二次元平面内における2本指ロボットハンドの把握パラメータ同定*

三村 宣治^{*1}, 舟橋 康行^{*2}

Parameter Identification of a Grasp by a Planar Two-Fingered Robot Hand

Nobuharu MIMURA and Yasuyuki FUNAHASHI

Unknown force and unknown contact points for the case in which a planar two-fingered robot hand achieves a stable grasp on an unknown object are identified in this paper. It is shown that the unknown parameters of the grasping system can be identified by detection of joint angles and torques while the object is manipulated slightly. Finally, it is illustrated by a numerical example that the algorithm of the grasp parameter identification is valid.

Key Words: Robot Hand, Two-Fingered Hand, Planar Grasp, Contact Point, Parameter Identification, Unknown Object

1. 緒 言

自動車工業など多種混合生産ラインにおいては、扱う対象物に関し、a)種類が多い、b)鋳物・プレス部品など外形形状精度の誤差が大きい、c)対象物供給時の位置・姿勢誤差が大きいなど把握対象物のパラメータをあらかじめ正確に予測できない場合が多い。このような状況においては従来電気工業などで多用されている専用ハンドおよびマルチ化による方法は適用できず、人の手に類似の多指多関節形ロボットハンドが有効と考えられている。一方、多指多関節形ロボットハンドによる対象物の把握はその多自由度性のために一般に不安定になりやすいという問題点がある。しかし、把握対象物のパラメータが十分わかっていない場合でもハンドのスティフネス制御により安定な把握を実現できることが実験によって確認されている⁽¹⁾⁽²⁾。

このように未知対象物の安定な把握が実現できたとき、この把握を足がかりとして把握に関する未知パラメータを同定することができればより確実な把握および操り動作へ移行することができると考えられる。

未知対象物の把握・操りに関する研究としては、まず Fearing⁽³⁾の研究がある。彼は、平面内で運動する2本指のうちの1本を対象物表面に押当てた状態でもう1本の指先のスティフネスを小さくし、この指を可動指として対象物表面に押当てることにより、把握力が発生できる姿勢まで強制的に回転運動を与える方法を提案している。Kao⁽⁴⁾らがこの方法をさらに一般化している。しかしこれらの研究では、対象物が平面上を滑る運動に限定しており、三次元問題への拡張は困難であると考えられる。また、Dario⁽⁵⁾、Brock⁽⁶⁾および Montana⁽⁷⁾らは指先に触覚センサを取付け、そのセンサ情報を利用し対象物の形状を同定する方法を提案している。触覚センサを利用する方法は、基本的には視覚センサを用いた方法と同等と考えることができ、多指ハンド固有の問題ではない。一方、金子ら⁽⁸⁾は自己変形性という概念を導入しハンドのスティフネスを積極的に利用した接触点検出方法を提案している。しかし、彼らの方法は未知対象物が固定され動かないと仮定し指ごとに接触点を決定する方法であり、多指ハンドによる把握の問題とは言えない。また、同定可能な量は各指の接触点位置のみで対象物に加わっている外力などは同定できない。

本論文では、未知対象物の安定な把握が実現してい

* 原稿受付 平成4年1月16日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所(●480-11 愛知県愛知郡長久手町)。^{*2} 正員、名古屋工業大学(●466 名古屋市昭和区御器所町)。

るという状況を出発点とし、把握している未知対象物に作用している外力および指の接触点等の把握に関する未知パラメータを同定する問題を扱う。各指のステイフネスとトルクの分布および変化を適切に設定することにより接触点位置および外力の同定が可能となる場合のあることを示す。さらに、未知パラメータに関し同定可能性と同定方法に関する解析結果について示す。

2. 問題の設定

本論文では、図1に示すような2本指ハンド-対象物系を考える。ここで、把握が完成していることを前提とし、問題の見通しを良くするため次の仮定を設ける。

仮定

(1) ハンドの構造は2本指である。各指は2関節のシリアルリンク構造とする。

(2) 指と対象物とは点接触し、摩擦がある。

(3) 最先端リンクでのみ対象物と接触している。

(4) 把握が成立し、指先力と外力とが静的釣合い状態にある。

(5) 各接触点において、指先力は静摩擦制約に対し十分余裕がある。

(6) ハンドを構成する関節の角度、ステイフネスおよびトルクは計測および任意の値に設定できる。

(7) 対象物の形状および外力は未知である。

(8) 未知パラメータ同定過程において外力は変化しない。

仮定(1)は二次元平面において任意の把握・操作が可能となるハンドの最小構成を示している。実用上は

できるだけ簡単な構造が望ましいので、この仮定はそれほど特殊な仮定ではない。仮定(5)は指先力と外力とが釣合う限りにおいて指先力の微小な変化により把握が崩壊しない(摩擦制約条件が破られない)ことを意味している。これらの仮定のもとで、接触点位置(各指の最先端リンク長)および外力を同定する問題を考える。

3. 基礎方程式

3.1 把握状態 図1において、 Σ_0 は対象物の適当な位置に固定した対象物座標系、 $r_i=[r_{ix} \ r_{iy}]^T$ は Σ_0 の原点から第*i*接触点までの位置ベクトル、 f_i は第*i*指の指先から対象物に加えられる指先力を表す。各接触点において摩擦制約条件が満足され、 Σ_0 の原点に作用する一般化外力 $F_0=[f_0^T \ n_0^T]^T$ ($f_0=[f_{0x} \ f_{0y}]^T$: 外力ベクトル、 n_0 : 外力モーメント)と指力 $f=[f_1^T \ f_2^T]^T$ とが静的釣合い状態にある場合には次の関係が成立する。

$$F_0 = Wf \quad (1)$$

ここで、 W は把握マトリックスであり、次式により定義される。

$$W=[W_1 \ W_2]$$

ただし、

$$W_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -r_{iy} & r_{ix} \end{bmatrix}, \quad i=1, 2$$

第*i*指の関節角度およびトルクをそれぞれ θ_i および τ_i とすると、指力 f および関節トルク $\tau=[\tau_1^T \ \tau_2^T]^T$ に関し、

$$\tau = J^T f \quad (2)$$

が成立する。ここで、

$$J = \text{diag}(J_1 \ J_2)$$

$$J_i = \frac{\partial X_{fi}}{\partial \theta_i}, \quad i=1, 2$$

であり、 ∂X_{fi} は第*i*指の関節の微小変位 $\partial \theta_i$ に対する指先接触点の微小変位を、 J_i は接触点に関するJoint Jacobianマトリックスを表す。式(1)および(2)が対象物を把握しているときに成立する基礎式である。第*i*指の根元から接触点に至るまでの二つのリンク長をそれぞれ l_{ij} ($i, j=1, 2$)と書くと、リンク長に関しては l_{i2} ($i=1, 2$)が未知である。ここで、本論文で考える未知対象物の把握問題における既知あるいは検出可能な物理量と未知な物理量を明確にしておく。

既知物理量

$$\theta=[\theta_1^T \ \theta_2^T]^T \in R^4: \text{関節角度}$$

$$\tau=[\tau_1^T \ \tau_2^T]^T \in R^4: \text{関節トルク}$$

図1 2本指ハンドによる対象物の把握

未知物理量

- $l_{i2}, (i=1, 2)$: 先端リンク長
 $F_0 = [f_0^T \ n_0^T]^T \in R^3$: 一般化外力
 $f = [f_1^T \ f_2^T]^T \in R^4$: 指先力
 $W = W(l_{12}, l_{22}) \in R^{3 \times 4}$: 把握マトリックス
 $J = J(l_{12}, l_{22}) \in R^{3 \times 4}$: Joint Jacobian マトリックス

ここで、 W および J はリンク長 $l_{i2}, (i=1, 2)$ によって決定される従属変数である。初期の静的把握状態において成立するのは式(1)および(2)のみである。未知変数が $l_{i2}, (i=1, 2), F_0$ および f の9に対し方程式は7であるので、上記の未知物理量を決定できない。

3.2 未知物理量同定の可能性 初期把握状態において計測可能な状態量のみでは未知物理量を決定できない。そこで、初期とは異なる把握状態へ移行することにより未知物理量の同定可能性を考察する。

ここでは、指先力が微小に変化しても把握が成立することを仮定しているので、関節の角度あるいはトルクを微小に変化させ初期把握(図2の点線)とは異なる状態に移行した場合(図2の実線)を考える。このとき式(1)および(2)に対応する釣合式は次式となる。

$$F_0 = (W + \Delta W)(f + \Delta f) \dots\dots\dots (3)$$

$$\tau + \Delta \tau = (J + \Delta J)^T(f + \Delta f) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、変化が微小であるとして高次の微小量を省略すると、

$$F_0 = Wf + \Delta Wf + W\Delta f \dots\dots\dots (5)$$

$$\tau + \Delta \tau = J^T f + \Delta J^T f + J^T \Delta f \dots\dots\dots (6)$$

である。式(5)および(6)を式(1)および(2)と比較すると、

$$\Delta Wf + W\Delta f = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\Delta \tau = \Delta J^T f + J^T \Delta f \dots\dots\dots (8)$$

図2 操り動作による微小変位

となる。式(7)および(8)に注目すると、一般化外力 F_0 以外の未知物理量に関する方程式が得られる。

新しい釣合い条件における既知あるいは検出可能な物理量と未知な物理量は以下である。

既知物理量

- $\theta = [\theta_1^T \ \theta_2^T]^T \in R^4$: 関節角度
 $\Delta \theta = [\Delta \theta_1^T \ \Delta \theta_2^T]^T \in R^4$: 関節角度変化
 $\Delta \tau = [\Delta \tau_1^T \ \Delta \tau_2^T]^T \in R^4$: 関節トルク変化

未知物理量

- $l_{i2}, (i=1, 2)$: 先端リンク長
 $f = [f_1^T \ f_2^T]^T \in R^4$: 指先力
 $W = W(l_{12}, l_{22}) \in R^{3 \times 4}$: 把握マトリックス
 $J = J(l_{12}, l_{22}) \in R^{4 \times 4}$: Joint Jacobian マトリックス
 $\Delta f = [\Delta f_1^T \ \Delta f_2^T]^T \in R^4$: 指先力変化
 $\Delta W = \Delta W(l_{12}, l_{22}) \in R^{3 \times 4}$: 把握マトリックス変化
 $\Delta J = \Delta J(l_{12}, l_{22}) \in R^{4 \times 4}$: Joint Jacobian マトリックス変化

ここで、 $W, J, \Delta W$ および ΔJ はリンク長 $l_{i2}, (i=1, 2)$ によって決定される従属変数である。すなわち、独立変数は $l_{i2}, (i=1, 2)$ と f の6個に減少するので、特別の場合(4.2節参照)を除いた一般の場合には式(7)および(8)により未知物理量を決定できると考えられる。なお、一般化外力 F_0 は式(1)より決定できる。

3.3 未知物理量同定の簡略化 前節では式(7)および(8)により未知物理量を決定できることを示したが、式(7)および(8)は複雑な非線形方程式となっているので解析が困難である(付録参照)。そこで、本節では式(7)および(8)をより簡略化する方法を考える。

前節では関節角度とトルクを同時に微小変化させていたが、これが式(7)および(8)を複雑にしていると考えられる。そこで、関節角度あるいはトルクのいずれか一方のみを変化させる方法について検討する。

式(7)および(8)において関節トルク変化に関する項を零とすると、

$$\Delta Wf = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\Delta J^T f = 0 \dots\dots\dots (10)$$

となる。しかし、関節トルク変化が零という条件で新しい釣合い状態を決定することは困難であり、この方法は実用的でないと考える。

そこで次に、式(7)および(8)において関節角度(位置)変化に関する項を零とすると、

$$W\Delta f = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\Delta \tau = J^T \Delta f \dots\dots\dots (12)$$

となる。これは、ハンドの4関節のうちどれか一つのミスティフネスを零、ほかの3関節を固定(スティフネスを ∞)とし、スティフネスを零とした関節のトルクのみを微小変化させれば実現できる。また、式(5)および(6)から式(7)および(8)を導出する際に高次微小項を省略するという近似を用いたが、この方法によれば省略した高次微小項が零となるため上記のような近似を必要としない。

式(11)および(12)は未知変数6に対し7の方程式となるが、式(11)において一つの方程式がほかに対し従属となり、結局特別の場合を除いた一般の場合独立な方程式は6である。このことを以下に示す。

式(11)は指力変化 Δf の並進方向と回転方向の釣合い式である。書き換えると、

$$\Delta f_1 + \Delta f_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$r_1 \times \Delta f_1 + r_2 \times \Delta f_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

である。式(14)が式(13)に対し従属であることを示す。

式(11)は内力の定義式と同一であり、 Δf は内力であることがわかる。したがって、 Δf の二つの成分 Δf_1 、 Δf_2 は1点で交差し、方向が同一である(図3)。そこで、両ベクトルを含む直線上の任意の点を Σ_p とし、 Σ_0 より Σ_p への位置ベクトルを r 、 Σ_p より各接点への位置ベクトルをそれぞれ r_1' 、 r_2' とする。式(14)の左辺を r_1' 、 r_2' を用いて表すと、

$$\begin{aligned} r_1 \times \Delta f_1 + r_2 \times \Delta f_2 \\ = (r + r_1') \times \Delta f_1 + (r + r_2') \times \Delta f_2 \\ = r \times (\Delta f_1 + \Delta f_2) + (r_1' \times \Delta f_1 + r_2' \times \Delta f_2) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。ここで、式(13)が成立すれば、

$$r \times (\Delta f_1 + \Delta f_2) = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。また、 r_1' 、 r_2' はそれぞれ Δf_1 、 Δf_2 と同方向のベクトルであるので、

$$r_1' \times \Delta f_1 = r_2' \times \Delta f_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

図3 指力変化

となる。したがって、式(15)～(17)より、式(13)が成立すれば式(14)が常に成立する。

また、式(12)も J^T の逆マトリックス J^{-T} を用いて書けるので、結局本方法における独立な方程式は、

$$\begin{aligned} I \Delta f &= 0 \\ J^{-T} \Delta \tau &= \Delta f \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ただし、

$$I = \text{diag}(I_1, I_2)$$

である。 J^{-T} も未知先端リンク長 l_{i2} ($i=1, 2$)の関数であるため、式(18)を l_{i2} ($i=1, 2$)に関して解く必要がある。しかし、 J^{-T} の関数形は指構造に依存しているので、式(18)を l_{i2} ($i=1, 2$)に関して解くためには指構造を特定する必要がある。

4. 2本指ハンドによる 把握パラメータの同定

4.1 基礎式 式(18)により接触点位置などを決定する方法を図1に示すような関節配置を有する2本指4自由度ハンドを例として具体的に示す。なお、解析の簡単化のため、図1に示すように各指の第1関節に固定したローカル座標系 Σ_{hi} ($i=1, 2$)を導入しこの座標系で表した物理量には、 $\hat{\cdot}$ を付すものとする。また、 Σ_0 と Σ_{hi} との間の座標変換行列を A_i とする。 Σ_{hi} で表した物理量により式(18)を書き改めると、

$$\begin{aligned} A \hat{\Delta f} &= 0 \\ \hat{J}^{-T} \Delta \tau &= \hat{\Delta f} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A &= [A_1, A_2] \\ A_i &= \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \\ \hat{J}^{-T} &= \text{diag}(\hat{J}_1^{-T}, \hat{J}_2^{-T}) \end{aligned}$$

である。また、図1に示す指構造の場合、

$$\hat{J}_i^{-T} = \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} + \frac{a_{i3}}{l_{i2}} \\ a_{i4} & a_{i5} + \frac{a_{i6}}{l_{i2}} \end{bmatrix}, \quad i=1, 2 \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、

$$\begin{aligned} a_{i1} &= \frac{\cos(\theta_{i1} + \theta_{i2})}{l_{i1} \sin \theta_{i2}}, \quad a_{i2} = -a_{i1} \\ a_{i3} &= -\frac{\cos \theta_{i1}}{\sin \theta_{i2}}, \quad a_{i4} = \frac{\sin(\theta_{i1} + \theta_{i2})}{l_{i1} \sin \theta_{i2}} \\ a_{i5} &= -a_{i4}, \quad a_{i6} = -\frac{\sin \theta_{i1}}{\sin \theta_{i2}} \end{aligned}$$

である。ここで、式(20)から明らかなように、式(19)は非線形方程式となる。しかし、次のように置くことにより線形化できる。

$$x_i = \frac{1}{l_{i2}} \dots \dots \dots (21)$$

このとき,

$$A_a X = b \dots \dots \dots (22)$$

ただし,

$$X = [x^T \ \Delta f_1^T \ \Delta f_2^T]^T$$

$$x = [x_1 \ x_2]^T$$

$$A_a = \begin{bmatrix} A_{a1} & I_2 & 0 \\ A_{a2} & 0 & I_2 \\ 0 & A_1 & A_2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} a_{11}\Delta\tau_{11} + a_{12}\Delta\tau_{12} \\ a_{14}\Delta\tau_{11} + a_{15}\Delta\tau_{12} \\ a_{21}\Delta\tau_{21} + a_{22}\Delta\tau_{22} \\ a_{24}\Delta\tau_{21} + a_{25}\Delta\tau_{22} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{a1} = \begin{bmatrix} -a_{13}\Delta\tau_{12} & 0 \\ -a_{16}\Delta\tau_{12} & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{a2} = \begin{bmatrix} 0 & -a_{23}\Delta\tau_{22} \\ 0 & -a_{26}\Delta\tau_{22} \end{bmatrix}$$

である。このように、式(19)は式(22)のように線形の連立方程式にまとめることができる。

以上の結果を接触点検出のアルゴリズムとしてまとめる。

〈接触点検出のアルゴリズム〉

① 把握成立後、4関節のうち任意の1個のスティフネスを零、ほかをすべて ∞ とし、スティフネスを零とした関節に微小なトルク変化を与える。このときのすべての関節のトルク変化 $\Delta\tau$ を計測する。

② ①の操作によって得られたデータを用いて A_a および b を計算する。

③ 式(22)により $x_i, \Delta f_i^T (i=1, 2)$ を数値解法により計算する。

④ 式(1), (2), (21)により接触点位置 $l_{i2}, (i=1, 2)$ および一般化外力 F_0 などを計算する。

4.2 数値計算例 前節で示したアルゴリズムによって接触点位置および外力の同定が可能であることを数値例により具体的に示す。図4に示すような二本指による把握を考える。座標系は図4に示すようにとる。また、ハンドの初期姿勢および既知パラメータを表1に示す。この例では、

$$\hat{J}_1^{-T} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} - \frac{1}{l_{12}} \\ 0 & \frac{1}{l_{12}} \end{bmatrix},$$

$$\hat{J}_2^{-T} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} + \frac{1}{l_{22}} \\ 0 & \frac{1}{l_{22}} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (23)$$

である。また、式(22)は、

$$A_a = \begin{bmatrix} \Delta\tau_{12} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\Delta\tau_{12} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\Delta\tau_{22} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\Delta\tau_{22} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

表 1 数値計算条件

parameters	θ_{11}	θ_{12}	θ_{21}	θ_{22}	l_{11}	l_{21}
	-45	45	45	-45	1	1

l_{11} : length of first link,
 l_{12} : length of second link,
 θ_{ij} : angle of joint [deg],
 (i, j = 1, 2).

図 4 2本指ハンドによる把握の例

図 5 特別な場合の例

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \Delta \tau_{11} - \sqrt{2} \Delta \tau_{12} \\ 0 \\ -\sqrt{2} \Delta \tau_{21} + \sqrt{2} \Delta \tau_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (24)$$

となる。マトリックス $\mathbf{A}_a$ はフルランクであり、

$$\mathbf{A}_a^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta \tau_{12}} & \frac{-1}{\Delta \tau_{12}} & \frac{1}{\Delta \tau_{12}} & \frac{-1}{\Delta \tau_{12}} & \frac{-1}{\Delta \tau_{12}} & \frac{1}{\Delta \tau_{12}} \\ \frac{-1}{\Delta \tau_{22}} & \frac{-1}{\Delta \tau_{22}} & \frac{-1}{\Delta \tau_{22}} & \frac{-1}{\Delta \tau_{22}} & \frac{1}{\Delta \tau_{22}} & \frac{1}{\Delta \tau_{22}} \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

となる。したがって、関節トルク変化 $\Delta \tau_{ij}$, ($i, j=1, 2$) を検出すれば、

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{l_{12}} & \frac{1}{l_{22}} & \Delta f_{1x} & \Delta f_{1y} & \Delta f_{2x} & \Delta f_{2y} \end{bmatrix}^T = \mathbf{A}_a^{-1} \mathbf{b} \dots\dots\dots (26)$$

より接触点位置を計算できる**1。また、外力は、式(1)、(2)により求めることができる。

5. 結 言

本論文では未知対象物の把握を取扱い、接触点位置などの未知パラメータを同定する方法について考察した。その結果、姿勢変化を生じないように保持した状態で、関節トルクの分布を変化させることにより未知パラメータが同定可能なことを示した。二次元問題において同定可能な場合、線形の連立方程式を解く問題に帰着できることを示した。なお、本論文では二次元平面内における2本指ハンドの場合のみを扱ったが、本論文の結果をより一般的な三次元 n 本指ハンドの場合へ拡張することも検討中である。

付 録

4・2節で示した数値例に対し、式(7)、(8)を直接

**1 図4に示した数値例において、 $\theta_{11} = -90^\circ$, $\theta_{21} = 90^\circ$, $\theta_{12} = \theta_{22} = 0^\circ$ [deg] の場合(図5)が式(7)、(8)を適用できない特別な場合である。このとき式(7)、(8)より得られる式(20)において、

$$\cos \theta_{11} = \cos \theta_{21} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

となる。 $\hat{\mathbf{f}}_i^{-T}$, ($i=1, 2$) は未知先端リンク長 l_{i2} , ($i=1, 2$) を含まない定数行列となり、 l_{i2} , ($i=1, 2$) を計算することができない。なお、この例の場合には式(1)、(2)により直接 l_{i2} , ($i=1, 2$) を決定できる。

適用すると、

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{11} & \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{11} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{21} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{21} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ l_{12} & l_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -(\Delta \theta_{11} + \Delta \theta_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\Delta \theta_{21} + \Delta \theta_{22}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta f_{1x} \\ \Delta f_{1y} \\ \Delta f_{2x} \\ \Delta f_{2y} \end{bmatrix} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \tau_{11} \\ \Delta \tau_{12} \\ \Delta \tau_{21} \\ \Delta \tau_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{11} & \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{21} & \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{12} & 0 \\ l_{12} & 0 \\ 0 & l_{22} \\ 0 & l_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -(\Delta \theta_{11} + \Delta \theta_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\Delta \theta_{21} + \Delta \theta_{22}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{11} & \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{21} & \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta \theta_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta f_{1x} \\ \Delta f_{1y} \\ \Delta f_{2x} \\ \Delta f_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{12} & 0 \\ l_{12} & 0 \\ 0 & l_{22} \\ 0 & l_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta f_{1x} \\ \Delta f_{1y} \\ \Delta f_{2x} \\ \Delta f_{2y} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

となる。式(28), (29)において計測可能な量は $\Delta\theta_{ij}$, ($i, j=1, 2$) である。式(28)の左辺第2項と式(29)の右辺第2および第4項が非線形項であり、式(22)のようには線形化できない。

文 献

- (1) 三村・ほか2名, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニ

- クス講演会'91, (1991), 251.
 (2) 三村, センサ技術, 11-12 (1991), 22.
 (3) Fearing, R. S., *IEEE Trans. Robotics Autom.*, 2-4 (1986), 188.
 (4) Kao, I. and Cutkosky, M. R., 1990 *IEEE Int. Conf. Robotics Autom.*, (1990), 359.
 (5) Dario, P. and Buttazzo, G., *Int. Robotics Research*, 6-3 (1987), 25.
 (6) Brock, D. L. and Chiu, S., *Proc. of IEEE Int. Conf. Robotics Autom.*, (1987), 89.
 (7) Montana, D. J., *Int. J. Robotics Research*, 7-3 (1988), 17.
 (8) 金子・谷江, 日本ロボット学会誌, 8-6 (1990), 652.