電磁サーボ式能動形動吸振器系の
出力レギュレーション制御*水 野 毅^{*1}, 森 谷 光 宏^{*2}, 荒 木 献 次^{*1}Output Regulation in an Active Dynamic Vibration Absorber System
with an Electromagnetic Servomechanism

Takeshi MIZUNO, Mitsuhiro MORIYA and Kenji ARAKI

The control system of an active dynamic vibration absorber with an electromagnetic servomechanism, is designed based on the theory of output regulation with internal stability. The absorber system consists of a lever generating an inertial reaction, two electromagnets driving the lever, sensors and a controller. The object of the control is twofold. First, it is to reduce the vibration of the primary system equipped with the absorber to a nonresonant level in the whole range of frequencies. Second, it is to reduce the vibration to zero at a specified frequency. It is shown that the latter property is preserved in the face of small parameter variations in the primary system, but is not preserved when the parameters in the absorber system are perturbed. Experimental results emphasize the effectiveness of the proposed control method, and support the analytical predictions well.

Key Words: Active Vibration Control, Dynamic Vibration Absorber, Output Regulation, Servomechanism, Disturbance Cancellation

1. 緒言

近年、機械、建物などの振動を高精度に抑制する方法の一つとして、能動形動吸振器についての研究が活発に行われている。その制御系に関しては、最適制御理論^{(1)...}⁽⁴⁾やモード制御理論⁽⁵⁾を用いてフィードバック制御系の設計を行った研究や、より効果的に振動を抑制するためにフィードフォワード制御を併合した制御方法が提案されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。著者らは、内部安定な出力レギュレーションの理論を適用し、従来のフィードバック制御による振動抑制効果に加えて、特定の振動数の外力に対して完全な制振効果を持つ制御系の構成を明らかにしている⁽⁸⁾。この制御系では、制振対象物に作用する外力を調和外力としてモデル化し、それをオブザーバによって推定することによって、外力を直接検出せずに一種のフィードフォワード制御を実現している。この制御方法は、外力が複数の周波数成分を持つ場合⁽⁹⁾や制振対象物が多自由度系の場合⁽¹⁰⁾に拡張されている。

本論文では、先に提案した制御方法を、電磁石をアクチュエータとする動吸振器に適用し、その有効性を実証する。さらに、出力レギュレーション特性(本研究の場合には、特定の周波数の外乱に対して制振対象物の定常振動を零にする性質)が、制振対象物のパラメータが変動したとしても保持されるのに対し、動吸振器部のパラメータが変動する場合には失われることを解析および実験的に示す。

2. 基本方程式

2.1 モデル 本論文で対象とする能動形動吸振器系のモデルを図1に示す。制振対象物は、質量 m_1 、バネ k_1 、減衰要素 c_1 からなる1自由度系とし、 m_1 に作用する外力 p のため水平方向に振動するものとする。制振対象物の側面には、直流電磁石をアクチュエータとする能動形動吸振器が取り付けられている。補助質量 m_2 は、一端Oで回転支持されているので、力学的には一種の物理振り子として運動する。各部に作用する力を図2に示す。この図に基づいて制振対象物についての運動方程式を導くと、次のように求められる。

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 - c_1 \dot{x}_1 - F_h - F_1 + F_2 + p \quad (1)$$

* 原稿受付 平成4年5月20日。

^{*1} 正員、埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保 255)。^{*2} 埼玉大学工学部。

図1 基本モデル

図2 各部に作用する力

補助質量の並進運動についての方程式はつぎのようになる。

$$m_2 \ddot{x}_G = F_h + F_1 - F_2 \quad (2)$$

$$m_2 \ddot{y}_G = F_v - m_2 g \quad (3)$$

重心回りの回転運動についての運動方程式は、つぎのようになる。

$$I_G \ddot{\theta} = -c_\theta \dot{\theta} - F_h l_G \cos \theta - F_v l_G \sin \theta + (F_1 - F_2)(l_k - l_G) \cos \theta \quad (4)$$

ここで、

I_G : 補助質量の重心回りの慣性モーメント

c_θ : 支点周りの粘性抵抗係数

l_G : 補助質量の支点から重心までの距離

l_k : 補助質量の支点から電磁石までの距離

F_h : 補助質量の支点から制振対象物に伝わる水平方向の力

F_v : 補助質量の支点から制振対象物に伝わる垂直方向の力

補助質量の重心の位置は次式で与えられる。

$$x_G = x_1 + l_G \sin \theta \quad (5)$$

$$y_G = l_G (1 - \cos \theta) \quad (6)$$

ここで、補助質量の振れ角が微小である ($\theta \ll 1$) とすると、式(2),(3),(4)は次式のように近似される。

$$m_2 (\ddot{x}_1 + l_G \ddot{\theta}) = F_h + F_1 - F_2 \quad (7)$$

$$F_v = m_2 g \quad (8)$$

$$I_G \ddot{\theta} = -c_\theta \dot{\theta} - F_h l_G - F_v l_G \theta + (F_1 - F_2)(l_k - l_G) \quad (9)$$

式(7),(8)を式(1),(9)に代入すると次式が得られる。

$$(m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + m_2 l_G \ddot{\theta} = p \quad (10)$$

$$m_2 \ddot{x}_1 l_G + (l_G + m_2 l_G^2) \ddot{\theta} + c_\theta \dot{\theta} + m_2 g l_G \theta = l_k (F_1 - F_2) \quad (11)$$

定常状態からの変動が微小であるとする、電磁石の吸引力は次式のように表すことができる。

$$F_1 = F_0 - K_s l_k \theta + K_i i_1 \quad (12)$$

$$F_2 = F_0 + K_s l_k \theta + K_i i_2 \quad (13)$$

ここで、

K_s, K_i : 電磁石の特性係数

F_0 : 吸引力の定常値

i_1, i_2 : 電磁石の制御電流

制御電流をつぎの関係を満たすように定める。

$$i_2 = -i_1 (=i) \quad (14)$$

式(12),..., (14)を式(10),(11)に代入すると、次式が得られる。

$$(m_1 + m_2) \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + m_2 \ddot{x}_2 = p \quad (15)$$

$$m_2 \ddot{x}_1 + (1 + r_2) m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = -K_a i \quad (16)$$

ここで、

$$x_2 = l_G \theta \quad (17)$$

$$r_2 = \frac{l_G}{m_2 l_G^2}, \quad k_2 = \frac{m_2 g}{l_G} - 2K_s \left(\frac{l_k}{l_G} \right)^2, \quad c_2 = \frac{c_\theta}{l_G}, \quad K_a = 2K_i \frac{l_k}{l_G}$$

式(15),(16)を整理すると、次式が得られる。

$$m_a \ddot{x}_1 + (1 + r_2) c_1 \dot{x}_1 + (1 + r_2) k_1 x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 = K_a i + (1 + r_2) p(t) \quad (18)$$

$$m_a \ddot{x}_2 + (1 + r_1) c_2 \dot{x}_2 + (1 + r_1) k_2 x_2 - c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 = -(1 + r_1) K_a i - p(t) \quad (19)$$

ここで、

$$m_a = (1 + r_2) m_1 + r_2 m_2, \quad r_1 = \frac{m_1}{m_2}$$

2.2 状態方程式 式(18),(19)は、状態方程式を用いて次式のように表すことができる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) + dp(t) \quad (20)$$

ここで、

$$x = [x_1 \quad \dot{x}_1 \quad x_2 \quad \dot{x}_2]^T, \quad u = i$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(1+r_2)a_1 & -(1+r_2)a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & -(1+r_1)a_3 & -(1+r_1)a_4 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \\ -(1+r_1)b_0 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ (1+r_2)d_0 \\ 0 \\ -d_0 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = \frac{k_1}{m_a}, \quad a_2 = \frac{c_1}{m_a}, \quad a_3 = \frac{k_2}{m_a}, \quad a_4 = \frac{c_2}{m_a}$$

$$b_0 = \frac{K_a}{m_a}, \quad d_0 = \frac{1}{m_a}$$

3. 制御系の設計

3.1 外乱モデル 制振対象物に作用する外力は、制振対象物への一種の外乱と考えることができる。制御系を設計するときには、外乱としてつぎのような調和外力を想定する。

$$p(t) = P_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (21)$$

このとき、外乱はつぎのような自由系からの出力として表すことができる。

$$\dot{w}(t) = Ew(t) \quad (22)$$

$$p(t) = Cdw(t) \quad (23)$$

ここで、

$$w(t) = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \end{bmatrix}^T$$

$$w_1 = P_0 \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad w_2 = P_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Cd = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

式(20),(22),(23)の関係をまとめると、外乱のダイナミクスを含んだ拡大系の状態方程式が次式のように求められる。

$$\dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + b_e u(t) \quad (24)$$

$$x_e = \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}, \quad A_e = \begin{bmatrix} A & D \\ 0 & E \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d & 0 \end{bmatrix}, \quad b_e = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2 制御則の導出 制御入力は、内部安定な出力レギュレーションの理論にしたがって、つぎのような手順で定める。まず制振対象の状態量 $x(t)$ のフィードバックによって適切な振動抑制効果を持つ制御系を構成し、つぎに $w(t)$ が観測可能であると仮定して、設定した周波数を持つ外力に対して制振対象物の変位を定常的に零にするように決める。制御入力としてつぎのような形を考える。

$$u(t) = Fx_e(t) \quad (25)$$

$$= F_1 x(t) + F_2 w(t)$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} f_{x1} & f_{v1} & f_{x2} & f_{v2} \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} f_{w1} & f_{w2} \end{bmatrix}$$

状態フィードバック行列 F_1 を求めるには、最適レギュレータ理論、極配置の理論などを適用することができる^{(1)~(5)}。本論文は、特に、出力レギュレーション特性について議論するので、 F_1 の具体的な決定方法についての記述は割愛する。ここで、フィードバック補償を施した閉ループ系をつぎのように表しておく。

$$\dot{x}(t) = (A + bF_1)x(t) \quad (26)$$

$$= A_o x(t)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$a_{21} = -(1+r_2)a_1 + b_0 f_{x1}, \quad a_{22} = -(1+r_2)a_2 + b_0 f_{v1},$$

$$a_{23} = a_3 + b_0 f_{x2}, \quad a_{24} = a_4 + b_0 f_{v2},$$

$$a_{41} = a_1 - (1+r_1)b_0 f_{x1}, \quad a_{42} = a_2 - (1+r_1)b_0 f_{v1},$$

$$a_{43} = -(1+r_1)(a_3 + b_0 f_{x2}) = -(1+r_1)a_{23},$$

$$a_{44} = -(1+r_1)(a_4 + b_0 f_{v2}) = -(1+r_1)a_{24}$$

また、特性多項式は、次式のように求められる。

$$t_c(s) = \det(sI - A_c) \quad (27)$$

$$= (s^2 - a_{22}s - a_{21})(s^2 - a_{44}s - a_{43}) - (a_{24}s + a_{23})(a_{42}s + a_{41})$$

出力レギュレーションを達成する F_2 は、既報⁽⁸⁾で用いたアルゴリズムをそのまま適用することによって、次式のように求められる。

$$f_{w1} = -\frac{d_0}{b_0} \left\{ 1 + r_2 - \frac{(r_1 r_2 + r_1 + r_2) a_{23}}{\omega_0^2} \right\} \quad (28)$$

$$f_{w2} = -\frac{d_0(r_1 r_2 + r_1 + r_2) a_{24}}{b_0 \omega_0} \quad (29)$$

なお、この結果は、適当な変数変換を用いることによって既報⁽⁸⁾の結果から直接求めることもできる（付録参照）。

3.3 外力推定オブザーバの構成 実際の装置では、制振対象物に作用する外力を直接観測することができなかつたり、可能であってもコストがかかることが予想される。ここでは、オブザーバによって外力の影響を推定し、 $w(t)$ の代わりにオブザーバの推定値を用いて出力レギュレーションを実現する。

制振対象物および補助質量の変位、速度が観測可能であるとする。最小次元オブザーバの理論を適用することによって、 $w(t)$ を推定するオブザーバが次式のように求められる。

$$\dot{z}(t) = A_o z(t) + C_o x(t) + b_o u(t) \quad (30)$$

$$\hat{w}(t) = z(t) + Jx(t) \quad (31)$$

ただし、

$$z = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 \end{bmatrix}^T$$

$$A_o = E - JD, \quad b_o = -Jb, \quad C_o = -JA_c + EJ - JDJ$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \end{bmatrix}$$

J は A_o の固有値が負の実部を持つように選定する。ここで、オブザーバの特性多項式を計算すると、次式のように求められる。

$$t_o(s) = \det(sI - A_o) \quad (32)$$

$$= s^2 + \{(1+r_2)J_{12} - J_{14}\}d_0 s + \{\omega_0 - \{(1+r_2)J_{22} - J_{24}\}d_0\}\omega_0$$

図3 動的補償器の構成

簡単のため、 J としてつぎのような形のものを選ぶ。

$$J = \begin{bmatrix} 0 & J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

このとき、特性多項式は、次式ようになる。

$$\begin{aligned} t_0(s) &= s^2 + (1+r_2)J_{12}d_0s + \omega_0^2 \\ &= s^2 + \alpha_0s + \omega_0^2 \quad (\alpha_0 = (1+r_2)d_0J_{12}) \end{aligned} \quad (34)$$

推定速度は σ_0 によって指定される。

結局、制御入力は、オブザーバの出力を用いて、つぎのように定められる。

$$u(t) = F_1x(t) + F_2\hat{w}(t) \quad (35)$$

図3に、設計された動的補償器のブロック線図を示す。

4. 伝達関数

周波数応答は、制振性能の重要な評価項目の一つである。周波数応答解析を行うには、伝達関数を求めることが必要となる。設計した制御系において、外力 P に対する制振対象物の変位 X_1 の伝達関数は、既報⁽⁸⁾で詳述した導出方法を適用することによって、次式のように求めることができる。

$$\frac{X_1(s)}{P(s)} = \frac{(s^2 + g_1s + g_0)(s^2 + \omega_0^2)}{t(s)}(1+r_2)d_0 \quad (36)$$

ただし、

$$g_0 = \frac{r_1r_2 + r_1 + r_2}{1+r_2}a_{23} \quad (37)$$

$$g_1 = \frac{r_1r_2 + r_1 + r_2}{1+r_2} \left(\frac{\alpha_0}{\omega_0^2}a_{23} + a_{24} \right) \quad (38)$$

なお、この結果は、既報⁽⁸⁾で示した伝達関数から、直接求めることもできる（付録参照）。

5. 出力レギュレーション特性の解析

設計した制御系が出力レギュレーション特性を有す

ることは、外力 p から制振対象物の変位 x_1 への伝達関数が設定振動数と等しい振動零点を持っていることに対応している。本章では、制御対象のパラメータが変動するときこの特性が保持されるか否か、すなわち構造安定性⁽¹¹⁾について論ずる。なお、変動する可能性のある制御対象の実際のパラメータ値には、 $\hat{\cdot}$ を付けて表すことにする。

以下の解析では、簡単のため、制御対象およびオブザーバにおいて初期値はすべて零とする。式(30),(31),(35)から、 $Z(s)$ は次のように求められる。

$$\begin{aligned} Z(s) &= (sI - A_0 - b_0F_2)^{-1} \{C_0 + b_0(F_1 + F_2J)\}X(s) \\ &= \frac{\Gamma(s)}{t(s)}X(s) \end{aligned} \quad (39)$$

ここで、

$$t(s) = \det(sI - A_0 - b_0F_2)$$

$$\Gamma(s) = ad[sI - A_0 - b_0F_2] \times \{C_0 + b_0(F_1 + F_2J)\}$$

式(31),(33),(39)から、制御入力 u は次式のような形に表される。

$$\begin{aligned} U(s) &= (F_1 + F_2J + F_2\frac{\Gamma(s)}{t(s)})X(s) \\ &= \frac{h_1(s)}{t(s)}X_1(s) + \frac{h_2(s)}{t(s)}X_2(s) \end{aligned} \quad (40)$$

ここで、

$$\begin{aligned} h_1(s) &= (f_{x1} + sf_{v1} + sf_{w1}J_{12})t(s) + f_{w1}\Gamma_{11}(s) + f_{w2}\Gamma_{21}(s) \\ &\quad + s\{f_{w1}\Gamma_{12}(s) + f_{w2}\Gamma_{22}(s)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_2(s) &= (f_{x2} + sf_{v2})t(s) + f_{w1}\Gamma_{13}(s) + f_{w2}\Gamma_{23}(s) \\ &\quad + s\{f_{w1}\Gamma_{14}(s) + f_{w2}\Gamma_{24}(s)\} \end{aligned}$$

$$\Gamma_{ij} : \Gamma \text{ の } (i,j) \text{ 成分}$$

式(16)から、次式が得られる。

$$\hat{m}_2s^2X_1(s) + \hat{t}_d(s)X_2(s) = -\hat{K}_aU(s) \quad (41)$$

ここで、

$$\hat{t}_d(s) = (1+r_2)\hat{m}_2s^2 + \hat{c}_2s + \hat{k}_2$$

式(41)に式(40)を代入すると、次式が得られる。

$$(\hat{m}_2s^2 + \hat{K}_a\frac{h_1(s)}{t(s)})X_1(s) + (\hat{t}_d(s) + \hat{K}_a\frac{h_2(s)}{t(s)})X_2(s) = 0 \quad (42)$$

また、式(15)から

$$X_2(s) = -\frac{(\hat{m}_1 + \hat{m}_2)s^2 + \hat{c}_1s + \hat{k}_1}{\hat{m}_2s^2}X_1(s) + \frac{1}{\hat{m}_2s^2}P(s) \quad (43)$$

式(43)を式(42)に代入し、整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{(\hat{m}_1 + \hat{m}_2)s^2 + \hat{c}_1s + \hat{k}_1}{\hat{m}_2s^2}(\hat{t}_d(s) + \hat{K}_a\frac{h_2(s)}{t(s)}) \right. \\ &\quad \left. - (\hat{m}_2s^2 + \hat{K}_a\frac{h_1(s)}{t(s)}) \right\} X_1(s) \\ &= (1+r_2)\left\{ s^2 + \frac{\hat{c}_2}{(1+r_2)\hat{m}_2}s + \frac{\hat{k}_2}{(1+r_2)\hat{m}_2} + \frac{\hat{K}_a}{(1+r_2)\hat{m}_2}\frac{h_2(s)}{t(s)} \right\} \frac{1}{s^2}P(s) \end{aligned} \quad (44)$$

図4 実験装置の構造

パラメータが設定値と等しい場合には、式(44)で表される関係は式(36)と一致する。したがって、最高次数の項の係数に注意すると、式(44)の右辺は次式のように変形することができることがわかる。

$$(\text{the right side of eq.(44)}) = (1+r_2) \frac{(s^2 + \omega^2)P(s)}{m_2 s^2 r(s)} \quad (45)$$

パラメータが設定値から変動した時、一般には式(44)の右辺は $(s^2 + \omega^2)$ を因子として持たなくなるので、設定振動数で定常振動が零になるという性質は失われることになる。しかしながら、動吸振器が単体で動作するときの動特性を決めるつぎの3つの係数

$$\frac{k_2}{(1+r_2)m_2}, \quad \frac{c_2}{(1+r_2)m_2}, \quad \frac{K_d}{(1+r_2)m_2}$$

さえ設定値と等しければ、たとえ制振対象物に関するパラメータ

$$m_1, c_1, k_1$$

が変動したとしても、式(44)の右辺は $(s^2 + \omega^2)$ を因子として持つので、出力レギュレーション特性は保持される。言い換えると、出力レギュレーションを達成するには、動吸振器に関するこれらの係数の同定が重要である。

6. 実験

6.1 実験装置 実験に使用した装置の構造を図4に示す。2枚の板バネを介してベースに結合された振動台上には、モーターが固定され、その回転軸に円板状の試験回転体を取りつけられている。この円板の所定の位置におもりを取り付け、不釣り合い力を利用して調和外力を発生させる。モーターの回転角速度を ω とすると、調和外力の振幅は次式のように与えられる。

$$P_0 = m_e \varepsilon \omega^2 \quad (46)$$

m_e : 不釣り合い質量

表1 実験装置の諸元

parameter	Value
m_1	16.7 kg
m_2	1.13 kg
k_1	5.32×10^5 N/m
I	2.82×10^{-3} kgm ²
c_1	1.72×10^2 Ns/m
c_θ	0.0 Ns
K_s	2.79×10^4 N/m
K_i	2.81×10^1 N/A
l_g	65.0 mm
l_k	95.0 mm
$m_e \varepsilon$	27.2 gmm

表2 制御系設計パラメータ

parameter	Value
f_{x1}	-1.28×10^5 A/m
f_{v1}	3.63×10^1 As/m
f_{x2}	4.14×10^4 A/m
f_{v2}	2.00×10^1 As/m
f_{w1}	3.15×10^{-2} A/N
f_{w2}	-8.60×10^{-2} A/N
ω_0	1.85×10^2 rad/s
σ_0	7.41×10^1 rad/s
J_{12}	1.29×10^2 Ns/m

ε : 軸中心線から不釣り合い質量までの距離

また、制振対象物および補助質量の変位 x_1, x_2 は、渦電流形変位センサによって検出し、アナログ制御装置によって設計した制御系を実現する。具体的には、センサ信号を疑似微分することによって速度を求め、アナログ計算機を用いて外乱推定オブザーバを含む動的補償器を構成する。

実験装置の諸元を表1に、設計した動的補償器のパラメータを表2に示す。

6.2 実験結果 最初に、同定した制御対象のパラメータを用いて設計した制御系を用いたときの実験結果と対応する理論値を図5に示す。これは、

(a) 動吸振器が作動していないとき

(b) 状態フィードバックだけを施したとき

(c) 出力レギュレーションのための制御を施したときの各回転速度における制振対象物の振動振幅を示したものである。まず、動吸振器が作動していないときに制振対象物は27.5Hzに共振点を持ち、振動変位24 μ mの振動が観測される。つぎに、状態フィードバックに

図5 各回転速度における制振対象物の振動変位

よって共振点付近での振動は $6\mu\text{m}$ 程度に抑制されている。さらに、出力レギュレーション制御を施すと、設定された周波数 27.5Hz の振動が取り除かれていることがわかる。これらの結果から、提案する制御方法によって、フィードバック制御による振動抑制効果に加えて、特定の振動数の外力に対して振動をほぼ零にする振動制御を実現できることを確認できる。

つぎに、制御対象のパラメータ変動の影響を調べた結果を図6、図7、図8に示す。図6では電磁石の係数 K_i 、図7ではバネ定数 k_1 を、図8では制振対象物質量 m_1 を、それぞれ設定値から変動させた場合を示している。ただし、実験では、実際のパラメータを正確に設定値から変動させるのは手間がかかるので、制御系を設計するときの係数を故意に同定値からずらして計算し、パラメータが変動した場合と等価な状態を実現して実験を行っている。例えば図6で

$$(b) \Delta K_i = +0.1$$

で表されている結果は、制御系の設計計算を行うときに用いる K_i の値を、表1で示されている実際の値より10%だけ大きく設定したことを意味している。別の見方をすると、これはパラメータ同定誤差が10%あることに対応している。

図6から、電磁石の特性係数 K_i が設計値から変動すると、設定周波数で吸振しなくなっていることがわかる。これは、 K_i が変動すると、動吸振器が単体で動作するときの動特性を決める係数

$$\frac{K_a}{(1+r_2)m_2} (=K_{i_g} \frac{2l_k}{(1+r_2)m_2})$$

が設定値から変動することになるので、制御系の実際の零点が出力レギュレーションを達成するのに必要な

図6 電磁石特性が設定値から変動した場合の応答

図7 支持剛性が設定値から変動した場合の応答

図8 制振対象物質量が設定値から変動した場合の応答

振動零点から移動してしまうからである。

これに対し、制振対象物のパラメータである k_1 、 m_1 が変動した場合には、全般的な振動特性は変化するものの、設定周波数で振動を零にするという性質は失われていないことが図7、図8からわかる。これは、式(44)からわかるように、 k_1 あるいは m_1 が変動すると、外力から制振対象物の変位までの伝達関数の極は変化するが零点は変化せず、出力レギュレーションに必要な極零消去が実現されるからである。

なお、図5～図8で示した結果から、理論値と実験値とは比較的良好に一致していることがわかる。しかし、周波数の低い領域での振動変位については、実験値の方が小さくなる傾向がある。また、出力レギュレーション制御を実施したときの設定周波数近傍の振動のピークの値などについても、実験値と理論値とが多少異なっている。これは、制振対象物の同定結果に誤差があり、理論計算に用いた制振対象物のパラメータの値が実際の値と厳密に一致していなかったためであると考えられる。

7. 結論

電磁石をアクチュエータとする振り子式能動形動吸振器に対して、内部安定な出力レギュレーションを適用して制御系の設計を行い、パラメータ変動がある場合の特性を解析し、実験によって確認した。その結果を要約すると以下ようになる。

(1)内部安定な出力レギュレーション理論を適用することによって、共振点付近において振動を抑制すると同時に、特定の設定周波数において振動を零にすることができる制御系の有効性を確認した。

(2)構成された制御系は、制振対象物のパラメータが変動する場合にも、出力レギュレーション特性を保持することを示した。

(3)動吸振器部のパラメータが変動する場合には、出力レギュレーション特性は失われてしまうことを示した。このことから、本設計法を適用する場合には動吸振器部の同定は重要であると言える。

なお、フィードバックループに外乱モデルを陽に含む構造安定な出力レギュレータを構成すれば、動吸振器部のパラメータが変動しても出力レギュレーション特性は保持される⁽¹²⁾。また、本論文で示した出力レギュレーション特性のパラメータ変動に対する性質は、補助質量が並進運動だけをする能動形動吸振器系においても成立する⁽¹³⁾。

謝辞

実験装置の製作に多大なる御協力をいただいた職業訓練大学校卒業生アオ・キム・ギョク君ならびに職業訓練大学校機械科各位深く感謝する。また、実験に協力をいただいた埼玉大学技官石野裕二氏、同大学院博士前期課程修了生小山田俊英君に感謝の意を表す。

なお、本研究の一部は昭和64年度文部省科学研究費補助金（奨励研究(A)）の助成を受けて行った。

付録

状態方程式の変換 ここでは、本研究で用いた振り子式能動形動吸振器系が、適当な変数変換を行うことによって、これまでの理論的考察^{(8),(9),(13)}で扱ってきた補助質量が並進運動だけを行うものと同じ形の状態方程式で記述できることを示す。

新しい状態ベクトル ξ を次式によって定義する。

$$\xi(t) = T^{-1}x(t) \quad (A.1)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1+r_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1+r_2 \end{bmatrix}$$

$$\xi_1 = x_1, \quad \xi_2 = \dot{x}_1, \quad \xi_3 = x_1 + (1+r_2)x_2, \quad \xi_4 = \dot{x}_1 + (1+r_2)\dot{x}_2$$

状態方程式(20)は、次式のように変換できる。

$$\dot{\xi}(t) = \bar{A}\xi(t) + \bar{b}u(t) + \bar{d}p(t) \quad (A.2)$$

ここで、

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\bar{a}_0 + \bar{a}_1 & -\bar{a}_2 + \bar{a}_3 & -\bar{a}_1 & -\bar{a}_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \bar{\lambda} \bar{a}_1 & \bar{\lambda} \bar{a}_3 & -\bar{\lambda} \bar{a}_1 & -\bar{\lambda} \bar{a}_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{b}_0 \\ 0 \\ -\bar{\lambda} \bar{b}_0 \end{bmatrix}, \quad \bar{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{d}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a}_0 = (1+r_2)a_1, \quad \bar{a}_1 = \frac{a_3}{1+r_2}, \quad \bar{a}_2 = (1+r_2)a_2, \quad \bar{a}_3 = \frac{a_4}{1+r_2}$$

$$\bar{\lambda} = r_1 r_2 + r_1 + r_2$$

式(A.2)からわかるように、新しい状態ベクトルで記述されるシステムは、補助質量が吸振方向への並進運動の自由度だけを持つ能動形動吸振器系と、本質的には同じ形の状態方程式で記述できることがわかる（ただし、既報^{(8),(9)}では、地面・制振対象物間の減衰および電磁石・補助質量間の減衰を省いたモデルが使われている）。

本論文の3章で示した出力レギュレーションを達成する制御則（式(28),(29)参照）、4章で示した外力に対する制振対象物の変位の伝達関数（式(36),(37),(38)参照）は、既報の結果に上述の変数変換（あるいは逆変換）を施すことによって、簡単に得られる。

文献

- (1)田中、宮下、富成：サーボダンパ系の出力フィードバック制御、機論、42-355、第1部(1976)、755。

- (2)田中, 鈴木, 岩田, 金井, 宮下: サーボダンパ制御系の設計, 機論, 43-366, 第1部(1977), 550.
- (3)岡田, 吉田: 電磁サーボダンパの設計と最適制御, 機論, 45-38, C(1979), 66.
- (4)背戸, 猿渡, 藤田, 古石: 能動的動吸振器の研究, 機論, 57-538, C(1991), 1834.
- (5)古石, 武藤: アクティブ・マス・ダンパによる構造物の振動制御(アクティブ・マス・ダンパのモード制御), 機論, 52-473, C(1986), 237.
- (6)田中, 菊島: 衝撃応答抑制機能を有する動吸振器に関する研究(第一報, 予見動作による制振原理), 機論, 52-484, C(1986), 3175.
- (7)吉田, 下郷, 西村: アクティブ動吸振器による不規則振動の最適制御(フィードフォワード併合制御の効果に関する実験的考察), 機論, 53-495, C(1987), 2310.
- (8)水野: 能動形動吸振器系の出力レギュレーション制御, 計測自動制御学会論文集, 24-4, (1988), 400.
- (9)水野, 荒木: 出力レギュレーション理論による能動形動吸振器の制御系設計と制振特性解析, 計測自動制御学会論文集, 26-6, (1990)692.
- (10)野波, 西村, 崔: 多自由度振動系の外乱相殺制御(固定面を利用する制振器およびアクティブ動吸振器を用いる場合), 機論, 58-545, C(1992), 68.
- (11)W.M.Wonham: *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach*, (1974), Springer-Verlag.
- (12)水野, 森谷, 荒木: 能動形動吸振器系の出力レギュレーション特性の検討, 第36回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集(1992-5).
- (13)水野, 荒木: 能動形動吸振器の出力レギュレーション特性の解析, 第29回SICE学術講演会予稿集, (1990-7), 621.