反発形磁気浮上システムの動的安定性の向上に関する研究*

(第3報, 能動一次支持系の最適制御)

永井正夫*¹, 田村康明*²Dynamic Stability of Repulsive Magnetic Levitation System
(3rd Report, Optimal Control of Active Primary Suspension)

Masao NAGAI and Yasuaki TAMURA

Magnetically levitated (MAGLEV) vehicle systems have been studied as the future high-speed transportation. It is especially important to investigate the dynamic characteristics for running stability, safety and ride quality at high speeds. This paper deals with the vibration control problem of a two-degree-of-freedom vehicle-suspension model of repulsive MAGLEV systems. Although the repulsive MAGLEV system is inherently stable, the damping force is not large enough to suppress the vibration excited by guideway irregularity. In order to improve the vibration characteristics, there are two approaches; one of them is through secondary suspension design and the other, primary suspension design. The first approach gives a limit of vibration control because of the existence of an invariant point in the frequency response of car-body acceleration. This paper investigates the second approach, that is, direct magnetic force control of the MAGLEV systems. For this purpose the primary suspension is designed as a hybrid magnet configuration of a permanent magnet and an additional electromagnet of which the current is optimally controlled by LQG theory. The experimental and theoretical results show that the car body and levitation gap vibrations are significantly improved with the additional control circuit.

Key Words: Magnetic Levitation, Electrodynamics Suspension, Vibration Control, Damping, Optimal Control, Vehicle Dynamics, Active Suspension

1. 緒 言

反発形磁気浮上方式は、超電導磁石あるいは永久磁石をとわず振動減衰力が小さい。特に誘導反発方式ではある速度以上になると電磁氣的にわずかに負のダンピングを持つことが知られている。したがって何らかの減衰特性を持たせなければ振動が持続する恐れがある^{(1)~(4)}。車両のダイナミクスの観点から台車の振動が低減することは、台車の強度設計の負担が軽減するばかりでなく、浮上空げきの変動が小さくなることから走行軌道に要求される精度の設計が容易になるなど、浮上走行システム全体に与える影響が大きい。

著者らはこれまで、永久磁石による反発形磁気浮上装置を製作し、車体-台車間の二次支持系をアクティブ制御することにより、車体・台車双方の動的安定性の向上の可能性を検討してきた⁽⁵⁾⁽⁶⁾。その結果によると、乗り心地の評価につながる車体の加速度や台車-軌道間のギャップ変動がともに減少して安定性が向上することが、実験的にまた理論的に明らかになった。

しかし二次支持系にアクチュエータを付けて制御しても、乗り心地に影響する車体加速度の周波数応答において、不動点が存在することが理論的に知られており⁽⁷⁾ 実験的にも確かめられた⁽⁶⁾。この不動点は一次支持系にダンピングがない場合に理論的に存在するものである。したがって本論文では一次支持系を制御することにより、動的安定性の向上の可能性を検討することを目的とした。そのため上下2自由度浮上実験装置において、一次支持系である磁気浮上系を永久磁石と電磁石によるハイブリッド構成として、電磁石電流を直接制御する方式について検討した。この上下2自由度の浮上系に対して、最適制御理論により制御系を設計し、理論解析と振動実験を行った。

記 号

x : 車体の変位
 x_t : 台車の変位
 X_o : 軌道面の変位
 m : 車体の質量
 m_t : 台車の質量
 k : 2次支持ばね定数
 c : 2次支持ダンピング係数
 k_r : 磁気ばね定数

* 平成3年6月13日 電磁力シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成4年5月21日。

*¹ 正員、東京農工大学工学部 (〒184 小金井市中町2-24-16)。

*² 学生員、東京農工大学大学院。

p_s : エアシリンダ内差圧
 a_s : ピストン受圧面積
 c_s : エアシリンダ等価容量
 r_p : 電磁弁の等価抵抗
 I_o : 電磁石の平衡点電流
 Z_o : 電磁石の平衡点ギャップ
 N : 電磁石の巻数
 S : 鉄心の断面積
 μ_o : 透磁率 ($4\pi \times 10^{-7}$)
 u : 制御入力 (電磁石電圧)

2. 最適制御理論

2.1 運動方程式 図1に示すような車体と台車で構成される上下2自由度の支持系に関する平衡点近傍の運動方程式は、式(1), (2)になる。

$$m\ddot{x} = -c(\dot{x} - \dot{x}_t) - k(x - x_t) + a_s p_s \quad \dots\dots(1)$$

$$m_t \ddot{x}_t = c(\dot{x} - \dot{x}_t) + k(x - x_t) - a_s p_s - k_t(x_t - x_o) + f_e \quad \dots\dots(2)$$

上式において f_e は、電磁石による能動的な力である。一般に電磁石 F は、

$$F = K \frac{I^2}{Z^2} \quad (\text{ただし } K = \mu_o \times S \times N^2) \quad \dots\dots(3)$$

となる。ただし、 I, Z は、電磁石に流れる電流と等価ギャップ ($Z > 0$) である。上式を線形化するために式(3)を全微分すると式(4)のようになる。

$$\frac{dF}{F_o} = \frac{2}{I_o} dI - \frac{2}{Z_o} dZ \quad \dots\dots(4)$$

上式より、平衡点近傍の変動量を f_e, i, z として変形

すると、

$$f_e = 2F_o \left(\frac{i}{I_o} - \frac{z}{Z_o} \right) \quad \dots\dots(5)$$

となる。ただし、以上の式において平衡点において

$$F_o = K \frac{I_o^2}{Z_o^2} \quad \dots\dots(6)$$

が成立する。

2.2 状態方程式 ダンパとして用いているシリンダの特性式と電磁石駆動用電気回路の特性式を、式(7), (8)に示す。

$$c_s r_p \dot{p}_s + \dot{p}_s = -r_p a_s (\dot{x} - \dot{x}_t) \quad \dots\dots(7)$$

$$\dot{i} = \frac{I_o}{Z_o} (\dot{x}_t - \dot{x}_o) - \frac{R Z_o}{K} i + \frac{Z_o}{K} u \quad \dots\dots(8)$$

状態変数を車体-台車間の相対変位 ($\Delta x = x - x_t$)、車体の絶対速度、車体の絶対加速度、台車-軌道間の相対変位 ($\Delta x_t = x_t - x_o$)、台車速度、電磁石に流れる電流 i とすると式(1), (2), (7), (8)より状態方程式は式(9)の6次系となる。ただし、 $a_1 \sim a_{12}, b, w_1$ の各係数の記述は、省略する。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \Delta x_t \\ \dot{x}_t \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \Delta x_t \\ \dot{x}_t \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ w_1 \end{bmatrix} \dot{x}_o \quad \dots\dots(9)$$

状態変数を $X = (\Delta x \ \dot{x} \ \ddot{x} \ \Delta x_t \ \dot{x}_t \ i)^T$ 、外乱を x_o とすると式(10)のようになる。

$$\dot{X} = AX + Bu + W\dot{x}_o \quad \dots\dots(10)$$

2.3 最適レギュレータによる設計 前報と同様に制御系設計に際しては、 $\dot{x}_o$ は白色雑音と仮定し、最適制御理論を適用する。

本論文の制御系を含むブロック線図は図2のように表せ、評価関数としては次式を用いた。

$$J = E[X^T Q X + U^T R U] = E[h(\dot{x}^2 + a\Delta x^2 + \beta\Delta x_t^2) + u^2] \quad \dots\dots(11)$$

この評価関数を最小にする制御則は、次式になる。

$$u = -(f_1 \Delta x + f_2 \dot{x} + f_3 \ddot{x} + f_4 \Delta x_t + f_5 \dot{x}_t + f_6 i) = -FX \quad \dots\dots(12)$$

なお、表1に実験装置の主要数値を示す。また、最適制御理論により求めた式(12)の最適フィードバックゲインの値を表2に示す。

1: Microcomputer, 2: D/A converter, 3: Power amp,
 4: Electro magnet, 5: Permanent magnets,
 6: Lower mass, 7: Accelerometer, 8: Gap sensor,
 9: Damper, 10: Spring, 11: Upper mass,
 12: Potentiometer, 13: A/D converter, 14: Oscillator

図1 実験装置の基本構成図

3. 実験装置の概要

図1に示すように実験装置は、片持はりで支持された上下2自由度系であり、車体と台車間の運動は、コイルばねとダンパにより支持され、台車と軌道間は永久磁石により非接触支持されている。さらにこの浮上用永久磁石と並列に制御用の電磁石が取り付けられており、台車-軌道間の浮上力が直接制御できる。また、制御用あるいは、測定用として図に示した各種センサが取り付けられている。

制御回路の構成は図1のとおりであり、車体と台車の加速度および、相対変位を各センサにより検出し、16ビットの制御用計算機にA/Dコンバータを通して入力する。この計算機内で車体と台車の絶対速度は加速度を積分演算して求め、検出および計算された状態変数の値より電磁石の操作量を演算する。この操作量を電圧信号としてD/Aコンバータを介してパワーアンプに送り必要な電磁力を得る。

また軌道に相当する加振機により系に、一定振幅

(± 1.50 mm) の正弦波で、周波数 0.5~10.0 Hz の範囲で加振して、制御しない場合と制御した場合について、それぞれ周波数応答の実験をした。

4. 計算結果と考察

上述した一次支持制御の性能を比較検討するために以降の計算および実験において、乗り心地に影響する車体加速度と走行安定性に影響する台車-軌道間の相対変位の各周波数応答を行った。また一次支持制御の性能比較のために、パッシブな系と二次支持制御についても計算を行った。二次支持制御についての具体的な方法については、前報を参照していただきたい。

4.1 パッシブな系 図3(a), (b)は、減衰比を変化させたときのパッシブな系の周波数応答である。走行安定性向上のため、二次支持系の減衰比を大きくすると共振現象は抑えられるが、乗り心地に影響する車体加速度の周波数応答において、二つの共振周波数間と高周波域で振幅が増大してしまう。これは衆知のごとく減衰比を変化するパッシブな系では、3個の不動点を境に相反する性能しか得られないためである。

4.2 二次支持制御 図4(a), (b)は、二次支持

表 1 2自由度磁気浮上系の主要数値

Upper mass	m	17.2	Kg
Lower mass	m _t	19.5	Kg
Secondary stiffness	k	1.57×10^3	N/m
Primary stiffness	k _t	5.30×10^3	N/m
Damping coefficient	c	6.80×10^1	N s/m
Piston cross section	a _s	2.64×10^{-4}	m ²
Equivalent capacity	c _s	3.20×10^{-1}	m ³ /pa
Value resistance	r _p	2.63×10^8	pa·s/m ³
Steady state current	i ₀	1.25	A
Steady state gap	Z ₀	7.5×10^{-3}	m
Number of coils	N	1200	
Sectional area of iron	S	8.0×10^{-4}	m ²

表 2 評価関数の重み係数と最適ゲイン
(一次支持制御)

α	2.92×10^4			
β	1.10×10^{-1}			
h	2.1×10^2	1.4×10^2	8.0×10^1	4.0×10^1
f ₁	-1.511×10^2	-0.640×10^2	0.128×10^2	0.438×10^2
f ₂	1.130×10^2	0.934×10^2	0.673×10^2	0.421×10^2
f ₃	6.394	4.765	2.886	1.443
f ₄	-6.032×10^2	-5.070×10^2	-3.756×10^2	-2.459×10^2
f ₅	1.260×10^2	1.064×10^2	0.795×10^2	0.526×10^2
f ₆	1.060	0.8915	0.661	0.432

図 2 上下2自由度系のブロック線図

系をエアシリンダにより制御する場合であり制御方法は前報と同一である。評価関数には、4・3節の一次支持制御の場合と同じ式(11)を用い、重み係数 $\alpha=4.0 \times 10^3$, $\beta=2.0 \times 10^4$ に固定した。重み係数 h を大きくしていくと、車体加速度の周波数応答において、車体の共振周波数 (約 1.5 Hz) の加速度振幅がパッシブ系に比べ大幅に改善でき、悪化する周波数も存在しない。しかし車体加速度の周波数応答曲線において、やはり一つの不動点が存在し、この付近の加速度振幅を低減できない。この不動点は式(1), (2)を単純加算すると二次支持力が消去されるために二次支持系がパッシブかアクティブによらず存在するもので⁽⁷⁾、ばね下質量と一次ばね定数で決まる振動数 f_{ip}

$$f_{ip} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{m_t}} = 2.63 \text{ Hz}$$

に現れる。またこのときの値は、車体と台車の質量比

に依存して、 $\omega_{ip} = \sqrt{k_t/m_t}$ のとき、

$$\left| \frac{\ddot{x}}{x_0}(j\omega_{ip}) \right| = \frac{m_t}{m} \omega_{ip}^2 = 3.10 \times 10^2$$

となる。したがってこの不動点近傍の振動数については、乗り心地を向上させる上で制御の限界がある。また、図4(b)の台車-軌道間の相対変位において、台車の共振周波数 (約 2.8 Hz) では制御効果があり見られない。したがって、二次支持制御では、パッシブな系に比べて振動特性の向上は認められるものの、不動点周波数とばね下共振周波数近傍での振動抑制に難点がある。

4・3 一次支持制御 一次支持系を電磁石により制御する場合について、表2に示すように重み係数 h を変化させた場合の計算結果を図5(a), (b)に記す。

図5(a)の車体加速度の周波数応答で、重み係数 h を大きくしていくと、車体、台車両共振周波数付近の

(a) 車体加速度

(b) 台車-軌道間の相対変位

図3 パッシブな系の周波数応答 (計算結果)

(a) 車体加速度

(b) 台車-軌道間の相対変位

図4 二次支持制御系の周波数応答 (計算結果)

ピークが一様に抑えられることがわかる。この結果は、一次支持系を制御する際には不動点がないことを意味している。また、図中の高周波域でパッシブ系より悪くなっている理由は、制御用電磁石を付加したことにより、磁気ばね定数がパッシブ系より大きくなり共振周波数が変わっているからである。また、図5(b)の台車-軌道間の相対変位の周波数応答において、重み係数 h を大きくしていくと、低周波数域を除いて全般的に振幅が一定になる方向に抑えられることがわかる。

5. 実験結果と考察

一次支持系を制御した場合についての振動特性を確認するために、軌道変位に対する車体加速度と台車-軌道間の相対変位の周波数応答の実験結果を図6(a)、(b)に示す。さらに、パッシブな系と一次支持系を制御した場合について、共振周波数(1.5 Hz, 2.8 Hz)における振動波形を図7と8にそれぞれ示す。図6(a)、

(b)で○印がパッシブな系、●印がアクティブな系の実験結果である。図6(a)の車体加速度の周波数応答の結果によると、低周波域でパッシブより悪くなっているが、図7の振動波形を見てもよくわかるように1.5 Hzと2.8 Hz付近の共振現象がよく抑えられており、実験的にも不動点がないことがわかる。

一方、図6(b)の台車軌道間の相対変位の結果によると、車体の共振周波数1.5 Hz付近はパッシブな系と変わらないが、台車の共振周波数2.8 Hz付近では共振ピークが抑えられている。つまり、反発形磁気浮上方式で問題とされるダンピング不足による台車の共振が制御することにより良く抑えられているといえる。図8の振動波形においても2.8 Hzでのアクティブ制御の波形は振幅が半減しており、安定した状態で制御されていることがわかる。なお波形がひずんでいるのは、二次支持系の摩擦による影響が大きいと考えられる。

(a) 車体加速度

(b) 台車-軌道間の相対変位

図5 一次支持制御系の周波数応答 (計算結果)

(a) 車体加速度

(b) 台車-軌道間の相対変位

図6 一次支持制御系の周波数応答 (実験結果)

(a) 1.5 Hz (passive)

(b) 1.5 Hz (active)

(c) 2.8 Hz (passive)

(d) 2.8 Hz (active)

図7 車体加速度の振動波形

(a) 1.5 Hz (passive)

(b) 1.5 Hz (active)

(c) 2.8 Hz (passive)

(d) 2.8 Hz (active)

図8 台車-軌道間の相対変位の振動波形

6. 結 言

車体と台車で構成される上下2自由度系の磁気浮上車モデルの模型実験装置を試作し、乗り心地と安定性の向上を目的とした支持系の最適制御について検討した。前報では、二次支持系を最適制御することで大幅な振動抑制効果があることを示した。本報では、前報と同一の評価関数を設定して、一次支持系の磁気浮上力を直接制御する場合の振動抑制効果を検討した。理論解析と振動実験を行った結果、車体加速度の周波数応答において、二次支持系を制御しても避けられない不動点による拘束が一次支持系を直接制御すれば解消することが示された。

車両の高速化に対する要求が高まる中で、乗り心地

と走行安定性の向上に対応した支持系の設計がますます重要となってくる。本論文がそうした研究の一助となれば幸いである。

文 献

- (1) 山村, 電気学会雑誌, 96-10, (1976), 887.
- (2) 野中・坂本, 電気学会論文誌 B, 106-8, (1986), 663.
- (3) Fujiwara, S., *Proc. 10th International Conf. on Maglev*, (1988), 337, Hamburg.
- (4) 吉岡・宮本, 機構論, No. 880-8, (1988), 21.
- (5) 永井・田中, (第1報), 機論, 56-530, C(1990), 2589.
- (6) 永井・モラン・中代, (第2報), 機論, 58-548, C(1992), 1018.
- (7) Lee, H.Y. and Hedrick, J.K., *Dynamic Constraint Equations and Their Impact on Active Suspension Performance, 11th IAVSD-Symposium, Kingston*, 8 (1989), 357.