圧入ピンで支持された薄肉内歯平歯車の歯元応力*

小田 哲^{*1}, 宮近 幸逸^{*1}, 薛 衛 東^{*2}

Root Stresses of Thin-Rimmed Internal Spur Gears Supported with Press-Fitted Pins

Satoshi ODA, Kouitsu MIYACHIKA and Wei-Dong XUE

This paper presents a study on root stresses of thin-rimmed internal spur gears supported with press-fitted pins used for a planetary gear unit. Stress analyses by the two-dimensional finite element method (FEM) for thin-rimmed internal spur gears supported with press-fitted pins were carried out. The effects of the interference between pin and hole for pin, the circumferential and radial positions of pin and the pin diameter on the root stress and the stress at the press-fitted surface of the hole produced by press-fitting pins were determined. The root stress and the stress at the press-fitted surface produced by applying tooth load after press-fitting pins were examined, considering the friction between contacting surfaces.

Key Words: Gear, FEM, Bending, Internal Gear, Planetary Gear Unit, Pin Support, Press Fitting, Interference, Root Stress

1. 緒 言

薄肉内歯平歯車のリム部にピンを圧入することによって支持した場合には、圧入によって支持ピン付近の歯元すみ肉部、ピン穴付近にかなり大きな引張応力が生じる⁽¹⁾⁽²⁾ため、このような内歯車の歯およびリム部の強度をより正確に評価するためには、ピン圧入による歯元応力と、ピン圧入後歯面負荷が作用する場合の歯元応力について明らかにする必要がある。前報⁽³⁾では、遊星歯車装置に用いられる、ボルト固定またはピン支持（しめしろ $\delta=0\ \mu\text{m}$ ）された薄肉内歯平歯車の歯元応力について明らかにした。

本報では、種々の圧入条件でピン支持された遊星歯車装置用薄肉内歯平歯車に対して、有限要素法（FEM）による応力解析を行い、ピン圧入による歯元応力とピン穴の圧入面応力に及ぼすしめしろ、ピン穴位置およびピン穴径の影響について明らかにするとともに、ピン圧入後歯面負荷が作用する場合の歯元、圧入面応力、ピンの接触状態などについて接触部の摩擦も考慮し検討を加えている。

2. 有限要素法による応力解析

2・1 計算方法 本計算では、図1に示すような3個の遊星歯車をもつ遊星歯車装置に用いられる圧入ピンで支持された薄肉内歯平歯車を対象として、三角形一次要素を用いて要素分割を行い、平面応力条件下で応力、たわみの計算を行った。薄肉内歯平歯車のピン穴とピンとの間の弾性接触を考慮した応力解析には、ユニット消去法による弾性接触応力解析法⁽²⁾⁽⁴⁾を用いた。またユニット消去法は、モデル形状が歯車の

図1 遊星歯車装置の概略図

* 原稿受付 平成4年6月15日。

^{*1} 正員, 鳥取大学工学部 (〒680 鳥取市湖山町南4-101)。

^{*2} 西安公路学院 (中国陝西省西安市翠華路)。

歯のように同じ形状の繰返しによって構成される構造物の応力解析に適しており、剛性方程式を解く場合の計算機の記憶容量の節約にも有用である。

2.2 歯車モデルの要素分割方法と周辺拘束条件
薄肉内歯平歯車の歯数 z_i とピン穴数 N_p を 3 (遊星歯車の個数) の倍数にとれば、負荷条件および支持条件の対称性より、図 2 に示す 1/3 内歯車モデル (ピン穴中心はリム中央) に対して応力計算を行えば十分なので、本解析では $z_i=90$, $N_p=6, 9, 15$ を選んだ。このように z_i , N_p を選んでも歯元応力に及ぼすピン圧入の影響についての一般性は失われないものと考えられる。この内歯車モデルのリム端 AA' 上の節点の半径および円周方向変位は、それぞれリム他端 BB' 上のそれらに等しい。圧入ピンで支持された歯車の応力解析では、圧入面がユニット境界になるように要素分割を行い、しめしろをユニット境界 (圧入面) の初期不整量として与え応力計算を行う。また、内歯車モデルのリム厚さは $l_w=3m$ (m : モジュール) で、支持方法は、

図 2 1/3 内歯車モデル

(a) ピンとピン穴のある歯 (b) ピン穴のない歯

図 3 要素分割パターン

リム上のピン穴にピンを圧入することによって支持する場合を対象としている。図 3 にピンとピン穴のある歯、ピン穴のない歯の 1/2 歯分の要素分割パターンを示す。ピンの拘束条件は次のように選んだ。

ケース 1 : ピン中心の節点変位固定 (図 4 : $d_k=0$)

ケース 2 : 図 4 に示すようにピンと同心の直径 $d_k=0.5m$ の円周上の節点変位固定

本報では、ピンは歯車支持台 (ハウジング) に固定され、歯に負荷が作用しても回転しない場合を対象としているので、ピン圧入後歯面負荷が作用する場合については、ケース 2 を、ピン圧入のみの場合については、ケース 1 を用いている。また両者の比較検討も行っている。ピン穴位置は、穴中心が歯形中心線上にある場合 (PA) と歯底中心線上にある場合 (PB) の 2 種類、ピン穴径は、 $d_p=m, 1.5m$ の 2 種類である。しめしろは、ピン径を変えることにより与えている。内歯車の歯形は、モジュール $m=4$, 工具圧力角 $\alpha_c=20^\circ$, 歯数 $z_c=25$, 工具歯先丸み半径 $r_0=0.15m$, 転位係数 $x_c=0$ のピニオンカッタで創成歯切りされる歯数 $z_i=90$ の標準歯形である。歯車およびピンの材料はいずれも炭素鋼とし、縦弾性係数は $E=206 \text{ GPa}$, ポアソン比は $\nu=0.3$ としている。

3. 計算結果および考察

3.1 ピン圧入による歯元応力

3.1.1 歯元応力に及ぼすピン穴位置、ピン穴径の影響 図 5 は、リム厚さ $l_w=3m$ (m : モジュール), ピン穴数 $N_p=6$, しめしろ $\delta=10 \mu\text{m}$, ピンの拘束条件ケース 1 (ピン中心固定) の場合の歯元、ピン穴の圧入面応力分布とピン穴位置 (PA: ピン穴中心が歯形中心線上にある場合, PB: ピン穴中心が歯底中心線上にある場合), ピン穴径の関係を示す。図中の歯元、圧入面応力分布は歯形面、圧入面に沿って生じる主応力値を歯面、圧入面に垂直方向に表したもので、 $\oplus$, $\ominus$

図 4 ピンの拘束条件

の符号はそれぞれ引張, 圧縮応力を示す。図 5 (a) より, 圧入による最大歯元応力は, PA より PB の場合のほうがかなり大きいこと, 圧入面の最大応力は, PA の場合には最大歯元応力より小さいが, PB の場合には逆に大きいことがわかる。

図 5 (b) より, 最大歯元応力は, ピン穴中心がリム外周に近づくにつれて減少することがわかる。また,

(a) ピン穴の円周方向位置の影響

(b) ピン穴の半径方向位置の影響

(c) ピン穴径の影響

図 5 歯元, 圧入面の応力分布

図 6 最大歯元応力としめしろの関係

圧入面の最大応力は, ピン穴中心がリム中間からリム外周に近づくにつれて増大する傾向を示す。ピン中心がリム中間からリム内周に近づく場合も同様の傾向を示すと考えられる。

図 5 (c) より, 最大歯元応力は, ピン穴径の増加とともに増大するのに対し, 圧入面の最大応力は逆に減少することがわかる。

3・1・2 歯元応力に及ぼすしめしろの影響 図 6 は, $N_p=6$, PA, PB, $d_p=1.5m$, ケース 1 の場合の圧入による最大歯元応力としめしろの関係を示す。図 6 より, 最大歯元応力はピン穴位置にかかわらず, しめしろに比例して増大することがわかる。なお, 圧入面の最大応力もしめしろに比例して増大するので, この最大応力が図 5 (a) の PB の場合のように最大歯元応力よりも大きいときには, しめしろを大きくすると, ピン圧入によってリム部が破壊することが考えられるので注意を要する。

3・1・3 歯元応力に及ぼすピン穴数の影響 図 7 は, $N_p=6, 9, 15$, PA, $d_p=1.5m$, $\delta=10 \mu m$, ケース 1 の場合の歯元応力と接線角度 θ (θ : 歯形中心線と歯元すみ肉曲線の接線のなす角) の関係を示す。図 7 より, 圧入による歯元応力は, $6 \leq N_p \leq 9$ の範囲ではピン穴数にかかわらずほぼ一定であるが, N_p が 15 になると 12% 程度小さくなるがわかる。

3・1・4 歯元応力に及ぼすピンの拘束条件の影響 ピン圧入のみによる歯元応力は, ケース 1 のほうがケース 2 の場合よりも正しい値を与えると考えられるが, 両者がどの程度異なるかを知るため比較検討した。図 8 は, $N_p=6$, $d_p=1.5m$, PA, PB, $\delta=10 \mu m$, ケース 1 ($d_k=0$), ケース 2 ($d_k=0.5m$) の場合の歯元応力と接線角度の関係を示す。図 8 より, ピン圧入による最大歯元応力は, PA, PB いずれの場合も, ケース 1 よりケース 2 の場合のほうが 5% 程度大きくなる

図 7 歯元応力と接線角度の関係
(ピン穴数の影響)

ことがわかる。

3・2 ピン圧入と歯面負荷による歯元応力、ピンとピン穴との間の滑り限界荷重

3・2・1 歯元応力に及ぼすしめしろ、摩擦係数の影響
 図 9 は、 $N_p=6$, PA, $d_p=1.5m$, $\delta=10\mu m$, ケース 2, ピンとピン穴との間の摩擦係数が $\mu=0.3$ で、 $P_n/b=500\text{ N/mm}$ (b : 歯幅) の荷重がピン穴直上の歯およびピン穴中間の歯に作用する場合の各歯の歯元すみ肉部最大歯元応力を示す。横軸に各歯の歯元すみ肉部位置を表す中心角 φ (φ : $1/3$ 内歯車モデルの中央の歯の歯形中心線と各歯の歯底中心線とのなす角で、左回りを正とする) を、縦軸に最大歯元応力をとっている。図中下側の記号 Δ および矢印は、それぞれピン穴位置、負荷歯位置を示す。図 9 より最大引張、圧縮歯元応力は、荷重がピン穴直上、ピン穴中間の歯いずれ

の歯に作用する場合も、負荷歯の歯元すみ肉部に生じることがわかる。また最大引張歯元応力は、荷重がピン穴直上の歯に作用する場合のほうがピン穴中間の歯に作用する場合より大きいのに対し、最大圧縮歯元応力の場合は逆になる。

PB の場合には、最大引張歯元応力は、荷重がピン穴に最も近い歯のピン穴側の歯先に作用する場合のほうがピン穴中間の歯の歯先に作用する場合より大きい。

以後の計算は、PA の場合には荷重がピン穴直上の歯の歯先に、PB の場合にはピン穴に最も近い歯のピン穴側の歯先に作用する場合に対して行っている。

図 10 は、 $N_p=6$, PA, PB, $d_p=1.5m$, ケース 2, $\mu=0, 0.3, \infty$ の場合に対して、 $P_n/b=500\text{ N/mm}$ の荷重が作用するときの最大引張歯元応力 $\sigma_{t\max}$ としめしろ δ の関係を示す。図中の部分接触 (Partial contact) は、ピンとピン穴の間に部分的にすき間が生じる場合を、全接触 (Complete contact) は、すき間が生じない

図 8 歯元応力と接線角度の関係 (ピンの拘束条件の影響)

図 9 各歯の歯元すみ肉部最大歯元応力

(a) PA

(b) PB

図 10 最大歯元応力としめしろの関係に及ぼす摩擦係数の影響

場合を表す。図 10 より、ピンとピン穴との接触状態はしめしろ、摩擦係数に依存して変化することがわかる。しめしろが大きく、接触面に滑りが生じない場合には、 σ_{tmax} は、PA、PB いずれの場合も δ に比例して増大する。しめしろが小さく、接触面に滑りが生じる場合には、 σ_{tmax} は、PA では、 μ にかかわらず、ある δ で極小値をもつものに対し、PB では、 $\mu=0$ のとき、PA の場合と同様の傾向を示すが、 $\mu \neq 0$ のときには、 δ の増加とともに単調に増大する傾向を示す。

また、 σ_{tmax} は、PA の場合には δ にかかわらず μ の増加とともに減少するのに対し、PB の場合には逆に増大する。最大引張歯元応力発生位置は、PA の場合には、 μ の増加とともに歯底付近から接線角度 $\theta=45^\circ$ (厚肉内歯平歯車の危険断面位置) 付近に移動するのに対し、PB の場合には、逆に $\theta=45^\circ$ 付近から歯底側に移動する。これは負荷歯の引張側の歯底付近のリムの変形量が、 μ の増加とともに、PA の場合には減少す

るのに対し、PB の場合には逆に増大することによって考えられる。

図 11 は、 $N_p=6$, PA, $d_p=1.5m$, $\delta=0, 10, 15.4 \mu\text{m}$, ケース 2, $\mu=0.3$ で、 $P_n/b=500 \text{ N/mm}$ の荷重がピン穴直上の歯に作用する場合の負荷歯近傍の歯元、ピン穴の圧入面応力分布 (歯面、圧入面に沿う方向の応力) を示す。図中の $\delta=0 \mu\text{m}$ の場合は、ピンとピン穴との接触状態が部分接触で接触面に滑りが生じる場合、 $\delta=10 \mu\text{m}$ の場合は、全接触で接触面に部分的に滑りが生じる場合、 $\delta=15.4 \mu\text{m}$ の場合は、全接触で接触面に滑りが生じない場合である。図 11 より、最大引張歯元応力は $\delta=0 \mu\text{m}$ と $10 \mu\text{m}$ の場合でほとんど変わらないが、 $\delta=15.4 \mu\text{m}$ 程度になるとかなり大きくなること、最大圧縮歯元応力は δ の増加とともに減少することがわかる。圧入面の応力は、 $\delta=0 \mu\text{m}$ の場合には、部分的に圧縮応力になるが、 $\delta=10, 15.4 \mu\text{m}$ の場合には、すべて引張応力になる。

3.2.2 ピンとピン穴との間の滑り限界荷重に及ぼすしめしろ、摩擦係数の影響 与えられたしめしろに対して、歯面に作用する荷重がある値を超えると、ピンとピン穴との間に滑りが生じるが、滑りが生じない最大荷重を滑り限界荷重とする。図 12 は、 $N_p=6$, PA, $d_p=1.5m$, ケース 2 の場合の種々の摩擦係数に対する滑り限界荷重としめしろの関係を示す。図 12 より、滑り限界荷重はしめしろ、摩擦係数の増加とともに増大することがわかる。

4. 結 言

本報において明らかになったおもな点を要約すると次のとおりである。

(1) リム厚さ $l_w=3m$ (m : モジュール) の薄肉内歯平歯車にピンを圧入することによってピン穴付近の歯元すみ肉部とピン穴の圧入面にはかなり大きな引張

図 11 歯元、圧入面の応力分布 ($\mu=0.3$)

図 12 滑り限界荷重としめしろの関係

応力が生じる。

(2) ピン圧入によって生じる最大歯元応力は、ピン穴中心が歯底中心線上にある場合 (PB) のほうが歯形中心線上 (PA) にある場合よりもかなり大きい。また、この歯元応力はピン穴径の増加、ピン穴位置がリム外周に近づくにつれて増大する。ピン穴の圧入面最大応力は、ピン穴径の減少、ピン穴位置がリム中間からリム外周または内周に近づくにつれて増大する。

(3) ピン圧入によって生じる最大歯元応力およびピン穴の圧入面最大応力は、しめしろに比例して増大する。

(4) ピン圧入後歯面負荷が作用するときには、ピンとピン穴との接触状態は、しめしろ、歯面荷重および接触面間の摩擦係数 μ に依存して変化する。

(5) ピン圧入後歯面負荷が作用することによって生じる最大引張歯元応力は、しめしろにかかわらず PA の場合には摩擦係数 μ の増加とともに減少するのに対し、PB の場合には逆に増大する。また最大引張歯元応力発生位置は、 μ の増加とともに、PA の場合には歯底付近から接線角度 $\theta = 45^\circ$ (厚肉内歯平歯車の危

険断面位置、 θ : 歯形中心線と歯元すみ肉曲線の接線のなす角) 付近に移動するのに対し、PB の場合には逆に $\theta = 45^\circ$ 付近から歯底側に移動する。

(6) ピンとピン穴との間の滑り限界荷重はしめしろ、摩擦係数の増加とともに増大する。

おわりに、本研究を行うにあたって、資料整理などに熱心に協力いただいた鳥取大学文部技官 難波千秋氏に厚くお礼申し上げる。また数値計算は京都大学大型計算機センターの VP-200, 400 によって行ったことを付記し謝意を表す。

文 献

- (1) 会田・佐藤・新井, 圧入歯車に関する研究 (第1報, 圧入時に発生する応力について), 機論, 38-312 (1972), 2149.
- (2) 小田・宮近・小出・内野, 圧入薄肉平歯車の歯元応力, 機論, 55-512, C (1989), 986.
- (3) 小田・宮近・小出・薛, (薄肉内歯平歯車の歯元応力に及ぼす支持条件の影響), 機論, 58-546, C (1992), 584.
- (4) 田中・宮澤・朝場・北郷, ねじ締結体への有限要素法の応用 (ねじ締結体の有限要素法解析に関する基礎的研究), 機論, 46-410, C (1980), 1276.