軸継手のヒステリシスと ロータ系の非線形ねじり振動に関する研究*

肥 爪 彰 夫^{*1}, 倉 田 健 二^{*2}
中 村 優 一^{*2}, 松 田 隆 男^{*2}

A Study on the Hysteresis Characteristics of Shaft Coupling and the Nonlinear Torsional Vibration of a Rotor System

Akio HIZUME, Kenji KURATA,
Yuichi NAKAMURA and Takao MATSUDA

Excessively large transient torsional vibration is induced on the rotor system of modern large turbine-generators. This paper reveals that the coupling connecting the adjacent rotors acts as a hysteresis damper, and discusses the effect. First, a model is presented for the damping mechanism of typical shaft coupling. Second, the time-dependent nonlinear transient torsional vibration of the rotor system is investigated, using this model. Third, an improved coupling of higher damping capacity is introduced and investigated in the same way. Thus, the proper direction of the optimal design of coupling is clearly specified.

Key Words: Coupling, Hysteresis Damper, Nonlinear Transient Torsional Vibration

1. 緒 言

本論文は、大容量タービン・発電機のロータ系に誘起される過大な重畳過渡ねじり振動⁽¹⁾に対し、隣接ロータ間の軸継手がヒステリシスダンパとしてこれを抑える役割を果たす、乃至果たし得るのではないかと、いう着想の下に、

- ① 典型的な現存軸継手のダンパ機能に関する定量的モデルを作り、
 - ② これをロータ系に組み込んで、非線形過渡ねじり振動の時刻歴応答を調べ、
 - ③ さらにダンパ機能を高めるための現実的改善策を工夫して、その効果を上と同様にして検討する。
- これにより軸継手の最適設計を明らかにする。

2. 軸継手の非線形挙動

現存軸継手の構造を図1に示す。スペーサをはさんで左右フランジ端面を突き合わせ、ボルトで締結する。曲げ振動に不都合なアンバランスを防止するためリーマにする。

図1 現存軸継手

図2 改良型軸継手
円周方向断面における
ボルトとボルト孔

改良型軸継手の構造を図2に示す。全体構造及び左フランジとスペーサは現存軸継手と全く同一であるが、右フランジのボルト孔は、半径方向にのみリーマとし、円周方向には遊隙を設ける。締結ボルト右端の曲げモーメントがボルト変形抑制に効くように、ボルト右半分の形状寸法を工夫している。

以下の解析においてフランジ、スペーサ、ボルト、ナットの慣性を無視する。すなわち軸継手は静的変形すると見なす。これは、ロータ系のねじり固有振動数に比し、これら部品のねじり固有振動数は非常に高いので許される。又、軸継手の構成部材の変形はすべて弾性変形とする。

2・1 軸継手モデルとヒステリシスルール 図3は現存軸継手である。(a)において、 K_1 は従来一般に認識されている軸継手全体の一体変形に対するねじり剛性⁽²⁾、 K_2 は本論文が初めて指摘するもので、ボルトのたわみとボルト孔のくぼみを伴うねじり変形の剛性、 T_{F2} はそのような剛性 K_2 に関わるねじり変形と並列に発生する突き合わせ面のずれ回転の摩擦トルクである。伝達可能摩擦トルクを T_F とすると $|T_{F2}| \leq T_F$ である。(b)において、 T は軸継手に加わるトルク、 θ は図1の2点A、B間の相対角変位である。今原点0から出発して正のトルクを加え点1に至った時、面積 $01a$ は K_1 に蓄えられた弾性エネルギー、点1のトルクは突き合わせ面の伝達可能摩擦トルク($=T_F$)を表す。更にトルクを増し点2に至った時、長さ $1b$ は突き合わせ面のずれ角、 bc は K_1 の追加変形を表し、面積 $2deb$ は K_1 の弾性エネルギー増加分、面積 $12b$ は K_2 に蓄えられた弾性エネルギー、面積 $a1be$ (=面積

* 原稿受付 平成4年3月12日。

*¹ 正員、神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)。

*² 学生員、神戸大学大学院。

図3 現存軸継手

(b) ヒステリシスループ

0 1 2 3) は T_F による消散エネルギーを表す。

点2からトルクを減じ点3に至った時、 K_1 の変形は長さ $f 2 (= 0 a)$ だけ解放され、突き合わせ面の摩擦トルクはゼロとなるが、 K_2 の変形と突き合わせ面のずれ角は点2のままである。

更にトルクを減じ点4に至った時、 K_1 の変形及び突き合わせ面の摩擦トルクは、最初と逆方向に、それぞれ $g 3 (= 0 a) - b c$ 、及び T_F となるが、 K_2 の変形と突き合わせ面のずれ角は依然点2のままである。

更に、トルクを減じ点5に至った時、 K_1 の変形は負方向に長さ $h 0$ となり、突き合わせ面は負方向に長さ $i 4$ だけずれて点2における正方向の $1 b$ と相殺する。面積 $4 5 i$ の K_2 の弾性エネルギーが解放され、これは点2において蓄えられていたもの(面積 $1 2 b$)に等しい。又、面積 $4 i j g (= \text{面積 } 4 5 0 3)$ は T_F によるこの間の消散エネルギーを表す。

点5から点6, 7, 8を経て点1に至る過程は、点1から5に至る過程と方向だけが逆で、内容は等しい。

以上をまとめると、 T, θ が一周すれば面積 $2 4 6 8$ 相当のエネルギーが消散するが、一周しなくても、直線 $8-2$ 乃至その延長線上の過程、及び、直線 $4-6$ 乃至その延長線上の過程では、エネルギーが消散する。

図4は改良型軸継手である。現存軸継手との差異は、左右どちらか片方のフランジのボルト孔に関して、半径方向のリーマを保持したまま、円周方向にのみ遊隙を設けることにより、ストッパ付きの突き合わせ面ずれ機構を K_1 と直列に設けた事である。半径方向にリーマを保てば、曲げ振動に不都合なアンバランスを発生することはない。なお、 $|T_{F1}| \leq T_F$ である。

改良型軸継手のヒステリシスループは、現存軸継手のそれを直線 $1 5$ で切り離し、間に平行四辺形 $1' 5' 1''$ を挿入した形となる。トルクの変動範囲が同じなら現存軸継手に比し、 T, θ 一周時に面積 $1' 5' 1''$ だけエネルギー消散量が増す。一周しなくても、過程 $8-1'-1''-2$ 、及び、過程 $4-5-5'-6$ でのエネルギー消散量が増す。

(a) モデル

図4 改良型軸継手 (b) ヒステリシスループ

で表される。たわみ差 y_B は以下のようにして求める。

(1) 現存軸継手の場合

すべてが左右対称ゆえ、左半分について式をたてる。ボルト長手方向の座標の原点をボルト中央の点Oにとる。その際、図5に於いてボルトの右半分が点Oを通る断面を通じて左半分に及ぼす力を F_0 とする。

ボルトに関する力の釣合い式

$$F_0 - F_1 + F_2 - F_3 = 0 \quad \text{----- (5)}$$

点Oに関するモーメントの釣合い式

$$-F_1 L_1 + F_2 L_2 - F_3 L_3 = 0 \quad \text{----- (6)}$$

F_B と反力 F_1, F_2 の関係式

$$F_B = -F_1 + F_2 \quad \text{----- (7)}$$

点Oに於けるCastiglianoの定理より導かれる式は、ボルトに蓄えられる弾性エネルギーを E_B とすると

$$\frac{\partial E_B}{\partial F_0} = 0 \quad \text{----- (8)}$$

となる。式(5)~(8)から力 $F_0 \sim F_3$ が求まり、従ってボルト弾性線は求まり、 y_B が得られる。

力 F_1 の着力点位置は、当該リーマの幅の中心とする。力 F_2, F_3 の着力点位置は未知なので、次のような計算法を用いる。まず L_2, L_3 を適当に仮定し、上記の式(5)~(8)に代入して得られた力 $F_0 \sim F_3$ からボルト弾性線を求める。次に、ボルトとボルト孔の各接触部を長手方向に分割し、その変形量よりHertzの式で各分割区間の反力を求め、その分布反力の重心を新しい着力点 L_2, L_3 とし、同じことをその値が収束するまで繰り返す。ここでHertzの式は、着力点を求めるためにのみ使用し、反力の大きさは式(5)~(8)から求めた事を注意しておく。

(2) 改良型軸継手の場合

改良型軸継手においては、左右対称性が成立しない。ボルト長手方向の座標の原点をボルト左端の点Pにとる。

ボルトに関する力の釣合い式

$$-F_1 + F_2 - F_3 + F_4 - F_5 = 0 \quad \text{----- (9)}$$

点Pに関するモーメントの釣合い式

$$-F_1 L_1 + F_2 L_2 - F_3 L_3 + F_4 L_4 - F_5 L_5 + M = 0 \quad \text{----- (10)}$$

F_B と反力 F_1, F_2, F_5 の関係式

$$F_B = -F_1 + F_2 \quad \text{----- (11)}$$

$$F_B = -F_5 \quad \text{----- (12)}$$

ボルト右端(点Q)の傾斜がゼロという条件式

$$\alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3 + \alpha_4 F_4 + \alpha_5 F_5 + \alpha_6 M = \alpha_7 F_B \quad \text{(13)}$$

$\alpha_i (i=1 \sim 7)$ は各力及びモーメントの点Qの傾斜に対する影響係数であり、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_7$ の次元は

$[L^2]$ 、 α_6 の次元は $[L]$ である。

図6の力 F_1 の着力点に於けるCastiglianoの定理より導かれる式は、ボルトに蓄えられる弾性エネルギーを E_B とすると

$$\frac{\partial E_B}{\partial F_1} = 0 \quad \text{----- (14)}$$

となる。

式(9)~(14)から力 $F_1 \sim F_5$ 及びモーメント M が求まり、従ってボルト弾性線は求まり、 y_B が得られる。

以上において力 F_2, F_3, F_4, F_5 の着力点 L_2, L_3, L_4, L_5 は本来未知であるから、先に現存型軸継手について述べたのと同様の繰り返し収束計算法を用いる。

2.3 ヒステリシス

図7(a)及び(b)(c)はそれぞれ、現存軸継手と改良型軸継手の二ケースについて計算したヒステリシスであり、トルクの最大値は軸継手の降伏トルク(締結ボルトが降伏するトルク)に相当する。改良型軸継手に関しては、右フランジのボルト孔に設ける円周方向遊隙の効きを調べるために、締結ボルト1ピッチが円周方向長さにして141.9mm、円周方向角度にして20.0°であるのに対して、遊隙をそれぞれ3.55mm, 0.5°付けた場合(Case1)、7.09mm, 1.0°付けた場合(Case2)の二ケースについて試みた。

対象としたのは、600MW級火力タービン発電機の低圧タービンロータの軸継手であり、現存軸継手の緒元と図面は、図1に示す通りである。改良型軸継手の緒元と図面もこれとほとんど同じであるが、前述のように右フランジのボルト孔に円周方向遊隙を設けた点だけが異なる。なお、両軸継手の特性値を表1に示す。

図7 ヒステリシス CC:遊隙量

表 1 軸継手の特性値

	Existing Coupling	Improved Coupling
K_1 (N・m/rad)	3.642×10^8	3.642×10^8
K_2 (N・m/rad)	3.396×10^9	3.323×10^9
T_F (N・m)	1.421×10^5	1.421×10^5
T_R (N・m)	1.292×10^5	1.292×10^5

T_R : Rated Torque *Friction Coefficient=0.2

図 8 軸継手を組み込んだ二ロータ系

図 9 現存軸継手を組み込んだ二ロータ系

なお T_R の値は、対象とした現存軸継手の定格時伝達トルクの値を用いた。又、取り扱った締結ボルトの引張降伏応力、引張強さはそれぞれ、85.0, 95.0 ($\times 10^6 \text{ N/m}^2$) である。

3. ロータ系の非線形ねじり振動の時刻歴応答

3.1 二ロータ系 現存軸継手及び改良型軸継手を、図8のように二ロータ系に組み込んで、非線形振動の時刻歴応答をルンゲクッタ法により計算する。

図8において、例えば左側慣性モーメントを発電機、右側慣性モーメントを低圧タービンと考えて良い。なお、図8の軸と慣性モーメントは、ほぼ実際の低圧タービンと発電機を模擬している。

(1) 現存軸継手を組み込んだ場合 この場合の力学モデルを図9に示す。 K は軸のねじり剛性である。

図9のように各点の変位を $\theta_1 \sim \theta_5$ 、左右慣性モーメントに作用するトルクを T_1, T_2 とすると、左右慣性モーメントの運動方程式は次のようになる。

$$I \ddot{\theta}_1 = T_1 - T \quad (15)$$

$$I \ddot{\theta}_2 = T_2 + T \quad (16)$$

ここで、 $T = K(\theta_1 - \theta_2) = K(\theta_4 - \theta_5)$ で、 T は2.1節で定義した軸継手に加わるトルクに相当する。軸継手の力学的状態によって次のように場合分けする

図 10 改良型軸継手を組み込んだ二ロータ系

と、各場合について T を以下のように表せる。

a. 突き合わせ面のずれが進行していない場合

$$T = K_1 \theta - K_1 (\theta_3 - \theta_4) \quad (17)$$

b. 突き合わせ面のずれが進行している場合

$$T = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \theta + \frac{K_1}{K_1 + K_2} T_F \frac{(\theta_3 - \theta_4)}{|\theta_3 - \theta_4|} \quad (18)$$

ここで $\theta = \theta_2 - \theta_4$ で、 θ は2.1節で定義した相対角変位である。式(17)より図3(b)のヒステリシスループの直線01, 24, 68の傾きは K_1 であり、式(18)より直線82, 46の傾きは $(K_1 K_2) / (K_1 + K_2)$ である。

(2) 改良型軸継手を組み込んだ場合 この場合の力学モデルを図10に示す。

図10のように各点の変位を $\theta_1 \sim \theta_6$ 、左右慣性モーメントに作用するトルクを T_1, T_2 とすると、左右慣性モーメントの運動方程式は、先の式(15)(16)で、

$T = K(\theta_1 - \theta_2) = K(\theta_5 - \theta_6)$ と置き換えたものになる。軸継手の力学的状態によって次のように場合分けをすると、各場合について T を以下のように表せる。

a. 突き合わせ面のずれが進行していない場合

$$T = K_1 \theta - K_1 (\theta_3 - \theta_5) \quad (19)$$

b. 遊隙を滑り突き合わせ面のずれが進行している場合

$$T = T_F \frac{(\theta_3 - \theta_4)}{|\theta_3 - \theta_4|} \quad (20)$$

c. 締結ボルトが弾性変形し突き合わせ面のずれが進行している場合

$$T = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} [\theta - (\theta_3 - \theta_4)] + \frac{K_1}{K_1 + K_2} T_F \frac{(\theta_4 - \theta_5)}{|\theta_4 - \theta_5|} \quad (21)$$

ここで $\theta = \theta_2 - \theta_5$ である。式(19)より図4(b)のヒステリシスループの直線01, 24, 68傾きは K_1 であり、式(21)より直線1'2, 45, 5'6, 81'の傾きは $(K_1 K_2) / (K_1 + K_2)$ である。

軸表面の応力が、降伏応力付近にまで達するような過大な振動が発生するように、左右慣性モーメントに逆向きに、四回のステップトルク（すなわち $T_R \rightarrow 0$ 、

図 11 時刻歴応答
実線：軸のみのねじれ角
波線：慣性モーメントの角変位差

$0 \rightarrow T_R, T_R \rightarrow 0, 0 \rightarrow T_R$ をそれぞれ最悪タイミングで（ロータ系の過渡ねじり振動が最も激しく励起されるようなタイミングで）印加する。ここで注意すべきは $T_F > T_R$ が成立していることで、このことは後述する。

図 11 (a)(b)(c) はそれぞれ、既存軸継手、Case1 の改良型軸継手、及び Case2 の改良型軸継手を用いた場合の時刻歴応答である。図中で実線は、軸のみのねじれ角を表し、左右の慣性モーメントの角変位差から軸継手の角変位差を差し引いたもので、軸に発生する振動ねじり応力に比例する。又破線は、左右の慣性モーメントの角変位差で、軸継手の角変位差を含む。

改良型軸継手の目的は、運動エネルギーをなるべく多く摩擦で消散させて、

- (i) 軸に発生するねじり応力を小さくすること、及び
- (ii) 減衰を早め疲労寿命消費を小さくすること、にある。

まず(i)に関して、四回目のステップトルク印加直後の軸の最大ねじりモーメントを図 11 の実線について比較すると、(a) 8.46, (b) 6.17, (c) $5.87 (\times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m})$ である。改良型軸継手を用いると、最大ねじりモーメントは減少し、又遊隙が大きい程減少することが知れる。なお、軸表面の応力が降伏応力に達するねじりモーメントは $7.34 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}$ である。

次に(ii)に関して、四回目のステップトルク印加直後の最大振幅及びその次の振幅とから計算した対数減

衰率を図 11 の実線について比較すると、(a) 0.174%, (b) 8.47%, (c) 21.6% である。軸材の材料ダンピングの約 0.2% に対して、既存軸継手の構造ダンピングの 0.174% という値は、ダンパとして充分とは言えない。改良型軸継手は、優秀なダンパであると言える。

従って、図 11 (a)(b)(c) の実線の最大値がこの順に小さくなり、かつ、実線の減衰がこの順に早くなっているの、目的を達成していることになる。

3.2 多ロータ系 改良型軸継手を二ロータ系に組み込んだ場合は、充分な減衰効果が得られた。次に、三個以上のロータから成る多ロータ系に、改良型軸継手を組み込んだ場合について調べる。n 個のロータが、 $2(n-1)$ 本の軸と $(n-1)$ 個の改良型軸継手によって結合された n ロータ系の振動を考える。ロータの慣性モーメントを I、軸のねじり剛性を K とし、改良型軸継手のモデルを図 4 (a) とする。

本節では各規準振動ごとに解析を行うが、そのためには、全ての軸継手が常に相似な力学的状態になるように設定しなければならない。そこで、r 次規準振動を考える際に、j ($j=1, 2, \dots, n-1$) 番目のロータと j+1 番目のロータの間の軸継手の伝達可能摩擦トルク $T_{j,j+1}^{F(r)}$ と遊隙量 $\theta_{j,j+1}^{C(r)}$ を次の条件を満足するように設定する。

$$T_{j,j+1}^{F(r)} = |\varphi_j^{(r)}| T_{m,m+1}^F, \quad \theta_{j,j+1}^{C(r)} = |\varphi_j^{(r)}| \theta_{m,m+1}^C \quad \dots (22)$$

但し、 $\varphi_m^{(r)} = 1$

$\{\varphi_j^{(r)}\} (r=1, 2, \dots, n-1)$: 規準振動モード

(最大値を 1 と規準化したもの)

各ロータの変位と各ロータに作用するトルクを、それぞれ $\theta_i, T_i (i=1, 2, \dots, n)$ とすると、r 次規準振動のみが発生する場合の隣接ロータ間の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{cases} I(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) + 2T_{1,2}^{S(r)} - T_{2,3}^{S(r)} = T_1 - T_2 \\ I(\ddot{\theta}_2 - \ddot{\theta}_3) - T_{1,2}^{S(r)} + 2T_{2,3}^{S(r)} - T_{3,4}^{S(r)} = T_2 - T_3 \\ \vdots \\ I(\ddot{\theta}_{n-1} - \ddot{\theta}_n) - T_{n-2,n-1}^{S(r)} + 2T_{n-1,n}^{S(r)} = T_{n-1} - T_n \end{cases} \quad (23)$$

ここで $T_{j,j+1}^{S(r)}$ は、r 次規準振動において、j 番目のロータと j+1 番目のロータの間の軸及び軸継手に加わるトルクである。3.1 節(2)のように、軸継手の力学的状態によって場合分けして考える。

a. 突き合わせ面のずれが進行していない場合

この場合、 $T_{j,j+1}^{S(r)}$ は次のように表せる。

$$T_{j,j+1}^{S(r)} = K_a (\theta_j - \theta_{j+1} - \theta_{j,j+1}^{S(r)}) \quad \dots (24)$$

$$K_a = \frac{KK_1}{K + 2K_1}$$

ここで $\theta_{j,j+1}^{(r)}$ は、 j 番目のロータと $j+1$ 番目のロータの間の軸継手における突き合わせ面のずれ回転角（二ロータ系では、図10の $\theta_3 - \theta_2$ に相当する）であり、 K_* は、軸継手がこの状態にある時の隣接ロータ間のねじり剛性である。式(24)を式(23)に代入し、行列を用いて表せば次のようになる。

$$[I]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\dot{\theta}\} = \{T\} + \{T^{(r)}\} \quad (25)$$

$$[I] = \begin{bmatrix} I & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & I & \\ 0 & & & I \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} 2K_* & -K_* & 0 & \cdots & 0 \\ -K_* & 2K_* & -K_* & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & -K_* & 2K_* & K_* \\ 0 & \cdots & 0 & -K_* & 2K_* \end{bmatrix}$$

$$\{\theta\} = \begin{bmatrix} \theta_1 - \theta_2 \\ \theta_2 - \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_{n-1} - \theta_n \end{bmatrix} \quad \{T\} = \begin{bmatrix} T_1 - T_2 \\ T_2 - T_3 \\ \vdots \\ T_{n-1} - T_n \end{bmatrix} \quad \{T^{(r)}\} = K_* \begin{bmatrix} 2\theta_{1,2}^{(r)} - \theta_{2,3}^{(r)} \\ -\theta_{1,2}^{(r)} + 2\theta_{2,3}^{(r)} - \theta_{3,4}^{(r)} \\ \vdots \\ -\theta_{n-2,n-1}^{(r)} + 2\theta_{n-1,n}^{(r)} \end{bmatrix}$$

規準座標を用いて一般座標を次のように表せる。

$$\{\theta\} = \{\varphi^{(r)}\}^T \{\xi\} \quad (26)$$

式(26)を式(25)に代入し、前方から $\{\varphi^{(r)}\}^T$ を掛けると、次のような r 次規準振動を表す運動方程式が得られる。

$$I_r \ddot{\xi}_r + I_r \omega_r^2 \xi_r = \Phi_r + \Phi_r' \quad (27)$$

$$I_r = I \sum_{j=1}^{n-1} \varphi_j^{(r)2}$$

$$\Phi_r = \sum_{j=1}^{n-1} (T_j - T_{j+1}) \varphi_j^{(r)}$$

$$\Phi_r' = \{\varphi^{(r)}\}^T \{T^{(r)}\}$$

$$= \{\varphi^{(r)}\}^T [K] \{\varphi^{(r)}\} \theta_{m,m+1}^{S(r)} = I_r \omega_r^2 \theta_{m,m+1}^{S(r)}$$

T_1 がステップトルクである場合の式(27)の応答は、初期変位を ξ_{r0} 、初期速度を $\dot{\xi}_{r0}$ とすると、次のようになる。

$$\xi_r = \left(\frac{\Phi_r}{I_r \omega_r^2} + \theta_{m,m+1}^{S(r)} \right) (1 - \cos \omega_r t) + \frac{\dot{\xi}_{r0}}{\omega_r} \sin \omega_r t + \xi_{r0} \cos \omega_r t \quad (28)$$

式(28)は、隣接ロータ間の角変位差を一般座標に選んだ場合の規準振動を表しているが、式(28)から $\theta_{m,m+1}^{S(r)}$ を差し引き、二本の軸の組合わせねじり剛性 $K/2$ に対する K_* の比を掛ければ、軸のみのねじれ角を一般座標に選んだ場合の規準振動が得られ、次のようになる。

$$\xi_r^S = \frac{2K_*}{K} \left[\frac{\Phi_r}{I_r \omega_r^2} - \left(\frac{\Phi_r}{I_r \omega_r^2} + \theta_{m,m+1}^{S(r)} - \xi_{r0} \right) \cos \omega_r t + \frac{\dot{\xi}_{r0}}{\omega_r} \sin \omega_r t \right] \quad (29)$$

b. 遊隙を滑り突き合わせ面のずれが進行している場合

この場合、 $T_{j,j+1}^{S(r)}$ は次のように表せる。

$$T_{j,j+1}^{S(r)} = T_{j,j+1}^{F(r)} \frac{\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}}{|\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}|} \quad (30)$$

T_1 がステップトルクである場合、a の場合と同様に ξ_r を求めると次のようになる。

$$\xi_r = \left(\frac{\Phi_r}{I_r} - \omega_r^2 \frac{T_{m,m+1}^{F(r)}}{K_*} \frac{\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}}{|\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}|} \right) + \dot{\xi}_{r0} t + \xi_{r0} \quad (31)$$

軸継手がこの状態にある時は、 ξ_r^S は一定であり、次のように表される。

$$\xi_r^S = \frac{2T_{m,m+1}^{F(r)}}{K} \frac{\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}}{|\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}|} \quad (32)$$

c. 締結ボルトが弾性変形し突き合わせ面のずれが進行している場合

この場合、 $T_{j,j+1}^{S(r)}$ は次のように表せる。

$$T_{j,j+1}^{S(r)} = K_c \left(\theta_j - \theta_{j+1} - \frac{\theta_{j,j+1}^{C(r)}}{2} \frac{\theta_{j,j+1}^{S(r)}}{|\theta_{j,j+1}^{S(r)}|} \right) + \frac{K_c T_{j,j+1}^{F(r)}}{K_2} \frac{\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}}{|\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}|} \quad (33)$$

$$K_c = \frac{KK_1 K_2}{KK_1 + 2K_1 K_2 + KK_2}$$

ここで K_c は、軸継手がこの状態にある時の隣接ロータ間のねじり剛性である。 T_1 がステップトルクである場合 a の場合と同様に ξ_r を求めると、次のようになる。

$$\xi_r = \left(\frac{\Phi_r}{I_r \omega_r^2} - \frac{T_{m,m+1}^{F(r)}}{K_2} \frac{\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}}{|\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}|} + \frac{\theta_{m,m+1}^{C(r)}}{2} \frac{\theta_{m,m+1}^{S(r)}}{|\theta_{m,m+1}^{S(r)}|} \right) (1 - \cos \omega_r t) + \frac{\dot{\xi}_{r0}}{\omega_r} \sin \omega_r t + \xi_{r0} \cos \omega_r t \quad (34)$$

従って、 ξ_r^S は次のようになる。

$$\xi_r^S = \frac{2K_*}{K} \left[\frac{\Phi_r}{I_r \omega_r^2} - \left(\frac{\Phi_r}{I_r \omega_r^2} - \frac{T_{m,m+1}^{F(r)}}{K_2} \frac{\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}}{|\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_{m+1}|} + \frac{\theta_{m,m+1}^{C(r)}}{2} \frac{\theta_{m,m+1}^{S(r)}}{|\theta_{m,m+1}^{S(r)}|} - \xi_{r0} \right) \cos \omega_r t + \frac{\dot{\xi}_{r0}}{\omega_r} \sin \omega_r t \right] \quad (35)$$

式(29)(32)(35)を、軸継手の力学的状態の境界において接ぎ合わせ、モードを掛ければ、各隣接ロータ間の軸のねじれ角のステップ応答を求めることが出来る。そして、モードの静的変位 $\Phi_r / (I_r \omega_r)$ 、 ξ_{r0} 、及び $\dot{\xi}_{r0} / \omega_r$ が同じであれば、ロータ数、規準振動の次数に関わらず、モードの最大値をとるロータ間の軸のねじれ角のステップ応答は、同じ極値をとることが知れる。従って、 $T_{m,m+1}^{F(r)}$ と $\theta_{m,m+1}^{C(r)}$ を、二ロータ系の場合に用いた改良型軸継手の伝達可能摩擦トルクと遊隙量とし、式(22)を満足するように改良型軸継手を組み込んだ多ロータ系に、規準型の静的変位が $2T_r/K$ であり、かつ、単一モードのみが発生するようなステップトルク

を四回、それぞれ最悪タイミングで印加した場合、モードの最大値をとるロータ間の軸には、二ロータ系で改良型軸継手を組み込んだ場合（図11(b)(c)）と全く同じ極値をとる振動が起きることになる。よって、改良型軸継手を多ロータ系に組み込んでも、充分な減衰効果が得られると言える。

4. 考察

4・1 改良型軸継手によって軸の発生応力を低く抑える為の条件 改良型軸継手によって、軸の発生応力を現存軸継手使用時より低く抑えるためには、 $T_F > T_R$ とすることが必要である。その理由は、 $T_F < T_R$ ならば、遊隙を正方向に滑る過程（図4(b)の過程1'-1'）で、 T_F による消散エネルギーを T_R による供給エネルギーが上回るので、改良型軸継手を採用すると、第二及び第四のステップトルク印加直後の軸のねじり応力が、現存軸継手を使用する場合よりも大きくなる事があり得る。しかし、この $T_F > T_R$ という条件は実際の軸継手において一般に満足されている条件であり、問題ない。

4・2 K_2 と T_F の影響 本節では、現存軸継手とCase1の改良型軸継手につき、表1の特性値のうちダンパ機能に影響する K_2 と T_F の効きを調べる。前節までの検討に併せて、軸継手の最適設計の方向を決定するのが目的である。

図12(a)と図13は、表1の特性値を有する現存軸継手につき、 K_2 と T_F を個別に変化させ、3・1節と同じ励振を与えて二ロータ系の時刻歴応答を計算し、軸の最大ねじりモーメントと第四ステップトルク印加直後の対数減衰率を求めたものである。又、図12(b)は、 K_2 を変化させ、軸継手の降伏トルクを求めたものである。なお、図12、図13中の○印は表1の特性値を有する現存軸継手を用いた場合の値である。

図12(a)から、 K_2 を小さくすると、突き合わせ面のずれ回転量の増加により、軸の最大ねじりモーメントが小さくなり、かつ、ダンパ機能が向上することが知れる。しかし、図12(b)に示すように、 K_2 を小さくすると、軸継手の降伏トルクも又小さくなるので、 K_2 による最適設計は実際上困難である。

図13から、現存軸継手ではヒステリシスの面積が小さいため T_F を大きくしてもその増減量は少なく、軸の最大ねじりモーメントは、ほとんど変化しないことが知れる。又 T_F の値により対数減衰率は変化するが、その各値は極小であり、 T_F の変化による影響は小さいと言える。

図14(a)と図15は、表1の特性値を有するCase1の改良型軸継手につき、 K_2 と T_F を個別に変化させ、3・1節と同じ励振を与えて二ロータ系の時刻歴応答を計算し、軸の最大ねじりモーメントと第四ステップトルク印加直後の対数減衰率を求めたものである。又図14(b)は、 K_2 を変化させ、軸継手の降伏トルクを求めたものである。なお、図14、図15中の○印は表1の特性値を有する改良型軸継手を使用した場合の値である。

図14 改良型軸継手に於ける K_2 の影響

図14(a)から、 K_2 を小さくすると軸の最大ねじりモーメントが小さくなり、かつ、ダンパ機能が向上することが知れる。しかし、図14(b)より現存軸継手の場合と同様に、締結ボルト強度の観点から、 K_2 による最適設計は実際上困難である。

図15より、改良型軸継手の場合には、 T_F を大きくすると、最大ねじりモーメント従って軸に発生するねじり応力が小さくなりかつダンパ機能が向上すること、そして T_F には最適限界値が存在すること、が知れる。

以上の考察から、軸継手のダンパ機能に関する最適設計の方向は、片方のフランジのボルト孔に円周方向遊隙を設け、かつ同時に、 T_F を増すことであると結論される。

4.3 寿命消費率 3.1節の各々の場合について、動的応力-ひずみ関係を用い、軸の疲労寿命消費を計算した。その際、せん断応力 τ 、せん断ひずみ ε を $\sigma = \sqrt{3} \tau$, $\varepsilon = \gamma / \sqrt{3}$ の関係を用いて等価な引張応力 σ 、引張ひずみ ε に換算し、Langer式を用いた。切欠き効果及び平均応力の疲労限度に及ぼす影響は、それぞれ切欠き係数、修正Goodman線図を用いて考慮した。なお、振動は材料減衰率0.2%で減衰するものと仮定し計算した。その結果、現存軸継手、Case1の改良型軸継手、及びCase2の改良型軸継手を用いた場合の寿命消費率はそれぞれ、0.19, 0.0086, 0.0042 ($\times 10^{-2}$)であった。改良型軸継手を採用すると、寿命消費率は激減するといえる。

4.4 三相故障高速再閉路失敗時を想定した場合 送電線三相故障に対する高速再閉路操作失敗時を想定し、ステップトルクを印加した場合を、二ロータ系

図16 時刻歴応答
実線：軸のみのねじれ角
波線：慣性モーメントの角変位差

について調べる。右側慣性モーメントには、常時 T_R に等しいモーメントを印加し、左側慣性モーメントには、四回のステップトルク（すなわち $-T_R \rightarrow 0, 0 \rightarrow -T_R, -T_R \rightarrow 0, 0 \rightarrow -T_R$ ）をそれぞれ最悪タイミングで印加する。図16(a)(b)はそれぞれ、現存軸継手、Case1の改良型軸継手を用い、そのようにトルクを印加した場合の時刻歴応答である。

四回目のステップトルク印加直後の軸の最大ねじりモーメントを図16の実線について比較すると、(a)3.88, (b)3.84 ($\times 10^5 \text{ N-m}$)で、この場合は、改良型軸継手の効果が小さい。それは、この場合発生ねじりモーメントが3.1節の場合のようには大きくないためである。それでも、伝達可能摩擦トルク T_F を1.5倍にすれば改良型軸継手(Case1)の効果が多少現れ、計算上、最大ねじりモーメントが $3.64 \times 10^5 \text{ N-m}$ に減少する。

5. 結 言

- ① 現存軸継手は、ボルトのたわみを伴うずれ回転機構にもかかわらず、ダンパ機能が充分でない。
- ② 改良型軸継手を採用すると、軸に発生するねじり応力が小さくなり、かつ、減衰が早まり疲労寿命消費も激減する。
- ③ 軸継手の最適設計の方向は、片方のフランジのボルト孔に円周方向遊隙を設け、同時に、伝達可能摩擦トルクを増すことである。

文 献

- (1) A. Hizume, Transient Torsional Vibration of Steam Turbine and Generator Shafts due to High Speed Reclosing of Electric Power Lines, Trans. ASME, J. Eng. Industry, Ser. B, 98-3(1976), 968
- (2) E. J. Nestorides, Handbook on Torsional Vibration, (1958)
- (3) W. D. Pilkey, 岡田養二, 機械振動とマトリクス解析法, (1989), 59, 日計社
- (4) B. F. Langer, Design of Pressure Vessels for Low-Cycle Fatigue, Trans. ASME, Ser. D, 84-3(1962), 389
- (5) 日本材料学会, 金属材料疲労設計便覧, (1978), 42, 養賢堂