt{g_1^2 + h_1^2 - h_2^2}]_{\min} \quad (15)$$

となる。また、式(15)の右辺の分母が最小となるときの β が安定限界でのびりりの角振動数 β_c になる。ここで、式(11)からわかるように、 g_1, g_2, h_1, h_2 は切削幅 b の関数になっているため、実際に式(15)により b_c を求めるにはまず $t_{ix}, t_{iy}, t_{vx}, t_{vy}, t_{ox}, t_{oy}, t_s$ のすべてを零とした安定限界での切削幅 b_c を初期値として与え、 b_c が必要な精度に収束するまで反復法により計算を行う必要がある。

無条件安定限界での外側波に対する内側波の位相差 ε_c (図1参照) は、安定限界でのびりりの角振動数 β_c と切削幅 b_c を式(10)の右辺に代入した X/X_0 の実部 R_c と虚部 I_c から式(16)により得られる。

$$\varepsilon_c = \tan^{-1}(I_c/R_c) \quad (16)$$

2.4 条件付安定限界 定常振動を仮定したときの外側波に対する内側波の位相差を ε 、また、 j を整数とすれば

$$\beta T = 2\pi j + \varepsilon \quad (17)$$

となるから、式(17)を式(9)に代入すれば式(18)が得られる。

$$X_0 = e^{-i\beta T} X = e^{-i\varepsilon} X \quad (18)$$

よって、式(18)を式(10)に代入し、 $\lambda = b/k$ とすれば式(19)が得られる。

$$A_2 \lambda^2 + A_1 \lambda + 1 = 0 \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \{(K_{ix} + K_{ox} e^{-i\varepsilon})K_{vy} \\ &\quad - (K_{iy} + K_{oy} e^{-i\varepsilon})K_{vx}\}/g \\ A_1 &= \{(K_{iy} + K_{oy} e^{-i\varepsilon})G_{xy} - (K_{ix} + K_{ox} e^{-i\varepsilon}) \\ &\quad \times G_{yx} + K_{vx}G_{yx} - K_{vy}G_{xx}\}/g \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

A_2, A_1 の実部を R_2, R_1 、虚部を I_2, I_1 とすれば λ は実数だから式(19)の実部、虚部について式(21)が成り立つ。

$$R_2 \lambda^2 + R_1 \lambda + 1 = 0, I_2 \lambda^2 + I_1 \lambda = 0 \quad (21)$$

よって式(21)の λ^2 の項を消去すれば、安定限界の条件式(22)が得られる。

$$\lambda = I_2/(R_2 I_1 - R_1 I_2) \quad (22)$$

また、式(22)を式(21)に代入すれば振動数方程式(23)が得られる。

$$I_2^2 + (R_2 I_1 - R_1 I_2) I_1 = 0 \quad (23)$$

式(23)は β に関する実超越方程式で解は複数個あるため、式(22)の λ の値が正の実数で、かつ最小となる β が安定限界でのびりりの角振動数 β_c 、このときの λ が安定限界での λ_c となる。

ここで、式(20)からわかるように、式(22)、(23)は

位相差 ε の関数で、 ε に対する条件付安定限界 λ_c での極小値は、2.3節で示した無条件安定限界に一致する。また、式(8)で $\mu=0$ とおけば $K_{ox}=K_{oy}=0$ となり、式(20)の $e^{-i\varepsilon}$ の項はすべて消えるから、式(23)を満足する β を式(22)に代入すれば一次びり振動の安定限界が得られる。

2.5 上下振動による速度成分を無視した条件付安定限界 上下振動による速度成分を無視 ($t_{vx}=t_{vy}=0$) すれば、式(8)から $K_{vx}=K_{vy}=0$ となる。よって、式(20)で $A_2=0$ となり、式(22)の分母は零になるから式(22)により λ を求めることはできない。そこで、式(21)で $R_2=I_2=0$ とすれば、上下振動による速度成分を無視したときの条件式(24)と振動数方程式(25)が得られる。

$$\lambda = -1/R_1 \quad (24)$$

$$I_1 = 0 \quad (25)$$

3. 無条件安定限界に及ぼす速度成分の影響

3.1 基準座標の方向に対する安定限界 安定限界の計算では、被削材の自由振動の特性は表1の値を、また図2～11の計算では動的切削過程の特性は表2の値を用いた。ここで、表1は既報⁽¹⁾の実験で用いた被削材の自由振動の特性、表2は既報⁽²⁾で示した方法により求めた予測値で、切削速度 40 m/min で突切バイトにより黄銅板を二次元切削するときの動特性になる。

表1 被削材の自由振動の特性

Root mean square value of natural frequencies	$p/2\pi$ (Hz)	225
Spring constant	k (MN/m)	10.0
	Δk	0.08
Damping coefficient	n/p	0.054
	Δc	0.22
Equivalent mass	m (kg)	5.0
Angle of two coordinate systems	ϕ (°)	-43

表2 動的切削過程の特性 ($V_0=40$ m/min)

Overlap Factor	μ	1.0
Specific Thrust Force p_{sx} (GN/m ²)		0.619
Specific Cutting Force p_{sy} (GN/m ²)		1.566
Coefficient of Velocity Component	t_{sx} (ms)	-0.541
	t_{sy} (ms)	-0.174
	t_{ix} (ms)	-0.413
	t_{iy} (ms)	0.006
	t_{vx} (ms)	-0.029
	t_{vy} (ms)	-0.023
Lead Time of Outer Modulation on Shear Plane	t_s (ms)	0.559

安定限界での切削幅 b_c 、びり振動数 $\beta_c/2\pi$ 、位相差 ϵ_c と被削材振動系の基準座標の方向 ϕ との関係に及ぼす動的切削力の速度成分(せん断面による外側波の進み時間 t_s を含む)の影響を図2に示す。ここで、 b_c 、 $\beta_c/2\pi$ 、 ϵ_c は式(15)、(16)により計算した振動特性(ばね定数と減衰係数)に方向差がある $\Delta_k \neq 0$ 、 $\Delta_c \neq 0$ の被削材(以後、 $\Delta \neq 0$ と略記する)は、動的切削力の速度成分(Velocity Component: せん断面による外側波の進み時間 t_s を含む、以後は VC と略す)を無視した $VC=0$ の b_c は左右対称($\phi=55^\circ$ が対称軸)で、 $\phi=10^\circ$ 、 100° に極大値がある。速度成分を考慮した $VC \neq 0$ の b_c は $VC=0$ での b_c に比して減少するが、その割合は基準座標の方向 ϕ により異なり、最大で約50%($\phi=100^\circ$)になっている。また振動特性に方向差のない $\Delta_k=0$ 、 $\Delta_c=0$ の被削材(図中で $\Delta=0$ で表した)では、 $VC=0$ での b_c に対し、 $VC \neq 0$ での b_c は約30%減少している。

$\beta_c/2\pi$ は b_c の大きさとほぼ同じ特性になっているが、 $VC=0$ と $VC \neq 0$ とでその差は小さく、 $\Delta \neq 0$ の被削材は最大で約10 Hz、 $\Delta=0$ では約4 Hz である。 $\Delta=0$ の被削材の $\epsilon_c(VC=0)$ は約 90° だが、 $\Delta \neq 0$ の被削材の $\epsilon_c(VC=0)$ は ϕ により変化し、 $\phi=45^\circ$ で -80° 、 $\phi=150^\circ$ で -120° になっている。

被削材のばね定数の方向差 Δ_k 、減衰係数の方向差 Δ_c と速度成分 VC との関係を図3に示す。図中には $\Delta_k \neq 0$ 、 $\Delta_c=0$ の被削材($\Delta_k \neq 0$)と $\Delta_k=0$ 、 $\Delta_c \neq 0$ の被削材($\Delta_c \neq 0$)について、速度成分を無視した $VC=0$ の

b_c と速度成分を考慮した $VC \neq 0$ の b_c が、破線と実線の曲線でそれぞれ示してある。 $\Delta_c \neq 0$ の被削材では、 $VC=0$ での b_c に対する $VC \neq 0$ での b_c の減少割合は、基準座標の方向 ϕ によって特に大きな差はない。しかし、 $\Delta_k \neq 0$ の被削材での減少割合は0~50%で ϕ により大きく変化しており、図2の $\Delta \neq 0$ の被削材で見られた VC による減少割合の ϕ に対する違いは、主としてばね定数の方向差 Δ_k に起因していると推定される。

3.2 内側波と上下振動による速度成分の影響

安定限界での切削幅 b_c と基準座標の方向 ϕ との関係に及ぼす内側波による速度成分(t_{ix} , t_{iy} の項)の影響を

図3 被削材のばね定数・減衰係数の方向性と速度成分との関係

図4 内側波による速度成分(t_{ix} , t_{iy} の項)の影響

図2 被削材振動系の基準座標の方向と関係に及ぼす速度成分の影響

図5 上下振動による速度成分(t_{vx} , t_{vy} の項)の影響

図4に示す。図中には t_{ix} のみを零とした b_c が破線で、 t_{iy} のみを零とした b_c が一点鎖線で示してある。速度成分をすべて考慮した $VC \neq 0$ での b_c に対し、 $t_{ix}=0$ での b_c は $\phi=60^\circ$ で約80%上昇しているが、 $\phi=137^\circ$ では15%しか上昇していない。また、 $t_{iy}=0$ での b_c は $VC \neq 0$ の b_c とほとんど差はない。

図5には t_{vx} 、 t_{vy} の影響が示してあり、 $\phi=20^\circ$ 付近で最も影響が大きい。また、無視した t_{vx} の値は $-29 \mu s$ 、 t_{vy} の値は $-23 \mu s$ でほぼ同じだが、 $t_{vx}=0$ の b_c は約10%の増加、 $t_{vy}=0$ の b_c は4%の増加になっている。しかし、 $\phi=110^\circ \sim 180^\circ$ で $t_{vx}=0$ と $t_{vy}=0$ の b_c は $VC \neq 0$ の b_c とほとんど差はなく、図4の t_{ix} 、 t_{iy} と同様、基準座標の方向 ϕ により t_{vx} 、 t_{vy} による b_c の変化の程度は異なっている。

t_{ix} 以外の速度成分の係数の大きさを一定とし、 t_{ix} の大きさのみを変えたときの安定限界での切削幅 b_c 、びり振りの振動数 $\beta_c/2\pi$ 、位相差 ϵ_c を図6に示す。図中には、被削材の振動特性の方向差により安定限界が増大している被削材 ($\phi=30^\circ$)、減少している被削材 ($\phi=137^\circ$)、方向差のない被削材 ($\Delta=0$) についてそれぞれ示してある。 $\phi=30^\circ$ の被削材の b_c は $t_{ix}=0$ ms あたりでこう配は急だが、 $t_{ix}=-1.0$ ms ではかなり緩やかになっている。切削幅 b_c がこのような特性を示すのは、動的切削過程での減衰力 (減衰係数 $b_c p_{sr} t_{ix}$) が b_c の減少に伴って小さくなることに起因していると推察される。 $\phi=30^\circ$ の被削材に比べ b_c は低い、 $\Delta=0$ の被削材も同様な特性が見られる。しかし、 $\phi=137^\circ$ の被削材では t_{ix} の変化に対する b_c の変化割合は $\phi=30^\circ$ の被削材に比べかなり小さく、基準座標の方向 ϕ により特性が大きく異なっている。

図6 内側波による速度成分(t_{ix} の項)の大きさの影響

材では t_{ix} の変化に対する b_c の変化割合は $\phi=30^\circ$ の被削材に比べかなり小さく、基準座標の方向 ϕ により特性が大きく異なっている。

図7の t_{vx} に対する特性は、 $\phi=30^\circ$ 、 $\phi=137^\circ$ 、 $\Delta=0$ のいずれの被削材の場合も図6とほぼ同じになっている。しかし、 t_{ix} の大きさに対する b_c 、 $\beta_c/2\pi$ 、 ϵ_c の変化割合は図6に比べ小さく、上下振動による速度成分 (t_{vx} の項) は内側波に関する速度成分 (t_{ix} の項) に比べ、びり振動に及ぼす影響は小さいことがわかる。

3.3 外側波に関する速度成分の影響 安定限界での切削幅 b_c と基準座標の方向 ϕ との関係に及ぼす外側波に関する速度成分 (t_{ox} 、 t_{oy} の項) とせん断面による外側波の進み時間 t_s の影響を図8に示す。図中には t_{ox} のみを無視した b_c が破線 ($t_{ox}=0$)、 t_{oy} は一点鎖線 ($t_{oy}=0$)、 t_s は二点鎖線 ($t_s=0$) で示してある。 $t_s=0$ での b_c は、 $VC \neq 0$ での b_c に対し ϕ の大きさに関係なく減少しているが、 $t_{ox}=0$ での b_c は $\phi=0^\circ \sim 105^\circ$ 、 $160^\circ \sim 180^\circ$ では減少し、 $\phi=105^\circ \sim 160^\circ$ では逆

図7 上下振動による速度成分(t_{vx} の項)の大きさの影響

図8 外側波による速度成分(t_{ox} 、 t_{oy} の項と t_s)の影響

に増大している。また、 $t_{oy}=0$ での b_c も ϕ により増加あるいは減少しており、 t_{ox} 、 t_{oy} は同じ値であっても b_c に及ぼす影響は ϕ により逆になっている。

t_s の大きさのみを変えたときの安定限界での切削幅 b_c 、位相差 ε_c 、びり振動数 $\beta_c/2\pi$ を図9に示す。図6、7と異なり、 b_c には極大値が見られ、 ε_c の変化も大きい。 $\phi=30^\circ$ の被削材の ε_c は $t_s=0$ msで約 -130° だが、 $t_s=0.9$ msあたりで 0° になり、それ以上の t_s では正になっている。この $\varepsilon_c=0^\circ$ となる t_s の値0.9msは b_c が極大値になる t_s の値とほぼ一致しており、 t_s の増加に対して $\varepsilon_c<0^\circ$ で b_c は増加するが、 $\varepsilon_c>0^\circ$ では逆に減少している。極大値は小さいが、このような特性は $\phi=137^\circ$ と $\Delta=0$ の被削材でも見られる。

式(18)で $\varepsilon=\varepsilon_c$ とした X_o を式(7)に代入し、 $\beta=\beta_c$ とすれば安定限界での内側波に関する見掛けの動的切削力係数 K_{ix}^* 、 K_{iy}^* が得られる。

$$\left. \begin{aligned} K_{ix}^* &= -p_{sx}\{[1-\mu\cos(\beta_ct_s-\varepsilon_c) \\ &\quad -\mu\beta_ct_{ox}\sin\varepsilon_c]+i\{\beta_ct_{ix} \\ &\quad -\mu\sin(\beta_ct_s-\varepsilon_c)-\mu\beta_ct_{ox}\cos\varepsilon_c\}\}X \\ K_{iy}^* &= -p_{sy}\{[1-\mu\cos(\beta_ct_s-\varepsilon_c) \\ &\quad -\mu\beta_ct_{oy}\sin\varepsilon_c]+i\{\beta_ct_{iy} \\ &\quad -\mu\sin(\beta_ct_s-\varepsilon_c)-\mu\beta_ct_{oy}\cos\varepsilon_c\}\}X \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

図9の $\phi=30^\circ$ の被削材は b_c の極大値あたりで β_ct_s

図9 せん断面による外側波の進み時間 t_s の大きさの影響

と ε_c は比例し、 $(\beta_ct_s-\varepsilon_c)$ は約 $\pi/2$ で $\cos(\beta_ct_s-\varepsilon_c)$ 、 $\sin(\beta_ct_s-\varepsilon_c)$ はほぼ一定となり、それぞれ零、1である。式(26)の虚部は内側波に関する速度成分に相当し、正ならば振動系の減衰係数を増加させ、 b_c は増加する。ここで、表2から $t_{ox}<0$ だから、 K_{ix}^* の $-\mu\beta_ct_{ox}\cos\varepsilon_c$ は $|\varepsilon_c|<90^\circ$ で正、 $\varepsilon_c=0^\circ$ で最大になる。また、 K_{iy}^* の $-\mu\beta_ct_{oy}\cos\varepsilon_c$ も $t_{oy}<0$ だから $\varepsilon_c=0^\circ$ で最大になり、これらの項の影響により $\varepsilon_c=0^\circ$ で b_c に極大値が生じたと推定される。

図10の t_{ox} に対する b_c も、 $\phi=30^\circ$ の被削材では $t_{ox}=-0.9$ msあたりで極大値が見られるが、図9と違い、 $\beta_c/2\pi$ は急激に減少している。図11は式(10)により求めた $\phi=30^\circ$ の被削材での内側波と外側波の振幅比 $|X/X_o|$ で、図10の b_c が極大値になる前後の $t_{ox}(-0.7$ ms、 -1.1 ms)について示してある。被削材を振動特性に方向差のある2自由度系と仮定しているため、振幅比の特性曲線はそれぞれ2箇所極大値になり、図11の $t_{ox}=-0.7$ msではA点が安定限界になっている。しかし、 -1.1 msではB'点が安定限界にな

図10 外側波による速度成分(t_{ox} の項)の大きさの影響

図11 内側波と外側波の振幅比

るため、図10の t_{ox} のわずかな変化に対する $\beta_c/2\pi$ の急激な変化と、 b_c の極大値が生じたと推定される。

また、 $\phi=137^\circ$ の被削材は $t_{ox}=0$ msあたりで b_c は極大値になっており、これらのことから図8の $VC \neq 0$ での b_c に対する $t_{ox}=0$, $t_{oy}=0$ の b_c が基準座標の方向 ϕ によって増減するのは、 ϕ により b_c が極大値になる t_{ox} , t_{oy} が移動し、増減のこう配が反転するためと推定される。

b_c が極大値になる ε_c は $\phi=30^\circ$, $\phi=137^\circ$, $\angle=0$ の被削材で異なるが、それぞれ約 -90° で、図9において b_c が極大値になった位相差($\varepsilon_c=0^\circ$)とは異なっている。式(26)の K_{ix}^* の実部は重複係数に相当し、小さくなれば安定限界 b_c は増加する。よって、 K_{ix}^* の実部の $-\mu\beta_c t_{ox} \sin \varepsilon_c$ は $-180^\circ < \varepsilon_c < -90^\circ$ で負、 $\varepsilon_c = -90^\circ$ で最小、 K_{iy}^* の $-\mu\beta_c t_{oy} \sin \varepsilon_c$ も $\varepsilon_c = -90^\circ$ で最小になるから、主としてこれらの項の影響により b_c の極大値が生じたと推定される。

4. ま と め

(1) 被削材を振動特性に方向差がある2自由度系と仮定し、動的切削力の速度成分を考慮した被削材の無条件(絶対)安定限界と条件付安定限界の条件式を導いた。

(2) 振動特性の方向性(方向差と基準座標の方向)により安定限界が増大している被削材では、動的切削力の速度成分による安定限界の変化割合が大きく、減少している被削材では小さい。また、このような方向性による違いは、主として被削材のばね定数の方向差に起因している。

(3) 振動特性に方向差がある被削材では、無条件

安定限界における外側波に対する内側波の位相差は、被削材振動系の基準座標の方向により変化する。

(4) 動的切削力の速度成分は被削材振動系に対しては減衰力として作用し、内側波、上下振動による速度成分の係数(t_{ix} , t_{iy} , t_{vx} , t_{vy})の値が正ならば安定限界を増大させ、負ならば減少させる。しかし、外側波に関する減衰力は、速度成分の係数(t_{ox} , t_{oy})の値の正負だけでなく、外側波に対する内側波の位相差(被削材振動系の基準座標の方向により変化)との組合せにより正負が決まる。

最後に、本研究の遂行に当たって貴重なご助言を賜った愛知技術短期大学山田寿勝学長に謝意を表す。

文 献

- (1) 太田・近藤・山田, 機論, 54-504, C(1988), 1953.
- (2) 近藤・太田・川合, 機論, 58-548, C(1992), 1259.
- (3) Tobias, S. A. and Fishwick, W., *Trans. ASME*, 80-5 (1958), 1079.
- (4) Sisson, T. R. and Kegg, R. L., *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 91-4(1969), 951.
- (5) 松原・山本・水本, 精密機械, 50-7(1984), 1079.
- (6) Wu, D. W. and Liu, C. R., *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 107-2(1985), 112.
- (7) 加藤・丸井・橋本・山田, 機論, 53-491, C(1987), 1562.
- (8) Knight, W. A., *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, 8(1968), 1.
- (9) Nigm, M. M., Sadek, M. M. and Tobias, S. A., *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, 17(1977), 19.
- (10) Minis, I. E., Magrab, E. B. and Pandelidis, I. O., *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, 112-1(1990), 28.
- (11) Kim, J. S. and Lee, B. H., *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 31-3(1991), 371.
- (12) 近藤・太田・川合, 機論, 58-548, C(1992), 1251.
- (13) Tlustý, J., *CIRP Ann.*, 27-2(1978), 583.
- (14) Koenigsberger, F. and Tlustý, J. (塩崎・中野共訳), 工作機械の力学, (1972), 113, 養賢堂.