磁気歯車伝達系のロバスト制御*

田 宏 奇^{*1}, 長屋 幸助^{*1}, 井 開 重 男^{*1}

Robust Control of Magnetic Gear Transmitting System

Hongqi TIAN, Kosuke NAGAYA and Shigeo IKAI

A new magnetic gear transmitting system with an actuator made of an electromagnet is proposed in this paper. The vibration due to the system parameter variations or external disturbance is absorbed by means of changing magnetic fluxes of the electromagnet and the controller is designed by variable structure system (VSS) theory. The theoretical expressions of the transmitting torque, magnetic spring constant and control force versus electric current in the electromagnet were derived. Both the simulations and experiments of this magnetic gear system were carried out by means of the sliding mode regulator and were compared with the PID linear control method. The experimental results confirmed the theoretical analyses.

Key Words: Dynamics of Machinery, Magnetic Gears, Electromagnet, Permanent Magnet, Transmission Torque, Robust Control, Sliding Mode Control

1. 緒 言

振動制御は急速な発展を遂げており、永久磁石あるいは電磁石を用いたアクティブ制御の研究も盛んである^{(1)~(3)}。磁気を用いた、機械要素の一つとして、近時吸引形磁気歯車伝達系も鶴本⁽⁴⁾により提案され、長屋らはその伝達トルクの解析を確立した⁽⁵⁾。磁気歯車は非接触で摩擦もなく、隔壁を通してトルクを伝達できるのと歯自体から発生する騒音がないなど、多くの特長を備えており、今後多方面に利用されていくものと思われる。しかしこの系では、歯と歯が磁気吸引力で連結されているので、ばね定数は通常の歯車系に比べ格段に小さく、また強度の非線形性を有する。したがって回転中に振動の発生しやすい機構であり、また非線形性のために、振動制御に通常の線形理論が適用できない難点がある。

非線形の適応制御の方法として、スライディングモード制御があり、すでに多くの問題に適用されてきた^{(6)~(9)}。とくに近年は振動制御にも用いられている⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。スライディングモード制御の他の方法と異なる点は、運動中の系の変化に対応できることである。

このことは他の制御法に比べロバスト性があり、とくに非線形制御系の設計を容易にする。

本報は永久磁石より成る磁気歯車系の非線形振動を電磁石をアクチュエータとしてスライディングモードにより制御する方法を提案するものである。その具体的方法は、電磁石により永久磁石の磁界をコンピュータ制御により適切に変化させて制御力を与えるものである。本系には強い非線形性があるため、共振時近くの変位の大きくなった点では従来の線形制御では対応できないので、本制御法が有効と考えられる。

解析では、まず、系のばね定数、伝達トルクならびに制御力を電磁気学に基づき誘導し、数値計算を行った。ついで本系の運動方程式を求め、その振動制御のためにスライディングモードレギュレータを構築し、実際に実験を行った結果と比較し、本方法の妥当性を検証した。

2. 磁束密度および伝達トルクの解析

2-1 磁気歯車の磁束密度の解析 本報で提案する磁気歯車伝達系を図1に示す。磁界制御用の鉄しんの周上に等間隔に歯があり、その歯に希土類永久磁石が貼付けられており、またそれ以外の面はなるべく磁束の漏えいを少なくするため深く削り取られている。

* 原稿受付 平成4年2月26日。

^{*1} 正員、群馬大学工学部 (〒376 桐生市天神町 1-5-1)。

もう一方の歯車は円板状で、円周上に等間隔で長方形の希土類永久磁石が貼付けてある。それぞれの歯は同じモジュールで配置されているが、磁極は逆にしてある。したがって二つの歯が小さなギャップで取付けられているとし、一つの歯車が回転したとき、吸引力によりそのトルクは他方へ伝達される。このとき、電磁石のコイルへ電流が印加されると、それにより磁束が変化し、吸引力すなわちトルクが変化する。このトルクが振動制御のための操作力となる。

磁気歯車系の座標系を図1に示す。図中 a_1 は電磁石の穴半径、 a_2 は電磁石の歯の部分の内半径、 a_3 は外半径、 a_4 はコイルの外半径、 a_5 は従動側の円板形歯車の歯の部分の平均半径、 Z は原動側歯車の永久磁石表面より測られた軸方向の座標、 Z_1, Z_2 は永久磁石と電磁石の接着面の座標および電磁石鉄しんの凹部の軸方向座標であり、 h は永久磁石の厚みである。

永久磁石と電磁石の結合系の磁界解析は長屋⁽³⁾により与えられている。すなわちコイルを有する円筒形の鉄しんに厚み方向に磁化された円筒形永久磁石が結合された場合の空間上の一点における磁束密度は

$$B' = B_{ec}(r, z, I) + B_{pz}(r, z) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} B_{ec}(r, z, I) &= J_{ce}(I) F_{ce}(r, z) \\ B_{pz}(r, z) &= J_{cp} F_{cp}(r, z) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(1)の右辺第1項は電磁石の影響を表し、第2項は永久磁石による鉄しんの磁化の影響を表す。また J_{ce} はコイルによる鉄しんの磁化の強さを、 J_{cp} は永久磁石による鉄しんの磁化の強さを表す。一方、本報の場合、図1に示すように鉄しん部分は歯車の歯の部分を除いて削り取られているため、 $J_{cp}, F_{cp}(r, z)$ などは文献(3)の式をそのまま用いることはできない。そこで削り取られた部分の影響を考慮し、 J_{ce}, J_{cp}, F_{ce} を誘導すると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} J_{ce}(I) &= B_0(I)/n \\ J_{cp} &= (1-\nu)J_0 G_p/G_{cp} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

図1 磁気歯車の座標系と解析モデル

$$\begin{aligned} F_{ce}(r, z) &= \int_{z_2}^{z_1} [f_z(a_3, r, z-\zeta) - f_z(a_1, r, z \\ &\quad - \zeta)] d\zeta - \int_{z_2}^{z_1} [f_z(a_2, r, z-\zeta) \\ &\quad - f_z(a_1, r, z-\zeta)] d\zeta - M \int_{z_2}^{z_1} [f_z(a_3, r, z-\zeta) \\ &\quad - f_z(a_2, r, z-\zeta)] d\zeta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} G_p &= [G_{pr}^2 + G_{pz}^2]^{1/2} \\ G_{cp} &= [G_{cpr}^2 + G_{cpz}^2]^{1/2} \\ G_{pr} &= M \left\{ \int_{a_2}^{a_3} \int_{-h}^0 [f_r(a_3, r, -h-\zeta) \right. \\ &\quad \left. - f_r(a_2, r, -h-\zeta)] r d\zeta dr \right\} \\ G_{pz} &= M \left\{ \int_{a_2}^{a_3} \int_{-h}^0 [f_z(a_3, r, -h-\zeta) \right. \\ &\quad \left. - f_z(a_2, r, -h-\zeta)] r d\zeta dr \right\} \\ G_{cpr} &= \int_{a_2}^{a_3} \int_{z_2}^{z_1} [f_r(a_3, r, z_2-\zeta) \\ &\quad - f_r(a_1, r, z_2-\zeta)] r d\zeta dr \\ &\quad + M \left\{ \int_{a_2}^{a_3} \int_{z_2}^{-h} [f_r(a_3, r, -h-\zeta) \right. \\ &\quad \left. - f_r(a_2, r, -h-\zeta)] r d\zeta dr \right\} \\ G_{cpz} &= \int_{a_2}^{a_3} \int_{z_2}^{z_1} [f_z(a_3, r, z_2-\zeta) \\ &\quad - f_z(a_1, r, z_2-\zeta)] r d\zeta dr \\ &\quad + M \left\{ \int_{a_2}^{a_3} \int_{z_2}^{-h} [f_z(a_3, r, -h-\zeta) \right. \\ &\quad \left. - f_z(a_2, r, -h-\zeta)] r d\zeta dr \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} f_z(d, r, z) &= \frac{1}{2\pi[(d+r)^2 + z^2]^{1/2}} \\ &\quad \times \left\{ \frac{d^2 - r^2 - z^2}{(d-r)^2 + z^2} E(k') + K(k') \right\} \\ f_r(d, r, z) &= \frac{z}{2\pi r[(d+r)^2 + z^2]^{1/2}} \\ &\quad \times \left\{ \frac{d^2 + r^2 + z^2}{(d-r)^2 + z^2} E(k') - K(k') \right\} \\ E(k') &= \int_0^{\pi/2} [1 - k'^2 \sin^2 \theta]^{1/2} d\theta \\ K(k') &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{[1 - k'^2 \sin^2 \theta]^{1/2}} \\ k'^2 &= \frac{4dr}{(d+r)^2 + z^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

上式で $B_0(I)$ は電流 I の印加により空しんコイルの内側に作られる平均磁束密度であり、これらの決定の仕方については、文献(3)に示すとおりである。 n は反磁界係数、 ν は永久磁石と鉄しんの結合により生ずる磁束漏れの漏れ係数、 J_0 は永久磁石の磁化の強さである。前述のように本報では制御歯車の歯の部分以外

は削り取られているため、削り取られた部分の鉄しんの断面積と一様な鉄しんの断面積の比 M を用いて、その影響を式(4)および(5)に取り入れている。

一方、長方形永久磁石を歯車の歯とした磁気歯車の磁束密度および伝達トルクの解析は文献(5)に与えられている。その解析では長さ a 、幅 b 、厚さ h の長方形磁石を長方形電流に置き換えて解析しており、たとえば図2のABCDを流れる電流により任意の点Pに作られる磁束密度は

$$B_{pb}(X, Y, Z) = \int_{-h}^0 B_p(X, Y, Z - \zeta) d\zeta \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 X, Y, Z は永久磁石素片の中心より取られた直交座標であり、 ζ は Z 方向の積分変数を表し、 B_p は文献(5)に示されるとおりである。

永久磁石、コイルおよび鉄しんの作る磁束密度は式(1)と(7)の足し合わせで表され

$$B_p = B_{pb}(X, Y, Z) + B_{ec}(r, Z, I) + B_{p2}(r, Z) \quad \dots\dots\dots (8)$$

2・2 伝達トルクの解析 図1のように一組の永久磁石が従動歯車中心から半径 a_5 の距離に置かれたとき、従動歯車の中心まわりのトルクは

$$T(Z, I) = \frac{J_0}{\mu_0} \int_z^{z+h} \int_{-b/2}^{b/2} \{ B_{p2}(Y) - B_{p1}(Y) \} (a_5 + Y) dy d\zeta \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに B_{p2} は図2でAD線上の磁束密度であり、 B_{p1} はBC線上の磁束密度である。式(9)に式(8)を代入すると、制御電流に対する伝達トルクが得られる。式(9)は一組の磁石の結果であるが、磁気歯車のように歯が他の部分でも重なっている場合は、一組の歯が完全に重なる場合を $C=1$ とし、それ以上では $C>1$ のように重なり部分の割合を C とすると歯車全体の伝

図2 長方形電流の座標

達トルクは⁽⁵⁾

$$T_m = CT \quad \dots\dots\dots (10)$$

として計算しても良い。このとき回転ばね定数は二つの歯車の回転角のずれ(相対回転角)を θ としたとき

$$K = T_m(Z, I) / \theta \quad \dots\dots\dots (11)$$

で与えられる。また操作トルクは歯車の初期設定の位置からの振動等による相対回転角を θ とすると

$$U(Z, \theta, I) = I_m(Z, \theta, I) - T_m(Z, \theta, 0) \quad \dots\dots\dots (12)$$

で表される。ここに I は制御電流、 Z は磁石間隙、 θ は両歯車の回転角のずれ(相対回転角)を表す。式(12)の U は上式より磁束密度 $B_{ec}(I)$ のみに依存する量であるから、制御電流 I と操作力(トルク) U の関係が式(12)により決定される。

表1は数値計算と実験に用いた本系の諸元である。ここで鉄しんにはSS-41材を用いている。計算に必要な反磁界係数 n は文献(3)と同様に $K = L/(2a)$ と n の関係より決定した。本系の場合、 $K=1.842$ であるので、 $n=0.16$ となる。また漏れ係数 ν も文献(3)と同様に計算した。本例の場合は $\nu=0.71$ となる。

表1 数値計算と実験の諸元

Magnetization strength of			
rare-earth magnetic blocks	J_0	0.84(Wb/m ²)	
Width of magnetic blocks	a	0.010(m)	
Length of magnetic blocks	b	0.015(m)	
Thickness of magnetic blocks	h	0.003(m)	
Radius of hole of the electromagnet	a_1	0.0105(m)	
Radius of inner edge of convexes	a_2	0.0135(m)	
outer radius of the electromagnet	a_3	0.0285(m)	
Outer radius of the coil	a_4	0.0385(m)	
Depth of the convexes	d	0.020(m)	
Length of the coil	L	0.105(m)	
Number of turn of the coil	N	1000	
Mean radius of the driving gear	r_1	0.021(m)	
Mean radius of the engaged gear	r_2	0.063(m)	
Modulus of magnetic gears	m	7	
Factor of the convexes	M	0.45	
Overlapped rate of teeth	C	1.23	
Magnetic permeability in the air	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ (Wb/ATm)	

前述のように、伝達トルク T_m は磁石間隙 Z と相対回転角 ϕ の関数で与えられるが、その関係を二つの電流 ($I=0$ A, $I=2$ A) について示したものが図3および図4であり、この図の伝達トルクの傾きよりばね定数が決定される。図5より磁石間隙 $Z=0.0005$ m と $Z=0.002$ m のときのばね定数と歯車の相対回転角の関係を最小二乗法により求めると、近似的に次のように表される。

$Z=0.0005$ m のとき

$$K=0.00307\phi^2-0.03057\phi$$

図3 伝達トルク T と相対回転角 ϕ の関係

図4 伝達トルク T と磁石間隙 Z の関係

図5 相対回転角 ϕ とばね定数 K の関係

$$+0.12017 \text{ [N·m/deg.]} \dots\dots\dots (13)$$

$Z=0.002$ m のとき

$$K=-0.00376\phi+0.04025 \text{ [N·m/deg.]} \dots\dots (14)$$

上式より本系の復原力は明らかに磁石間隙 Z と相対回転角 ϕ の両方に対し非線形となっていることがわかる。

3. スライディングモード制御

3.1 磁気歯車伝達系の振動モデル 本系の振動モデルは図6のような2自由度系として考えることができる。両歯車の初期設定位置からの回転角を θ とおくと、運動方程式は

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + K(r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2)/r_1 = -Fr_1 + N \\ J_2 \ddot{\theta}_2 - K(r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2)/r_2 = Fr_2 - f(t) \end{cases} \dots\dots (15)$$

ここにドットは時間 t に関する微分を表し、 θ_1 は原動歯車の初期設定位置からの回転角、 θ_2 は従動歯車の回転角、 $r_1[(a_2+a_3)/2]$ は原動歯車のピッチ円半径(磁石の中心までの半径)であり、 $r_2(a_5)$ は従動歯車のピッチ円半径である。また J_1 は原動軸と歯車の慣性性能率、 J_2 は従動歯車と軸の慣性性能率、 K は磁気ばね定数、 N は外部から与えられるトルク、 f は系の負荷トルクであり、 F はトルクである。

式(15)を減衰を考慮して書きかえると

$$\ddot{\theta} + 2\mu\dot{\theta} + \rho^2\theta = M_2b_1 - N/J_1 - f(t)/J_2 \dots\dots (16)$$

ここに

$$\begin{cases} \theta = \theta_2 - \theta_1 r_1/r_2, \quad M_2 = Fr_2 \\ M_2 = M_1 r_1/r_2, \quad \rho^2 = K(1/J_2 + 1/J_1) \\ M_1 = Fr_1, \quad b_1 = 1/J_2 + r_1^2/r_2^2 J_1 \end{cases} \dots\dots (17)$$

また 2μ は本系の摩擦および空気減衰等を考慮した等価減衰を表す項である。いま

$$X_1 = \theta, \quad X_2 = \dot{\theta} \dots\dots\dots (18)$$

とにおいて、式(16)を状態方程式に書き換えると

$$\{\dot{X}\} = [A]\{X\} + \{B\}U(t) + \{D(t)\} \dots\dots (19)$$

ここに

図6 磁気歯車系のモデル

$$\begin{aligned} \{X\} &= \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\rho^2 & -2\mu \end{bmatrix} \\ \{B\} &= \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix}, \{D\} = \begin{bmatrix} 0 \\ -N/J_1 - f(t)/J_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$U = M_2$$

また, θ は相対回転角, v は速度を表す。式(19)からわかるように本系は相対変位を用いることにより, 1 自由度系の問題に帰着する。

3.2 スライディングモードによる制御系の設計

式(19)で外乱がない系のフィードバック制御を考えると

$$U = -(E)\{X\} = -\sum_{i=1}^2 e_i x_i \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに (E) は制御ベクトルである。スライディングモード制御では, (E) の要素 e_i は次のように選ばれる。

$$e_i = \begin{cases} f_i & x_i \sigma(x) > 0 \\ g_i & x_i \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad i=1, 2 \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに f_i, g_i はスライディングモード制御における可変ゲインである。また $\sigma(x)=0$ は滑り面であり, 切換え関数 σ は

$$\sigma(x) = (P)\{X\} = \sum_{i=1}^2 p_i x_i \quad \dots\dots\dots (22)$$

式中 (P) は切換えベクトルで制御系の設計時に選定される。スライディングモード制御では, ベクトル (E) の要素は $\sigma(x)x_i$ の量に応じて状態空間内で切換えられる。いま

$$V = \sigma^2(x)/2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

をリアプノフ関数として選ぶと, 系が漸近安定な条件は

$$V = \sigma(x) \dot{\sigma}(x) < 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

式(24)を満足する限りスライディングモードが存在する。式(22)より

$$\dot{\sigma}(x) = (P)\{\dot{X}\} = (P)([A] - \{B\}(E))\{X\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

となり, $\{Z\} = (P)[A][\{P\}\{B\}]^{-1}$ とおくと, 滑り状態の存在条件は

$$e_i = \begin{cases} f_i & x_i > z_i, \quad x_i \sigma(x) > 0 \\ g_i & x_i < z_i, \quad x_i \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad i=1, 2 \quad \dots\dots\dots (26)$$

滑り状態では, $\sigma(x) = \dot{\sigma}(x) = 0$ を満足するので,

$$(P)[A]\{X\} + (P)\{B\}U = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

系の動的応答を決定する方程式は, 次式で与えられる操作力を用いて求められる。すなわち

$$U_{eq} = -[\{P\}\{B\}]^{-1}\{P\}[A]\{X\} \quad \dots\dots\dots (28)$$

を状態方程式に代入することにより次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \{\dot{X}\} &= ([I] - \{B\}[\{P\}\{B\}]^{-1}\{P\})[A]\{X\} \\ \{P\}\{X\} &= 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここに $[I]$ は単位マトリックスを表す。式(29)において固有値の実数部が負すなわち極が左半面にあれば系は安定である。すなわち通常の極配置の方法により安定な系を設計することができる。

系に外乱が作用する場合は操作力に外乱に対する入力項を追加すれば良い。すなわち

$$U = -(E)\{X\} - W \operatorname{sgn}(\sigma) \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここに

$$W \geq |H_{\max}|/b_1$$

であり, $H_{\max}$ は外乱の最大振幅である。式(30)の制御入力はもちろん滑り状態の存在条件 $\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0$ を満足している。

4. 数値シミュレーションおよび実験

数値計算および実験に用いた慣性能率は, $J_1 = 23.334 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = 64.494 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ である。また減衰項 μ は無制御状態の振動応答より決定した, その値は $\mu = 0.76 \text{ s}^{-1}$ である。本歯車で磁石間距離を $Z = 0.0005 \text{ m}$ および $Z = 0.002 \text{ m}$ とし, 角度 ϕ を 0.1° から 3° まで変化させたときの磁気ばね定数の最大値と最小値は式(13)および式(14)より次のように求められる。

$$\begin{aligned} K_{\max} &= 0.11171 \text{ N} \cdot \text{m/deg.} \\ K_{\min} &= 0.00290 \text{ N} \cdot \text{m/deg.} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (31)$$

スライディングモードの超平面の要素は極配置法より $C_1 = 5$, $C_2 = 1$ と決定した。このとき式(31)のようなばね定数の変化に対するフィードバックベクトルは次のように求められる。

$$\begin{aligned} \begin{cases} f_1 = 30 \\ g_1 = -30, \end{cases} \quad \begin{cases} f_2 = 5 \\ g_2 = -5 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

また, W の値を 2 ととり, これらの値を状態方程式に代入すると, 固有値はすべて左半平面にあることがわかる。図 7 に本システムの実験装置の概要を示す。

図 7 実験装置の概要

図でマイクロコンピュータ 6 による駆動信号は D/A コンバータボード 7 を通してパワーアンプ 9 および直流モータ 1 に入力され、ドライブ側の磁気歯車を回転させる。このとき、磁気歯車の伝達トルクにより従動側の歯車 3 にももちろん回転が伝えられる。原動側と従動側の振動速度はそれぞれの歯車に取付けられた速度発電機の信号を A/D コンバータボードを通してマイクロコンピュータに入力し、その差を計算することで求められ、またその信号を積分することで相対振動変位が計算される。制御信号はマイクロコンピュータにより作られ、それを D/A コンバータボードおよびパワーアンプ 9 を通して電磁石のコイルに印加する。この信号により原動側歯車の磁束密度が変化し、振動を除去する。このときのサンプリングタイムは 2 ms である。また、調和起振力を与えるときは、関数発生器 8 より正弦信号を発生し、パワーアンプに入力する。

まず、はじめにレギュレータ問題を考える。図 8 は 1° の相対変化を静止状態 $[x_1(0)=1 \text{ deg}, x_2(0)=0 \text{ s}^{-1}]$

$K=K_{\min}$ で与え、急に放したときの振動波形である。図中実線は計算値、白丸印、四角印、三角印などの記号は実験値である。比較のために代表的な線形制御 (PID) および無制御の結果も求め図示した。図より本報の VSS 制御ではオーバーシュートもなく速やかに整定するのに対し、PID 制御ではオーバーシュートがあり整定時間も長くなっており、VSS 制御が有利なことがわかる。図 9 は本制御法のロバスト性を検討したもので、磁気ばね定数は $K_{\min}$ から $K_{\max}$ へ変わっている。図 8 の曲線と比較すると VSS を用いた場合はほとんど変化がないのに示し、線形な PID 制御では相当変化が見られる。このことは本報のスライディングモード制御は本系のように非常に非線形性の強い系でも十分なロバスト性があり、有利な方法であることを示している。また、理論値と実験値は図 8、図 9 とともに良く一致しており、本解析が正しいことを裏付けている。

一方、図 7 でモータ 1 に関数発生器 8 から定常振動

図 8 相対変位 θ の振動波形 ($K=K_{\min}$, —: 計算値, ○, □, △: 実験値)

図 10 相対変位 θ の応答曲線 ($K=K_{\min}$, —: 計算値, ○, △: 実験値)

図 9 相対変位 θ の振動波形 ($K=K_{\max}$, —: 計算値, ○, □, △: 実験値)

図 11 相対変位 θ の応答曲線 ($K=K_{\max}$, —: 計算値, ○, △: 実験値)

信号を与え、歯車系に定常ねじり振動を起こさせた結果を図 10 に示す。図において縦軸は相対ねじり角の振動振幅を表し、横軸は加振周波数を表す。ここではばね定数は $K=K_{\min}$ としてある。図から無制御では明らかに共振が生じ相当大きな振幅となるのに対し、スライディングモード制御による応答曲線は共振もなく、全周波数領域にわたって振幅も非常に小さく抑制されることがわかる。また、図 11 はばね定数を $K=K_{\max}$ に変化させた場合の周波数応答曲線である。この場合も図 10 に対し、ばね定数が約 4 倍にも変化しているにもかかわらず、スライディングモード制御による結果は図 10 の場合とほとんど同じである。すなわち非線形な系に対するロバスト性が保障されることがわかる。またこの場合も実験値と理論値は非常に良く一致している。

6. 結 言

本報は長方形永久磁石の小片を同一円周上に歯車の歯のように配置し、モジュールの同じ歯を持つ他の円板と組合せ、磁石間の吸引力により伝達する磁気歯車機構を提案した。しかし本系では、磁石間吸引力が小さいために振動が発生しやすいため、その振動を吸収するため、コイルを巻いた円柱状の鉄しん上に歯車の歯を接着した磁束制御による除振機構を提案した。この場合永久磁石の吸引力は単に歯車のトルクの伝達のためにのみ用いられ、振動制御のための操作力は電磁石により与えられる。その内容を要約すると

(1) 本磁気歯車機構の伝達トルク、磁気ばね定数、操作力と制御電流との関係を与える理論式を誘導した。

(2) スライディングモード制御による設計法を提案し、それに基づく系の応答式を誘導した。

(3) 本制御法の妥当性を検証するため、実験をも

行い、上記の理論値と比較したところ両者は非常に良く一致した。

(4) 本報のスライディングモード制御と通常の線形制御 (PID) との比較を行ったところ、スライディングモード制御は本系のような強い非線形性を持った系にも十分にロバスト性があり、PID 制御よりも優れていることがわかった。

文 献

- (1) Metcalfe, A. V. and Burdett, J. S., Experimental Evaluation of Wide Band Active Vibration Controllers, *Trans. ASME, J. Vib. Acous.*, **112**(1990), 535-541.
- (2) Su, H., Rakheja, S. and Sankar, T. S., Vibration Isolation Characteristics of an Active Electromagnetic Force Generator and the Influence of Generator Dynamics, 文献(1)の 8-15 ページ.
- (3) Nagaya, K. and Arai, N., Analysis of a Permanent Magnet Levitation Actuator with Electromagnetic Control, *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, **113**(1991), 472-478.
- (4) 鶴本, 磁気歯車の基本設計に関する二、三の考察について, 第 1 回電磁力関連のダイナミクス講演論文集, (1989-6), 375-378.
- (5) 長屋・ほか 4 名, 無接触吸引型磁気歯車の伝達トルクおよび振動解析, 第 3 回電磁力関連のダイナミクス講演論文集, (1991-6), 116-121.
- (6) Utkin, V. I., Variable Structure System with Sliding Modes, *IEEE Trans. Aut. Contr.*, **AC-22-2**(1977), 212-222.
- (7) White, B. A., Range-Space Dynamics of Scalar Variable Structure Control System, *IEEE Proc. D*, **133-1**(1986), 35-41.
- (8) Slotine, J. J. and Coetsee, J. A., Adaptive Sliding Controller Synthesis for Non-Linear System, *Int. J. Contr.*, **34-6**(1986), 1631-1651.
- (9) Tian, H. Q. and Liao, X. G., Computer Aided Design of Multivariable Variable Structure Control System by Geometric Method, *4th Int. Conf. on Computer-Aided Prod. Eng.*, (1988), 375-379, Edinburgh, U. K.
- (10) 野波・山口, スライディングモード制御磁気軸受に関する研究, *機論*, **58-545**, C(1992), 106-111.
- (11) 岩田・内田, 除振システムのリレー法による VSS 制御, *機論*, **57-534**, C(1991), 40-44.