磁気軸受で支えられた弾性ロータの振動制御*

(第4報, 不釣合いを相殺する制御系の構成と 不釣合い応答シミュレーション)

鈴木保之^{*1}, 道村晴一^{*1}, 田村章義^{*1}

Vibration Control of a Flexible Rotor Suspended by Active Electromagnetic Bearings

(4th Report, Design of Digital Control System to Cancel out Unbalances and Simulation of an Unbalance Response)

Yasuyuki SUZUKI, Seiichi MICHIMURA, and Akiyoshi TAMURA

The controller of active electromagnetic bearings which enables to cancel out external forces is effective for reducing vibrations of a flexible rotor. It is very time-consuming to estimate external forces by an observer or an inverse system even if using digital signal processor. Therefore it seems to be difficult to apply this control to high speed spindles. In this paper, considering that estimation has not to be real-time in case that external forces are sinusoidal, we design the digital controller which cancels out unbalance forces under relatively short sampling period using previously calculated unbalances. Simulating unbalance responses of an flexible rotor system, we find out that for reducing resonance vibrations this control is superior to the PID control.

Key Words: Vibration Control, Flexible Rotor, Vibration of Rotating Body, Simulation, Critical Velocity, Gyroscopic Moment, Modal Balancing, Magnetic Bearing

1. はじめに

磁気軸受を用いてロータを支持する利点の一つとして、高速回転の実現が可能となることがあげられる。そのためには、能動型の磁気軸受の制御系をデジタル方式で設計する場合、その制御系の実行速度が高速な軸回転に追従できなければならない⁽¹⁾。ところが現在のマイクロプロセッサの性能は、ソフトウェア次第で複雑な制御が可能であるデジタル方式⁽²⁾の長所を十分に生かすだけの演算速度に達しているとはいえない。制御系の高速性を求めるならば、アナログ方式のPID制御をデジタル方式に置き換えるだけの簡単な制御系にならざるを得ない。著者らは前報⁽³⁾において、逆システム⁽⁴⁾を用いてロータに作用する任意の外力推定し、これをフィードバックすることにより弾性ロータの振動を効果的に抑制できることを示した。しかし、この方法では外力を推定する演算を実時間で行うため、DSP(Digital Signal Processor)を用いても高速な制御の実現が容易でないという難点があった。

さて、影響係数による方法を用いて弾性ロータの軸

振動を抑制する試みがなされているが⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、本研究においては、制御系の高速性を実現するため、弾性ロータに対する不釣合い応答の改善だけに絞った制御系の構成について検討する。すなわち、ロータに作用する励振力が不釣合いに基づく正弦波であると仮定するならば、逆システムによる外力の計算を実時間で行う必要はなく、あらかじめ同定しておいた不釣合いを用いて励振力を相殺する制御を高速に実行することが可能であると考えられる。ただし、エンコーダなどにより軸の回転角および角速度の情報が利用できるとする。具体的には、まず軸の回転速度が比較的低い範囲で、逆システムを用いてロータの各モードに対する不釣合い(以後、モード不釣合いという)を同定する。このとき、軸回転は低速であるため制御周期を長く設定することができる。次に、危険速度通過時に磁気軸受を用いて不釣合い力の各モード力(以後、モード不釣合い力という)を相殺するためには、すでに同定したモード不釣合いと軸の回転角・回転角速度よりモード不釣合い力を再現し、これをフィードバックするだけの簡単な演算を行えばよく、制御周期を短くすることができる。この考え方に基いて弾性ロータを支える磁気軸受の制御系を設計し、ジャイロ項を考慮した不釣合い応答シミュレーションを実施したところ、危険

* 原稿受付 平成3年11月13日。

*¹ 正員、拓殖大学工学部 (〒193 八王子市館町 815-1)。

速度近傍における振動の低減に十分な性能を有すると認められたので、以下に報告する。

2. 磁気軸受で支持された弾性ロータ系のモデル化

前報⁽³⁾においては、ジャイロ項を無視することによって水平方向と鉛直方向の運動方程式が連成せずに独立となったため、水平方向についての定式化だけを行ったが、線形微分方程式に対する複素化⁽⁵⁾によりジャイロ項を考慮した離散時間系の状態方程式も同様な形に導くことができる。以後、状態量である複素ベクトルの実部は水平方向成分を表し、虚部は鉛直方向成分を表すとする。また、弾性ロータは n_c 個の能動型磁気軸受で支えられ、水平・鉛直方向で各電磁石特性は同じであると仮定する。弾性ロータの運動方程式は、

$$M\ddot{x} - j\omega J\dot{x} + Kx = f \quad (1)$$

ここで、 $\dot{}$ は時間に関する微分、 j は虚数単位、 ω は軸の回転角速度である。また、 $x \in C^{n_p}$ は変位ベクトル、 $M \in R^{n_p \times n_p}$ は質量行列、 $J \in R^{n_p \times n_p}$ はジャイロ行列、 $K \in R^{n_p \times n_p}$ は剛性行列、 $f \in C^{n_p}$ は外力ベクトルを示す。 n_p は、ロータ系の全自由度である。なお、一般に弾性ロータ自身の減衰は磁気軸受からの付加分に比べて小さいと考えられるため、式(1)においてはロータ自身の減衰を省略している。電磁石からロータに作用する制御力を要素とする列ベクトルを $f_c \in C^{n_c}$ 、ロータの不釣り合い力を要素とする列ベクトルを $f_p \in C^{n_p}$ とすると、式(1)右辺の外力ベクトル f は次のようになる。

$$f = \Gamma f_c + f_p \quad (2)$$

ここで、 $\Gamma \in R^{n_p \times n_c}$ は電磁石の位置を示す行列である。電磁石からロータに作用する制御力 f_c とロータの変位、電磁石コイルに流れる制御電流との間に線形関係が成り立つと仮定するならば、

$$f_c = D x_c + E i_c \quad (3)$$

ここで、 $x_c (= \Gamma^T x) \in C^{n_c}$ は各電磁石の位置におけるロータの変位を要素とする列ベクトルであり、 $i_c \in C^{n_c}$ は電磁石コイルに流れる制御電流を要素とする列ベクトルである。 $D \in R^{n_c \times n_c}$ および $E \in R^{n_c \times n_c}$ は磁気軸受の電磁石特性から定まる対角行列である。

まず、式(1)の質量行列 M と剛性行列 K に対する固有値問題 ($K\Phi = M\Phi\Omega^2$) において、質量行列 M によって基準化された固有モード行列 $\Phi (\Phi^T M \Phi = I) \in R^{n_p \times m}$ を考える。ここで、 m は考慮するモード数、 I は単位行列、 Ω は対角行列でありその対角成分は固有角振動数である。また、 T は転置を表す。次に、この固有モード行列 Φ を用いて式(1)をモード分離する。す

なわち

$$x = \Phi \xi \quad (4)$$

という物理座標 x からモード座標 $\xi \in C^m$ への座標変換を式(1)に施すと、

$$\ddot{\xi} - j\omega \Phi^T J \Phi \dot{\xi} + \Omega^2 \xi = \Phi^T f \quad (5)$$

式(5)の右辺は、式(2)~(4)より、

$$\Phi^T f = \Phi_c^T D \Phi_c \xi + \Phi_c^T E i_c + \Phi^T f_p \quad (6)$$

と展開される。ここで、 $\Phi_c (= \Gamma^T \Phi) \in R^{n_c \times m}$ は固有モード行列 Φ の部分行列で、電磁石の位置におけるロータの並進自由度に対応する行より構成される。したがって、式(5)は

$$\ddot{\xi} - j\omega \Phi^T J \Phi \dot{\xi} + (\Omega^2 - \Phi_c^T D \Phi_c) \xi = \Phi_c^T E i_c + \Phi^T f_p \quad (7)$$

一方、磁気軸受の電磁石コイルのインダクタンスと抵抗を要素とする対角行列をそれぞれ $L \in R^{n_c \times n_c}$ 、 $R \in R^{n_c \times n_c}$ とすると、オームの法則により、

$$e_c = L \dot{i}_c + R i_c \quad (8)$$

ここで、 $e_c \in C^{n_c}$ は磁気軸受の電磁石コイルの両端にかかる制御電圧を要素とする列ベクトルである。式(7)、(8)をまとめて行列表示すると、

$$\dot{\hat{x}} = A_c \hat{x} + B_c u \quad (9)$$

$$\hat{x}^T = \{\xi^T, \dot{\xi}^T, i_c^T\}$$

$$u^T = \{f_m^T, e_c^T\}$$

$$f_m = \Phi^T f_p$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -\Omega^2 + \Phi_c^T D \Phi_c & j\omega \Phi^T J \Phi & \Phi_c^T E \\ 0 & 0 & -L^{-1} R \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & 0 \\ 0 & L^{-1} \end{bmatrix}$$

なお、上式から明らかなように $f_m \in C^m$ はモード不釣り合い力を要素とする列ベクトルである。

式(9)で表される連続時間系の状態方程式を、一定時間 T でサンプリングする離散時間系の状態方程式に変換すると、

$$\hat{x}(k+1) = A \hat{x}(k) + B u(k) \quad (10)$$

$$A = \exp[A_c T]$$

$$B = \int_0^T \exp[A_c t] dt B_c$$

ここで、 k は k サンプリング時点を表す。また、 $A \in C^{n \times n}$ および $B \in C^{n \times l}$ は、ジャイロ行列 J を零とおけば実行列となる。ただし、 $n = 2m + n_c$ 、 $l = m + n_c$ である。

3. 制御方法

3.1 逆システムによるモード不釣り合いの同定

まず、軸回転が比較的低い範囲の不釣り合い応答のデータから、逆システム⁽⁴⁾を用いてモード不釣り合い力 f_m を推定し、ロータのモード不釣り合いを同定する。なお、軸の回転角および回転角速度はエンコーダなどを用いて計測されるとする。この場合、軸の回転速度が低い場合逆システムに用いる数学モデル [式(10)] においてはジャイロ項を省略することができ、状態方程式の係数行列はすべて実数となる。すなわち、水平・鉛直方向のどちらか一方のモード不釣り合い力成分を推定するだけでよい。逆システムに用いる軸変位・速度の情報も水平・鉛直方向のどちらか一方に対してだけ必要になる。また、モデルで考慮するモード数 m が少ない場合でも、無視した高次モードの固有振動数に比べて、軸の回転速度が十分低い範囲の不釣り合い応答を用いることにより、精度のよいモード不釣り合いの同定が可能である。

3.2 危険速度における振動抑制 前節で説明した方法で求められるモード不釣り合いと軸の回転角および回転角速度よりモード不釣り合い力 f_m を再現し、不釣り合いによる励振力を相殺するように磁気軸受を用いてモード不釣り合い力 f_m をフィードフォワードすれば、危険速度近傍における軸振動を抑制することが可能と考えられる。そこで、以下においてはデジタル PID 制御を基本としたモード不釣り合い力相殺制御について検討する。

まず、式(10)の入力項 $u(k)$ を制御電圧 $e_c(k)$ とモード不釣り合い力 $f_m(k)$ に分けて表示すれば、

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+1) &= A\tilde{x}(k) + B_1 f_m(k) + B_2 e_c(k) \quad \cdots (11) \\ B &= [B_1 \ B_2]\end{aligned}$$

計算遅れを考慮して、制御入力 $e_c(k)$ として次式を用いる。

$$\begin{aligned}e_c(k) &= -(g_p x_{s1}(k-1) + g_i \sigma_c(k-1) \\ &\quad + g_d \dot{x}_{s1}(k-1) + g_c i_c(k-1)) - G_f f_m(k-1) \\ &= -(G_m \tilde{x}(k-1) + G_o \sigma_c(k-1) + G_f f_m(k-1)) \\ &\quad \cdots \cdots \cdots (12)\end{aligned}$$

$$\sigma_c(k) = \sum_{j=0}^k x_{s1}(j) = \sum_{j=0}^k \Phi_{s1} \xi(j)$$

$$G_m = [g_p \Phi_{s1} \ g_d \Phi_{s1} \ g_c I]$$

$$G_o = g_i I$$

ここで、 $x_{s1} \in C^{n_c}$ は磁気軸受に設置されたセンサの位置における回転軸の変位を要素とする列ベクトルである。また、 $\Phi_{s1} \in R^{n_c \times m}$ は固有モード行列 Φ の部分行列であり、 x_{s1} の自由度を含んでいる。制御入力 $e_c(k)$ は、センサから得られる情報を直接フィードバックするデジタル PID 制御入力 $(-G_m \tilde{x}(k-1) - G_o \sigma_c(k-1))$ とモード不釣り合い力 f_m を相殺するた

めの制御入力 $(-G_f f_m(k-1))$ の二つの部分からなる。なお、デジタル PID 制御のフィードバックゲインはすべての磁気軸受に対して同一であるとした。式(11)、(12)をまとめると、

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A} \tilde{x}(k) + \tilde{B} f_m(k) \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

$$\tilde{x}^T(k) = \{\tilde{x}^T(k), \sigma_c^T(k), e_c^T(k)\}$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & B_2 \\ \Phi_{s1} & 0 & 0 \\ -G_m & -G_o & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ -G_f \end{bmatrix}$$

次に、式(12)の制御則におけるモード不釣り合い力 f_m に対するフィードフォワードゲイン行列 $G_f \in C^{n_c \times m}$ の決定方法について説明する。式(13)の $\tilde{A} \in C^{\tilde{n} \times \tilde{n}}$ ($\tilde{n} = n + 2n_c$) に対する固有値問題

$$\tilde{A} V = V \Lambda \quad \cdots \cdots \cdots (14)$$

における固有ベクトルを列要素とする行列 $V \in C^{\tilde{n} \times \tilde{n}}$ を用いて座標変換

$$\tilde{x}(k) = V \eta(k) \quad \cdots \cdots \cdots (15)$$

を式(13)に施して対角正準形式に書き改めると

$$\begin{aligned}\eta(k+1) &= V^{-1} \tilde{A} V \eta(k) + V^{-1} \tilde{B} f_m(k) \\ &= \Lambda \eta(k) + V^{-1} \tilde{B} f_m(k) \quad \cdots \cdots \cdots (16)\end{aligned}$$

ここで、 $\Lambda \in C^{\tilde{n} \times \tilde{n}}$ は対角行列であり、 $\tilde{A}$ の固有値 λ_i ($i=1 \sim \tilde{n}$) を対角要素とする。デジタル PID 制御時における弾性ロータ系の固有角振動数 ω_i およびモード減衰比 ζ_i と $\tilde{A}$ の固有値 λ_i との間には次式の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \omega_i &= \sqrt{a^2 + b^2} / T \\ \zeta_i &= -a / \sqrt{a^2 + b^2} \\ \lambda_i &= \exp(a + jb) \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (17)$$

式(16)の右辺第2項 $V^{-1} \tilde{B} f_m(k)$ はモード不釣り合いに基づく強制入力項を表しており、 i 次の固有振動による強制振動を抑制するためには、係数行列 $V^{-1} \tilde{B}$ の i 行の要素すべてを零とすればよい。これは、フィードフォワードゲイン行列 $G_f \in C^{n_c \times m}$ のどれか一つの行を適切な値にとることにより可能である。このことは、磁気軸受の数 n_c と同じ数の固有振動モード成分を同時に抑制できることを意味する。しかも、ジャイロ行列 J が零の場合には、ゲイン行列 G_f は軸の回転速度に関係なく一定値となる。

上述したことからすると、適切に決定したゲイン行列 G_f をすべての軸回転速度において使用できそうであるが、抑制すべきモード数 $\tilde{n}$ が磁気軸受の数 n_c より多い場合には、 G_f によって抑制できないモード成分が大きくなる可能性があるため好ましくない。そこで、各々の危険速度に対して適切な G_f を求め、これを各危険速度通過時においてだけ使用する。すなわち、

i 次の固有振動による危険速度を通過する際には、次式で定められるゲイン行列 G_f を用いる。

$$\left. \begin{aligned} G_f &= S_3^* \cdot S_1 \cdot B_1 \\ S &= [S_1 \ S_2 \ S_3] = (z_i I - \Lambda)^{-1} V^{-1} \dots\dots\dots (18) \\ z_i &= \exp(j\omega_i T) \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $S_1 \in C^{\tilde{n} \times n}$ 、 $S_2 \in C^{\tilde{n} \times n_c}$ であり、 $S_3^* \in C^{n_c \times \tilde{n}}$ は $S_3 \in C^{\tilde{n} \times n_c}$ の疑似逆行列⁽⁶⁾を表す。 $\tilde{n} > n_c$ の場合、式(18)で定められる G_f は、式(16)を z 変換して得られる f_m から η への伝達関数行列 H を $z = z_i$ で零と置いた方程式

$$H z = z_i (z_i I - \Lambda)^{-1} V^{-1} \tilde{B} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

に対する最小二乗近似解である。また見方を変えると、式(18)の G_f は、強制入力項の係数行列 $V^{-1} \tilde{B} = 0$ という方程式に実対角行列 $W = \{(z_i I - \Lambda)^{-1}\}^* (z_i I - \Lambda)^{-1}$ で重み付けをした場合の最小二乗近似解とも解釈される。ただし、 $*$ は行列の共役転置を意味する。重み行列 W においては、 i 次の固有モードに対応する要素が大きくなるため、 i 次の固有振動による危険速度を通過する際に用いるゲイン行列 G_f が、式(18)によって適切に決定される。なお、 $\tilde{n} \leq n_c$ の場合には、 $S = V^{-1}$ と定義しなおすことによって、式(18)よりすべての固有振動モード成分に対する強制入力を零にするゲイン行列 G_f が求められる。

4. シミュレーション

シミュレーションに用いる弾性ロータと磁気軸受およびセンサの配置を図1に示す。各センサにより、設置場所における軸の変位および速度が計測される。また、表1には磁気軸受の各諸元を掲げる。図2は、弾性ロータの固有値解析結果である。3次以上が軸の曲げ

表1 磁気軸受電磁石の各諸元 (D , E は式(3), L , R は式(8)を参照)

Element of D (N/mm)	Element of E (N/A)	Element of L (H)	Element of R (Ω)
17.2	-6.50	3.7×10^{-3}	3.5

図1 シミュレーションモデル

による固有振動であり、シミュレーションにおいては4次の危険速度を越えた回転速度まで軸を安定に支持することを目標とする。そこで、軸の回転速度の範囲を0~200 rps, 制御周期 T を500 μ s (2000 Hz) と設定する。なお、システム（以後磁気軸受で支持された弾性ロータ系全体を単にシステムと呼ぶ）の伝達関数、不釣り合い応答の計算には図2に示す6個のモードを考慮する。

4.1 伝達関数 はじめに、ディジタルPID制御だけを実施する場合の自由振動特性について検討する。システムの減衰に対する微分ゲイン g_d の影響を調べるために、 g_d 以外のフィードバックゲインの値を固定して (g_p, g_i, g_c を表2に示す値に設定)、式(14)の固有値解析を行う。その結果、軸の回転速度の範囲内 (0~200 rps) においては4次の固有モードに対する減衰比 ζ_4 が他のモード減衰比に比較して小さく、問題になることが判明した。図3は、式(17)の関係をjを用いて求めた減衰比 ζ_4 を、微分ゲイン g_d に対してプロットしている。同図から、4次の固有振動だけを抑制するなら、微分ゲイン $g_d = -0.12$ と設定し、 ζ_4 が最大となるようにすればよい。ただし、各モード減衰比を極大にする微分ゲイン g_d の値は各モードごとに異なるため⁽⁷⁾、他のモード減衰比をも考慮して g_d を決定する場合には文献(8)に示されるような最適化を行う必要がある。したがって、微分ゲイン $g_d = -0.12$ と設定して得られる4次の固有モードに対する強制振動は、ディジタルPID制御だけを実施する場合の下限値を示すと考えられる。

次に、ジャイロ行列 $J = 0$ として式(18)より決定されるゲイン行列 G_f の妥当性を確認するために、シス

図2 弾性ロータの固有振動数と固有モード

表 2 使用したフィードバックゲイン

Case (1): デジタル PID 制御 (基準)

Case (2): デジタル PID 制御 (モード減衰比 ξ_4 最大)

Case (3): Case (1) + モード不釣り合い相殺制御

	g_p (V/mm)	g_i (V/mm)	g_d (Vs/mm)	g_c (V/A)	G_f (V $\sqrt{\text{kg/N}}$)
Case (1)	-25	-0.05	-0.06	3	0
Case (2)	-25	-0.05	-0.12	3	0
Case (3)	-25	-0.05	-0.06	3	$6.42 \times 10^{-2} - 1.54 \times 10^{-2}j$ $-0.103 - 8.90 \times 10^{-2}j$ $0.101 + 1.47 \times 10^{-2}j$ $0.826 + 0.418j$ $0.122 + 6.54 \times 10^{-2}j$ $4.49 \times 10^{-3} + 6.24 \times 10^{-2}j$ $0.101 + 1.48 \times 10^{-2}j$ $-0.829 - 0.413j$

図 3 PID 制御時における微分ゲイン g_d とモード減衰比 ξ_4 の関係

各曲線に付した番号は表 2 を参照

図 4 変位の伝達関数 (ロータ “1” の変位/ロータ “2” の不釣り合い)

テムの伝達関数行列を次式により計算する。

$$H_p(z) = \omega^2 [\Phi \ 0 \ 0 \ 0] (zI - \tilde{A})^{-1} \tilde{B} \Phi^T \dots\dots (20)$$

$$H_i(z) = \omega^2 [0 \ 0 \ I \ 0] (zI - \tilde{A})^{-1} \tilde{B} \Phi^T \dots\dots (21)$$

$$z = \exp(j\omega T)$$

ここで、 $H_p \in C^{n_p \times n_p}$ は不釣り合いから変位への伝達関数行列 ($x = H_p f_p / \omega^2$), $H_i \in C^{n_c \times n_p}$ は不釣り合いから制御電流への伝達関数行列 ($i_c = H_i f_p / \omega^2$) を表す。式 (20), (21) で得られる各伝達関数の絶対値は、角速度 ω で回転する単位不釣り合いベクトル (f_p / ω^2) を入力するときの出力ベクトルの大きさを表すから、逆システムによるモード不釣り合いの同定が正確に行われたと仮定した場合の不釣り合い応答に相当する。図 4, 5 に、表 2 の条件のもとで式 (20), (21) を用いて計算した、ロータ “2” の不釣り合いに対するロータ “1” の変位および磁気軸受 “1” の制御電流を示す。なお、ジャイロ行列 $J=0$ とおいている。図 4 における 20 rps 近傍の共振は、軸の回転速度が低いいため不釣り合い応答の軸振動は小さいと考えられ、問題とならない。一方、4 次モードに対する 140 rps 近傍の共振は、微分ゲインを $g_d = -0.06$ と設定してデジタル PID 制御だけを実施する場合 [Case (1)] には、不釣り合い応答の軸振動が相当大きくなる。前述したように、4 次モードに対するモード減衰比 ξ_4 を最大にする微分ゲイン $g_d = -0.12$ を用いれば [Case (2)], 共振点における振動レベルを約

各曲線に付した番号は表 2 を参照

図 5 制御電流の伝達関数 (磁気軸受 “1” の制御電流/ロータ “2” の不釣り合い)

12 dB 低くすることができるが、共振振動数を越えると逆に Case (2) の振動レベルは Case (1) より大きくなる。これに比べて、式 (18) より決定したゲイン行列 G_f を用いてモード不釣り合い力を相殺する制御を実施する [Case (3)] ならば、共振点における振動レベルだけを抑制することが可能で、しかもその振動レベルはデジタル PID 制御だけを実施する場合の下限值 [Case (2)] 以下になる。ただし、ゲイン行列 G_f によるフィードバック制御は回転数範囲 130~150 rps に

限って実施しているため、この回転数範囲外ではCase(3)による曲線はCase(1)のそれと同じである。図5に示す磁気軸受“1”の制御電流について検討すると、140 rps 近傍の共振振動数において必要な制御電流はCase(2)、(3)がCase(1)に比較して少ないが、Case(2)は共振振動数を越えてもレベルの低下が小さく、いわばむだな制御電流を流している。振動抑制のための制御力は、制御電流に比例しているから、Case(2)はCase(3)に比べて制御の効率が悪いといえる。

4.2 不釣り合い応答 前節よりモード不釣り合い力 f_m の正解が得られる場合には、式(18)より決定したゲイン行列 G_f を用いたモード不釣り合い力相殺制御が有効であることが確かめられたため、以下において式(10)を用いて時刻歴応答シミュレーションを行い、その両振幅から不釣り合い応答を求める。

まず、各ロータの不釣り合いをある値に設定し、それによる時刻歴応答(ジャイロ行列 $J \neq 0$)より逆システムを用いてモード不釣り合い力 f_m を推定し、ロータのモード不釣り合いを同定する。逆システムで使用する弾性ロータの制御系モデルにおいては、ジャイロ項を無視($J=0$)し、図2に示す6個のモードのうち低次の4個だけを考慮している。すなわち、逆システムに対しては現実に即した近似モデルを使用するため、軸の回転速度が比較的低い範囲(50 rps 近傍)でモード不釣り合い力 f_m の推定を行う。なお、逆システムの構成条件を満たすために⁽⁴⁾、図1に示す4個のセンサ位置における軸の変位・速度と電磁石回路の電流がシステムの出力(逆システムへの入力)として計測されとする。表3にロータの不釣り合いを同定した結果を示す。本シミュレーションの場合、ロータ数と逆システムで推定するモード不釣り合い力 f_m の次元が一致しているため、不釣り合い力のモード座標から物理座標への変換が一意である。それ故、物理座標において不釣り合いの設定値と同定された値を比較することができる。表3に示す不釣り合いの設定値と同定された値との誤差は小さく、逆

システムにジャイロ項および高次モードを無視した近似モデルを用いても、十分な精度でロータのモード不釣り合いを同定できることがわかる。

次に、モード不釣り合いの同定値と軸の回転角および回転角速度よりモード不釣り合い力 f_m を再現し、これをゲイン行列 G_f を用いてフィードフォワードするモード不釣り合い力相殺制御を実施する。ただし、実際に制御する際の高速性を考慮して、ここで使用するゲイン行列 G_f は、軸の回転速度に無関係な定数行列となるようにジャイロ行列 $J=0$ として求めている。表3の不釣り合いが各ロータに存在する場合のロータ“1”の不釣り合い応答シミュレーション(ジャイロ行列 $J \neq 0$)結果を図6に示す。同図のCase(1)に対する応答曲線より、問題になるのは4次モードの危険速度(約140 rps)だけである。したがって、ゲイン行列 G_f によるフィードフォワード制御[Case(3)]は、ジャイロ効果によって危険速度が図4の危険速度より高くなることを考慮して、軸の回転速度範囲135~155 rps で行って

各曲線に付した番号は表2を参照

図6 各ロータの不釣り合いによるロータ“1”の変位

各曲線に付した番号は表2を参照

図7 各ロータの不釣り合いによる磁気軸受“1”の制御電流

表3 不釣り合いの設定値と逆システムにより同定された値

	Numerically set Unbalance		Identified Unbalance	
	Magnitude kgmm	Phase °	Magnitude kgmm	Phase °
Rotor“1”	5.00×10^{-4}	0.0	4.87×10^{-4}	0.98
Rotor“2”	1.00×10^{-3}	180.0	9.63×10^{-4}	178.24
Rotor“3”	1.00×10^{-3}	0.0	9.71×10^{-4}	0.52
Rotor“4”	5.00×10^{-4}	0.0	5.02×10^{-4}	1.31

いる。危険速度近傍における振動の大きさを比較すると、Case(2), (3)はCase(1)に対して1/4以下に抑制されている。さらに、Case(3)の応答はCase(2)の応答以下となっており、モード不釣り合い力相殺制御の制振性能の方がデジタルPID制御の制振性能より勝っていることがわかる。一方、図7に示す磁気軸受“1”の制御電流を見ると、危険速度近傍においてCase(2), (3)はCase(1)に対して1/2以下となっているが、Case(2)の場合軸の回転速度が危険速度を越えている領域においても、Case(3)に対して約3倍の電流が流れることがわかる。しかも、図6においてこのときの振動はCase(3)よりもCase(2)のほうが大きくなっており、Case(2)はCase(3)に比べて非常に効率の悪い制御を行っているといえる。

5. ま と め

能動型磁気軸受で支持された弾性ロータ系に対し、軸の危険速度における不釣り合い応答を制御する制御系の構成について検討し、ジャイロ項を考慮した不釣り合い応答シミュレーションを行うことにより以下の結論を得た。

(1) モード不釣り合い力を推定する逆システムの数学モデルにおいて、煩雑な制御を避ける目的でジャイロ項および高次モードを省略する場合には、軸の回転速度が十分低い範囲の不釣り合い応答を用いることにより、精度よくモード不釣り合いを同定することができる。

(2) 本報で示したモード不釣り合い力相殺制御は、あらかじめ同定したモード不釣り合いと軸の回転角・回

転角速度よりモード不釣り合い力を再現し、これをフィードフォワードするだけの簡単な演算によって実現でき、制御周期を短くできる。したがって、高速回転軸の振動制御にも適用が可能である。ただし、エンコーダにより軸の回転角および角速度の情報が利用できるとする。

(3) モード不釣り合い力相殺制御を行うならば、危険速度近傍における不釣り合い応答の大きさを、デジタルPID制御だけを実施する場合の下限値以下に抑えることができる。しかも、必要とする制御電流は、デジタルPID制御に比べてモード不釣り合い力相殺制御のほうが少なく、効率的に振動を抑制することができる。

文 献

- (1) 樋口・津田・藤原, システム情報学会論文誌, 2-6(1989), 183.
- (2) 永井・岡田・嶋根, 機論, 54-501, C(1988), 1090.
- (3) 鈴木・道村・田村, 機論, 57-543, C(1991), 3504.
- (4) 鈴木・道村・田村, 機論, 57-540, C(1991), 2554.
- (5) 木村, 常微分方程式, (1983), 197, 共立出版.
- (6) 児玉・須田, システム制御のためのマトリクス理論, (1988), 333, 計測自動制御学会.
- (7) 鈴木・道村・田村, 機論, 57-537, C(1991), 1535.
- (8) Salm, J., *ASME Vib. Conf. Rotating Machinery Dynamics*, 1(1987), 141.
- (9) Burrows, C. R., Sahinkaya, N., Traxler, A. and Schweitzer, G., Design and Application of a Magnetic Bearing for Vibration Control and Stabilization of a Flexible Rotor, *Proc. 1st Int. Sym. on Magnetic Bearings*, (1988), 159-168.
- (10) Kanemitsu, Y., Ohsawa, M. and Watanabe, K., Real Time Balancing of a Flexible Rotor Supported by Magnetic Bearing, *Proc. 2nd Int. Sym. on Magnetic Bearing*, (1990), 265-272.